

С 332.5

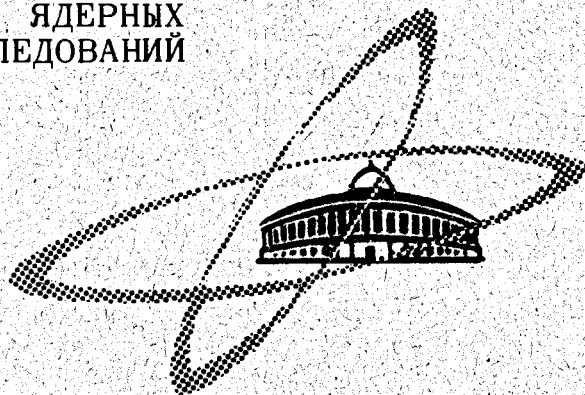
П-295

10/11-70

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P4 - 4833



И. Ж. Петков

ОБ ОПТИЧЕСКОМ ПОТЕНЦИАЛЕ ДЛЯ РАССЕЯНИЯ
ЭЛЕКТРОНОВ БОЛЬШОЙ ЭНЕРГИИ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

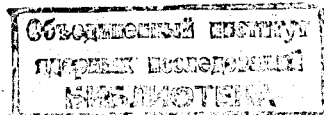
1969

P4 - 4833

И.Ж. Петков

ОБ ОПТИЧЕСКОМ ПОТЕНЦИАЛЕ ДЛЯ РАССЕЯНИЯ
ЭЛЕКТРОНОВ БОЛЬШОЙ ЭНЕРГИИ

8192/2 кр



1. Проведенный недавно эксперимент по рассеянию электронов большой энергии на ядрах /1/ вызвал новый интерес к проблеме распределения ядерного электрического заряда. До этого считалось, что плотность распределения заряда имеет форму ферми-распределения, однако теперь это представление изменилось существенно. Отметим, однако, что способ обработки экспериментальных данных не учитывает динамического характера ядер. При больших энергиях электронов и больших углах рассеяния могут оказаться существенными как отталкивание нуклонов на малых расстояниях /2/, так и способность ядер возбуждаться (виртуальное возбуждение в случае упругого рассеяния). Здесь рассматривается только вторая возможность с учетом одного возбужденного уровня, ответственного за неупругие процессы. Важность монопольного возбуждения (см. также /3/) можно качественно понять, учитывая, что оно изменяет ощутимо сечение упругого рассеяния при разных энергиях только в области больших углов рассеяния (в согласии с экспериментом). Из-за дальнего действия характера потенциалов, связанных с другими типами возбуждений, включение последних изменило бы сечение также и при малых углах рассеяния. В рассматриваемой модели амплитуда рассеяния находится в высокоэнергетическом приближении. Далее полученная амплитуда сравнивается с амплитудой потенциального рассеяния для нахождения эффективного (оптического) потенциала электронов.

2. Высокоэнергетическое приближение для потенциального рассеяния было введено Глаубером /4/ и, в частности, для рассеяния электронов - Бакером /5/. В работе /6/ этот метод был обобщен на случай неупругого рассеяния, где проведено численное сравнение с фазовыми расчетами /7/. Амплитуда, полученная в /6/, имеет следующий вид:

$$f_{\pm} = \frac{p}{2i} (u_f^* u_i) \left\{ \int d^3 r e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} (V_{00} + V_{01}) e^{-i \int_{-\infty}^z (V_{00} + V_{01}) dt} \pm \int d^3 r e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} (V_{00} - V_{01}) e^{-i \int_{-\infty}^z (V_{00} - V_{01}) dt} \right\} \quad (1)$$

+ для амплитуды упругого рассеяния (которая будет обсуждаться далее),
 - для амплитуды неупругого рассеяния,

$$\vec{q} = \vec{p}_f - \vec{p}_i, \quad |\vec{p}_f| = |\vec{p}_i| = p, \\ V_{00} = \langle 0^+ | \hat{V} | 0^+ \rangle, \quad V_{01} = \langle 0^+ | \hat{V} | 0^+ \rangle,$$

0^+ - эффективный уровень, учитывающий неупругие процессы.

В этом приближении, имея в виду, что величины $V_{00} \pm V_{01}$ сферически симметричны, уравнение (1) можно преобразовать к

$$f = -ip (u_f^* u_i) \int_0^{\infty} J_0(q\rho) \left\{ e^{-2i \int_0^{\infty} V_{00} dt} \cos(2 \int_0^{\infty} V_{01} dt) - 1 \right\} \rho d\rho = \\ -ip (u_f^* u_i) \int_0^{\infty} J_0(q\rho) \left\{ \exp[iI_{00}(\rho) + \ell n \cos I_{01}(\rho)] - 1 \right\} \rho d\rho, \quad (2)$$

где

$$I_{01} = -2 \int_0^{\infty} V_{01} (\sqrt{\rho^2 + t^2}) dt = -2 \int_0^{\infty} V_{01} \frac{x dx}{\sqrt{x^2 - \rho^2}}; \quad (i=0,1). \quad (3)$$

Сравним теперь уравнение (2) с соответствующей формулой потенциального рассеяния /5/:

$$f = -ip (u_f^* u_i) \int_0^{\infty} J_0(q\rho) \left[e^{-2i \int_0^{\infty} V (\sqrt{\rho^2 + t^2}) dt} - 1 \right] \rho d\rho.$$

Видно, что в данной модели оптическим потенциалом является выражение

$$V(r) + iW(r) = \frac{1}{\pi r} \frac{d}{dr} \int_0^{\infty} [I_{00}(x) - i \ln \cos I_{01}(x)] \frac{x dx}{\sqrt{x^2 - r^2}}. \quad (4)$$

Фактически функция (4) является решением интегрального уравнения типа (3). Можно отметить две особенности данного потенциала. Видно, что включение неупругого канала не изменяет действительной части $V \equiv V_{00}$ (в частности, из-за пренебрежения энергетической потерей электрона). Мнимая часть потенциала W является сложной четной функцией $Z e^2$, т.е. одинаковой для электронов и позитронов.

Для практических применений полезно выразить функции I_{01} посредством соответствующих зарядовых распределений ρ_{01} (см. Приложение) в более удобном виде

$$I_{01}(\rho) = 2Z e^2 \begin{cases} \ln \frac{\rho}{R} + 4\pi \int_0^R \rho_{01}(x) \left[\ln \frac{1 + \sqrt{1 - \rho^2/x^2}}{\rho/x} - \sqrt{1 - \rho^2/x^2} \right] x^2 dx; \rho \leq R \\ \ln \frac{\rho}{R} \delta_{01}; \rho > R. \end{cases} \quad (5)$$

Так как сечение можно вычислить, задавая I_{01} , полезно иметь и обратную связь, т.е. выразить ρ_{01} через функции I_{01} . В связи с этим отметим, что после двукратного дифференцирования ядро интегрального уравнения (5) переходит в функцию $\approx (x^2 - \rho^2)^{-1/2}$; уравнение (ρ_{01} неизвестны) принимает форму (3), а его решение есть функция типа (4).

Предварительные вычисления [8] с помощью уравнения (2) для однородного распределения заряда ρ_{00} и $\rho_{01} \approx \frac{d}{dr} \rho_{00}$; ($\int_0^R \rho_{01}(x) x^2 dx = 0$) показали качественное согласие с результатами работы [3]. В общем, включение I_{01} (или ρ_{01}) изменяет чувствительно сечение упругого рассеяния в окрестности дифракционных минимумов и при больших углах. Для получения более определенных заключений, однако, нужны детальные вычисления при больших энергиях и разных зарядовых распределениях.

3. В рассматриваемой модели вводится фиктивный возбужденный уровень, энергия которого неизвестна. Это значит, что в задаче вводят-

ся неизвестные параметры. Значение энергии можно приближенно найти, вычисляя полное сечение неупругого рассеяния. На примере однородного распределения имеем

$$\sigma_{in}(E, R, Z) = 8\pi^2 p^2 R^4 \int_0^1 dt \int_0^1 dt' F(t) F^*(t') \int_0^\pi J_0(qRt) J_0(qRt') (1 - \sin^2 \frac{\theta}{2}) \sin^2 \frac{\theta}{2} d(\sin \frac{\theta}{2}),$$

где

$$F(t) = e^{-iH_0(Rt)} \sin \left[\kappa \frac{2Z}{137} (1-t^2)^{3/2} \right] t.$$

Единственный параметр κ можно получить сравнением с экспериментом.

Задача значительно усложняется при попытке учесть потери энергии электрона ΔE .

Отметим сначала, что при выводе уравнения (1) пришлось решить следующую систему линейных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} i \dot{\phi}_0 &= V_{00} \phi_0 + V_{01} \phi_1 \\ i \dot{\phi}_1 &= V_{01} \phi_0 + V_{00} \phi_1 + \Delta E \phi_1 \end{aligned} \quad \left(\Psi_n = \phi_n e^{i \vec{p} \vec{r}} \right)$$

при $\Delta E = 0$ и граничных условиях $\phi_0(-\infty) = 1$; $\phi_1(-\infty) = 0$. Для получения амплитуды (1) было использовано решение

$$\phi_{0,1} = \frac{1}{2} e^{-i \int_{-\infty}^z (V_{00} + V_{01}) dt} \pm \frac{1}{2} e^{-i \int_{-\infty}^z (V_{00} - V_{01}) dt}$$

Систему (6) при $\Delta E \neq 0$ можно формально записать в одно уравнение

$$\left(-i \frac{d}{dz} + V_{00} + \hat{Q} \right) \phi_0(z) = 0,$$

где

$$\hat{Q} \phi_0 = i V_{01} e^{-i \int (V_{00} + \Delta E) dz} \int_{-\infty}^z V_{01} e^{i \int (V_{00} + \Delta E) dt'} \phi_0(t') dt'.$$

Так как оператор \hat{Q} является комплексным, можно ожидать определенную перенормировку как действительной V_{00} , так и мнимой W частей оптического потенциала. Физически перенормировка действительной

части означает учет поляризации электрического заряда ядра. Мнимая часть потенциала более тесно связана с подвозбуждениями ядра.

Автор благодарен проф. О. Бору, В. Чижу, д-ру Й. Бангу и А. Ланде за полезные обсуждения и критику.

Приложение

Уравнение (5) можно легко получить следующим образом (другой метод изложен в /5/).

Запишем формулу

$$V = -Ze^2 \int \frac{\rho(r')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3 r' = -Ze^2 \left\{ \frac{1}{r} \int_0^r \rho(r') d^3 r' + \int_r^\infty \rho(r') \frac{d^3 r'}{r'} \right\},$$

которую можно преобразовать (напомним, что $\int d\Omega \int_0^\infty \rho(x) x^2 dx = 1$)

$$V = -Ze^2 \left\{ \frac{1}{r} - \frac{1}{r} \int_r^\infty \rho(r') d^3 r' + \int_r^\infty \rho(r') \frac{d^3 r'}{r'} \right\}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} I(\rho) &= -2 \int_0^\infty V dt = \\ &= 2Ze^2 \left\{ \int_0^\infty \frac{dt}{\sqrt{\rho^2 + t^2}} + 4\pi \int_0^\infty dt \int_{r=\sqrt{\rho^2+t^2}}^\infty \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{\sqrt{\rho^2+t^2}} \right) \rho(r') r'^2 dr' \right\}. \end{aligned}$$

После подстановки $t = \sqrt{x^2 - \rho^2}$ второй интеграл примет вид:

$$\int_0^\infty dt \int_{\sqrt{\rho^2+t^2}}^\infty \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{\sqrt{\rho^2+t^2}} \right) \rho(r') r'^2 dr' = \int \frac{x dx}{\rho \sqrt{x^2 - \rho^2}} \int_x^\infty \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{x} \right) \rho(r') r'^2 dr'.$$

Интегрированием два раза по частям получаем:

$$\int \frac{x f(x)}{\rho \sqrt{x^2 - \rho^2}} dx = \int \frac{\rho(x)}{\rho} \left\{ \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \rho^2/x^2}}{\rho/x} - (1 - \rho^2/x^2)^{1/2} \right\} x^2 dx$$

$$f(x) \equiv \int_x^\infty \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{x} \right) \rho(r') r'^2 dr'.$$

Теперь $I(\rho)$ примет вид:

$$I(\rho) = 2Ze^2 \left\{ \ln \frac{\rho}{2L} + 4\pi \int_{\rho}^{\infty} \rho(x) \left[\ln \frac{1 + \sqrt{1 - \rho^2/x^2}}{\rho/x} - (1 - \rho^2/x^2)^{1/2} \right] x^2 dx \right\}.$$

$L \rightarrow \infty$

После введения обрезания заряда в точке R и обозначая $2Ze^2 \ln \frac{R}{2L} = 2\pi n$ (n - целое число), получаем результат (5).

Л и т е р а т у р а

1. J.B.Bellicard et al. *Phys. Rev. Lett.* 19, 527 (1967).
2. F.C.Khanna. *Phys. Rev. Lett.* 20, 871 (1968).
3. G.F.Rewirscher. *Phys. Rev.* 151, 846 (1966).
4. R.J.Glauber, *Lecture in Theoretical Physics*, New York, 1959.
5. A.Baker. *Phys. Rev.* 134B 240 (1964).
6. И.Ж. Петков. Препринт ОИЯИ Р-2037, 1965; ЯФ, 2, 485 (1965).
7. K.Alder, T.H.Schucan. *Nucl. Phys.* 42, 337 (1963).
T.H.Schucan. *Nucl. Phys.* 61, 417 (1965).
8. И.Ж. Петков, Ю.С. Поль. *Международный симпозиум по ядерной структуре*. Дубна, 1968.

Рукопись поступила в издательский отдел

1 декабря 1969 года.