СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

Р4 - 4810

В.П. Калашников

ТЕОРИЯ ПОЛЯРИЗАЦИИ ЯДЕРНЫХ СПИНОВ ПОСТОЯННЫМ ТОКОМ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ (ЭФФЕКТ ФЕЕРА)

I. ПРИБЛИЖЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1969

P4 - 4810

В.П. Калашников

ТЕОРИЯ ПОЛЯРИЗАЦИИ ЯДЕРНЫХ СПИНОВ ПОСТОЯННЫМ ТОКОМ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ (ЭФФЕКТ ФЕЕРА)

I. ПРИБЛИЖЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ

§1. Введение. Качественное описание эффекта

В работах Феера[1], Кларка и Феера[2] было найдено, что разогрев электронов проводимости полупроводника внешним электрическим полем может привести к увеличению средней намагниченности ядерных спинов. Причина этого явления заключается в том, что механизмы и характерные времена релаксации импульса, энергии и намагниченности потока горячих электронов, вообще говоря, различны, что приводит к отклонению спиновых степеней свободы электронов от равновесия с их орбитальным движением. Взаимодействие такого неравновесного распределения электронов со спинами ядер приводит к отклонению ядерной намагниченности от термодинамически равновесного значения. Величина этого отклонения зависит от механизмов рассеяния электронов в кристалле и механизмов релаксации ядерных спинов.

Качественно этот эффект можно объяснить следующим образом. Пусть имеется связанная система электронных и ядерных спинов; взаимодействием этих подсистем с решеткой для простоты пренебрежем. Такая система во внешнем магнитном поле характеризуется некоторым средним моментом количества движения, складывающимся из электронной и ядерной составляющих. Если теперь размагнитить электроны проводимости, например насыщением парамагнитного резонанса на электронных спинах, т.е. повысить их спиновую температуру, то, благодаря закону сохранения момента количества движения всей системы, намагниченность ядерных спинов должна возрасти, что можно интерпретировать как понижение спиновой температуры ядер. При полном размагничении электронной подсистемы ядерная подсистема приобретает момент количества движения, по величине и направлению примерно равный моменту количества движения электронов в исходном состоянии. Эта картина ядерной поляризации соответствует эффекту Оверхаузера/3/ в проводящих кристаллах. Предположим теперь, что наша система взаимодействующих электронов и ядер медленно нагрета от температуры T до некоторой температуры T_k. При достаточно медленном нагревании равновесие между различными степенями свободы нашей системы сохранится, а средний момент количества движения уменьшится. Если теперь уменьшить спиновую температуру электронов проводимости, сделав ее, например, равной T_s, то возникнет неравновесное состояние, в котором средний магнитный момент электронов оказывается больше, чем в равновесном состоянии при температуре T_k. Поскольку полный момент количества движения должен сохраняться, то ядерная подсистема должна приобрести добавочный момент количества движения, направленный в сторону, противоположную добавке к электронному моменту. При значительном отрыве T_k от T_s возникающее изменение ядерной намагниченности может быть сравнимо с величиной исходной намагниченности электронов. В эффекте Феера стационарное различие между T_k и T_s достигается наложением сильного постоянного электрического поля. Нетрудно видеть, что при $T_k > T_s$ ядерные спины ориентируются в сторону, противоположную направлению поляризации в эффекте Оверхаузера. При $T_k < T_s$ направления поляризации в обоих эффектах одинаковы. Неравенство $T_k > T_s$ возможно при наличии эффективных механизмов рассеяния зеемановской энергии электронов проводимости. Одним их таких механизмов является рассеяние электронов на магнитных примесях. При малых временах релаксации спина примесей за счёт взаимодействия их с решеткой спиновая температура примесей примерно равна температуре решетки. Если взаимодействие с магнитными примесями является основным механизмом спин-решеточной релаксации носителей тока, то их спиновая температура также оказывается равной температуре решетки, что дает $T_k > T_s$ при наличии сильного электрического поля. Если же время релаксации примесного спина велико, то

спиновая температура примесей может оказаться больше температуры решетки и примерно равной спиновой температуре электронов проводимости. В такой ситуации возможна поляризация ядер атомов примеси, аналогичная эффекту Оверхаузера на примесных атомах. С другой стороны, данные по парамагнитному резонансу на примесных спинах в этих условиях можно использовать для прямого измерения спиновой температуры электронов проводимости/1/.

Другим механизмом, приводящим к неравенству $T_k > T_s$, может быть неупругое рассеяние электронов проводимости на колебаниях решетки, сопровождающееся переворотом электронного спина. Такие процессы в твердом теле обусловлены спин-орбитальным взаимодействием/4/.

Упругое рассеяние электронов проводимости с переворотом спина может, очевидно, только увеличивать их спиновую температуру по сравнению с температурой T_k, соответствующей хаотическому движению. Для этого типа рассеяния следует ожидать выполнения неравенства $T_k < T_s$.

Измерение величины ядерной поляризации в эффекте Феера дает дополнительную информацию о механизмах рассеяния горячих электронов в кристалле. Самостоятельный интерес представляет изучение времен спин-решеточной релаксации горячих электронов и времени релаксации ядерных спинов, обусловленной взаимодействием их с горячими электронами. Все эти величины в сильном электрическом поле содержат зависимости от механизмов релаксации импульса, энергии и намагниченности потока горячих электронов, и зависимость их от напряженности электрического поля является специфической для каждой комбинации механизмов рассеяния.

Следует отметить, что различие T_k и T_s, помимо рассмотренных двух методов - насыщения спинового резонанса на электронах проводимости (эффект Оверхаузера) и разогрева их постоянным электрическим полем (эффект Феера), - может быть получено и другими путями. Представляет интерес рассмотрение ядерной поляризации в условиях разогрева носителей тока сильным переменным электрическим полем в режиме циклотронного резонанса/5/. При этом следует ожидать отклонения T_k от T_s. Различие между T_s и T_k должно возникать также при наличии пространственных неоднородностей в распределении носителей тока[2]. В случае контакта между двумя проводниками, в которых g -факторы носителей тока отличаются друг от друга по величине и (или) знаку, можно получить отклонение T_s от T_k за счёт инжекции носителей с контактов[2].

В общем случае всякое отклонение системы электронов проводимости от термодинамического равновесия должно проявляться в изменении намагниченности связанных с ними ядер. Изучение ядерной намагниченности в этих условиях дает сведения о характере неравновесного распределения электронов и механизмах его релаксации. В настоящей работе мы рассмотрим эффект Феера в пространственнооднородных полупроводниках (полуметаллах) в различных диапазонах напряженности электрического и магнитного полей.

§2. Гамильтониан системы

Мы рассматриваем систему электронов и ядерных спинов в скрещенных электрическом $\vec{E}$ и магнитном $\vec{H}$ полях, взаимодействующих между собой и с решеткой. Гамильтониан нашей системы можно записать в виде

$$H = H_e + H_{ee} + H_{ef} + H_{e\ell} + H_\ell + H_{en} + H_n + H_{n\ell} . \tag{2.1}$$

Здесь $H_e = H_k + H_s$ – гамильтониан свободных электронов, представляющий собой сумму кинетической и зеемановской энергий, причем

$$H_e = \sum_{\nu\sigma} \epsilon_{\nu\sigma} a^+_{\nu\sigma} a_{\nu\sigma} , \quad H_k = \sum \epsilon_\nu a^+_{\nu\sigma} a_{\nu\sigma} , \quad H_s = h\Omega_s \sum_{\nu\sigma} \sigma a^+_{\nu\sigma} a_{\nu\sigma} . \tag{2.2}$$

$a^+_{\nu\sigma}$, $a_{\nu\sigma}$ – ферми-операторы электронов в состоянии с набором квантовых чисел $\nu\sigma$. ($\sigma = \pm 1/2$), энергией $\epsilon_{\nu\sigma} = \epsilon_\nu + \sigma h\Omega_s$, где Ω_s –зеемановская частота электронов. H_{ef} – гамильтониан взаимодействия электронов с внешним постоянным электрическим полем E,

$$H_{ef} = -e E^a \sum_{\nu'\sigma',\nu\sigma} x^a_{\nu'\sigma',\nu\sigma} a^+_{\nu'\sigma'} a_{\nu\sigma} ; \tag{2.3}$$

H_ℓ – гамильтониан свободных рассеивателей (фононов и примесей),

$$H_\ell = H_{ph} + H_{mi} , \quad H_{ph} = \sum_{\vec{q}\lambda} h\Omega_{q\lambda} b^+_{\vec{q}\lambda} b_{\vec{q}\lambda} , \quad H_{mi} = -h\Omega_{mi} \sum_j S^z_j ; \tag{2.4}$$

H_{ph} – гамильтониан свободных фононов; $b^+_{\vec{q}\lambda}$, $b_{\vec{q}\lambda}$ – бозе-операторы фононов в состоянии с волновым вектором $\vec{q}$, энергией $h\Omega_{q\lambda}$ и поляризацией λ; H_{mi} – зеемановская энергия магнитных примесей, Ω_{mi} – их зеемановская частота, а S^a_j – проекции примесного спина в узле с координатами $\vec{X}_j$; H_n – зеемановская энергия ядерных спинов

$$H_n = -h\Omega_n \sum_j I^z_j ; \tag{2.5}$$

I^a_j –проекции ядерного спина j-ого узла решетки, Ω_n – его зеемановская частота. Гамильтониан взаимодействия электронов с решеткой складывается из взаимодействия с фононами (H_{eph}), немагнитными примесями (H_{ei}) и магнитными примесями (H_{emi}).

$$H_{e\ell} = H_{eph} + H_{ei} + H_{emi} = \sum_{\nu'\sigma',\nu\sigma} \{ U_{eph}(\nu'\sigma'|\nu\sigma) + U_{ei}(\nu'\sigma'|\nu\sigma) + U_{emi}(\nu'\sigma'|\nu\sigma) \} a^+_{\nu'\sigma'} a_{\nu\sigma} , \tag{2.6}$$

$$U_{eph}(\nu'\sigma'|\nu\sigma) = \sum_{\vec{q}\lambda} \{ U^{\vec{q}\lambda}_{eph}(\nu'\sigma'|\nu\sigma) b_{\vec{q}\lambda} + U^{-\vec{q}\lambda}_{eph}(\nu'\sigma'|\nu\sigma) b^+_{\vec{q}\lambda} \} ,$$

$$U_{ei}(\nu'\sigma'|\nu\sigma) = \sum_{\vec{q}} U^{\vec{q}}_{ei}(\nu'\sigma'|\nu\sigma) \rho_{-\vec{q}} ; \quad \rho_{\vec{q}} = \sum_j \exp(i\vec{q}\vec{X}_j) , \tag{2.7}$$

$$U_{emi}(\nu'\sigma'|\nu\sigma) = \sum_{\vec{q}a} U^{\vec{q}}_{emi}(\nu'|\nu) S^a_{\sigma'\sigma} S^a_{-\vec{q}} , \quad S^a_{\vec{q}} = \sum_j S^a_j \exp(i\vec{q}\vec{X}_j) ,$$

где $S^a_{\sigma'\sigma}$ – матричные элементы одноэлектронного оператора спина. Далее:

$$U^{\vec{q}\lambda}_{eph}(\nu'+|\nu+)=C_{\vec{q}\lambda}(\nu'|e^{i\vec{q}\vec{x}}|\nu),\ U^{\vec{q}}_{el}(\nu'+|\nu+)=G_{\vec{q}}(\nu'|e^{i\vec{q}\vec{x}}|\nu), \qquad (2.8)$$

$$U^{\vec{q}}_{emi}(\nu'|\nu)=J_{\vec{q}}(\nu'|e^{i\vec{q}\vec{x}}|\nu),$$

$$U^{\vec{q}\lambda}_{eph}(\nu+|\nu-)=C'^{\alpha}_{\vec{q}\lambda}K^{\alpha}_{\vec{q}}(\nu'|\nu),U^{\vec{q}}_{el}(\nu'+|\nu-)=G'^{\alpha}_{\vec{q}}K^{\alpha}_{\vec{q}}(\nu'|\nu), \qquad (2.9)$$

$$K^{\alpha}_{\vec{q}}(\nu'|\nu)=(\nu'|(p^{\alpha}-\frac{e}{c}A^{\alpha})e^{i\vec{q}\vec{x}}+e^{i\vec{q}\vec{x}}(p^{\alpha}-\frac{e}{c}A^{\alpha})|\nu).$$

Здесь знаки $\pm$ означают, что $\sigma,\sigma'=\pm\frac{1}{2}$, p^{α} – компоненты одноэлектронного импульса, A^{α} – вектор-потенциал постоянного магнитного поля $\vec{H}$. В излагаемой теории фигурируют квадраты модулей матричных элементов (2.8) и (2.9), где величины $|C_{\vec{q}\lambda}|^2, |G_{\vec{q}}|^2, |J_{\vec{q}}|^2$ пропорциональны q^t, причем $t=1$ для гомеополярных и $t=-1$ для пьезоэлектрических акустических фононов, $t=-2$ для оптических фононов, $t=-4$ для ионизированных и $t=0$ для магнитных примесей.

В пренебрежении угловыми зависимостями матричных элементов получаем

$$|U_{eph,el}(\nu'+|\nu-)|^2\approx\sum_{\alpha}|K^{\alpha}_{q}(\nu'|\nu)|^{r}q^{t'}, \qquad (2.10)$$

Здесь $r=2$ в кристаллах, где экстремум энергии носителей тока находится в центре или на грани зоны Бриллюэна, и $r=0$ в противном случае; $t'=3$ для акустических фононов в кристаллах с центром инверсии и $t'=1$, если центра инверсии нет; $t'=0$ для оптических фононов, $t'=2$ для немагнитных примесей/4,6/. Мы будем рассматривать здесь только классическую область изменения напряженности магнитного поля. При этом

$$\sum_{\alpha}|K^{\alpha}_{q}(p+hq|p)|^2=(2\vec{p}+h\vec{q})^2.$$

Явные выражения и оценки констант, входящих в матричные элементы спин-решеточных взаимодействий (2.9), можно найти в работах/4,6/. H_{ee} – гамильтониан межэлектронного взаимодействия, H_{en} – гамильтониан взаимодействия электронов с ядерными спинами. Мы будем считать, что это взаимодействие является контактным. Явное выражение для этого оператора дается формулой для H_{emi}, если в ней индекс mi заменить индексом n. $H_{n\ell}$ – гамильтониан взаимодействия ядерных спинов с решеткой. Мы не будем выписывать его явного выражения, считая, что соответствующие времена ядерной спин-решеточной релаксации известны.

§3. Построение неравновесного статистического оператора

Пусть рассматриваемая система пространственно однородна. Мы будем применять сокращенное описание неравновесной системы, предполагая, что состояние ее описывается средними значениями некоторых операторов P_m /7/. В первой части работы мы рассмотрим простейший случай, когда неравновесное состояние электронной подсистемы можно описать заданием средних значений энергии, импульса, намагниченности и числа частиц (фактически это предположение означает, что частота межэлектронных столкновений ω_{ee} много больше всех характерных частот рассеяния электронов на решетке), а неравновесное распределение ядерной намагниченности можно описать с помощью спиновой температуры. Для построения неравновесного статистического оператора системы воспользуемся методом Зубарева/8/, который кратко сформулируем в следующем виде. Введем набор неоператорных функций времени $F_m(t)$ так, чтобы сумма $\sum_m P_m F_m(t)$ была безразмерным скаляром. Выражение вида

$$\rho=\exp\{-\widetilde{S(t,0)}\}=\exp\{-S(t,0)+\int_{-\infty}^{0}dt'e^{\epsilon t'}\dot{S}(t+t',t')\}, \qquad (3.1)$$

где величина $S(t,0)$ представляет собой оператор энтропии,

$$S(t,0)=\Phi+\sum_m P_m F_m(t),\quad \Phi=\ln Sp\exp\{-\sum_m P_m F_m(t)\}, \qquad (3.2)$$

а $\dot{S}(t,0)$ – оператор производства энтропии,

$$\dot{S}(t,0)=\frac{\partial S(t,0)}{\partial t}+(ih)^{-1}[S(t,0)H]=\sum_m\{\dot{P}_m F_m(t)+(\dot{P}_m-\langle P_m\rangle_\ell^t)\dot{F}_m(t)\},$$

$$\dot{P}_m=(ih)^{-1}[P_m H],\ \dot{F}_m(t)=\frac{\partial F_m(t)}{\partial t},\langle\ldots\rangle_\ell^t=Sp(\ldots\rho_\ell),\ \rho_\ell=e^{-S(t,0)}, \qquad (3.3)$$

$$\dot{S}(t,t')=e^{\frac{it'H}{h}}\dot{S}(t,0)e^{-\frac{it'H}{h}},$$

является интегралом уравнения Луивилля при $\epsilon\to 0$, соответствует положительному производству энтропии в системе /8/, и, как легко проверить, нормирован на единицу при условии

$$\langle P_m\rangle^t=\langle P_m\rangle_\ell^t, \qquad (3.4)$$

где $\langle\ldots\rangle^t=Sp(\ldots\rho)$ ρ зависит от времени через макроскопические параметры $F_m(t)$ или через термодинамически сопряженные с ними величины $\langle P_m\rangle^t$, причем эти два набора параметров связаны квазиравновесными термодинамическими соотношениями

$$\langle P_m\rangle^t=-\frac{\partial\Phi}{\partial F_m(t)},\ F_m(t)=\frac{\partial S}{\partial\langle P_m\rangle^t}, \qquad (3.5)$$

где $S=\langle S(t,0)\rangle^t$. Распределение (3.1) соответствует максимуму информационной энтропии $-$ $Sp(\rho\,\ell n\rho)$ при условии сохранения нормировки $Sp\,\rho=1$ и постоянстве средних $\langle P_m\rangle^{t+t'}$ на интервале $-\infty\le t'\le 0$ /9/. С помощью распределения (3.1) легко получить уравнения, описывающие эволюцию величин $\langle P_m\rangle^t$ или $F_m(t)$ во времени:

$$-\sum_n\frac{\partial^2\Phi}{\partial F_m(t)\partial F_n(t)}\dot{F}_n(t)=\langle\dot{P}_m\rangle^t,\quad \sum_n\frac{\partial^2 S}{\partial\langle P_m\rangle^t\partial\langle P_n\rangle^t}\langle\dot{P}_n\rangle^t=\dot{F}_m(t), \qquad (3.6)$$

которые совпадают между собой в силу выполнения соотношений ортогональности

$$\sum_{m'}\frac{\partial^2\Phi}{\partial F_m(t)\partial F_{m'}(t)}\,\frac{\partial^2 S}{\partial\langle P_{m'}\rangle^t\,\partial\langle P_n\rangle^t}=-\delta_{mn}, \qquad (3.7)$$

вытекающих из равенств (3.5). Выберем в качестве операторов P_m величины

$$H_k+H_{ee},\ H_s,\ H_n+H_{en},\ H_\ell+H_{e\ell}+H_{n\ell},\ N,\ \vec{P}, \qquad (3.8)$$

где $N=\sum_{\nu\sigma}a^+_{\nu\sigma}a_{\nu\sigma}$ $-$ оператор числа электронов, а $\vec{P}=\sum_{\nu'\sigma';\nu\sigma}\vec{p}_{\nu'\sigma',\nu\sigma}a^+_{\nu'\sigma'}a_{\nu\sigma}$ $-$ оператор их полного импульса. Соответствующий набор функций запишем в виде

$$\beta_k(t),\ \beta_s(t)\ \beta_n(t),\ \beta,\ \mu'=\mu(t)-\frac{mV^2(t)}{2},\ V(t). \qquad (3.9)$$

Здесь $\beta_k(t)$, $\beta_s(t)$, $\beta_n(t)$ и β есть обратные значения эффективной кинетической и спиновой температур электронов, спиновой температуры ядер и обратной равновесной температуры решетки соответственно; $\mu(t)$ и $V(t)$ есть значения химического потенциала и массовой скорости электронного потока. Уравнения движения операторов P_m имеют вид

$$\begin{aligned}
&\dot{H}_k+\dot{H}_{ee}=\frac{eE^\alpha P^\alpha}{m}+\dot{H}_{k(\ell)}+\dot{H}_{k(n)},\\
&\dot{H}_s=\dot{H}_{s(\ell)}+\dot{H}_{s(n)},\\
&\dot{H}_n+\dot{H}_{en}=-\dot{H}_{e(n)}+\dot{H}_{n(\ell)},\ \dot{H}_{e(n)}=\dot{H}_{k(n)}+\dot{H}_{s(n)},\\
&\dot{H}_\ell+\dot{H}_{e\ell}+\dot{H}_{n\ell}=-\dot{H}_{e(\ell)}-\dot{H}_{n(\ell)},\ \dot{H}_{e(\ell)}=\dot{H}_{k(\ell)}+\dot{H}_{s(\ell)},\\
&\dot{N}=0,\ \dot{P}^\alpha=eNE^\alpha+\frac{1}{mc}\epsilon_{\alpha\beta\gamma}P^\beta H^\gamma+\dot{P}^\alpha_{(\ell)}+\dot{P}^\alpha_{(n)}.
\end{aligned} \qquad (3.10)$$

Здесь приняты следующие сокращенные обозначения: $\dot{P}^{\alpha}_{(\ell)} = (i\hbar)^{-1}[P^{\alpha} H_{e\ell}]$, $\dot{H}_{s(n)} = (i\hbar)^{-1}[H_s H_{en}]$ и т.д. Для оператора энтропии получаем явное выражение

$$S(t,0) = \Phi + \beta_k(H_e + H_{ee} - V^{\alpha} P^{\alpha} - \mu N) + \beta_s H_s + \beta_n (H_n + H_{en}) + \beta(H_\ell + H_{e\ell} + H_{n\ell}) \quad (3.11)$$

При построении оператора производства энтропии $\dot{S}(t,0)$ исключим временные производные $F_m(t)$ с помощью уравнений движения (3.6), которые можно записать в виде:

$$\begin{aligned}
&-(H'_k - \mu N; H'_k - \mu N)^t \dot{\beta}_k + (H'_k - \mu N; P'^{\beta})^t \beta_k \dot{V}^{\beta} - (H'_k - \mu N; H_s)^t \dot{\beta}_s + (H'_k - \mu N; N)^t \beta_k \dot{\mu} = \langle \dot{H}_k - V\dot{P} \rangle^t, \\
&-(P'^{\alpha}; H'_k - \mu N)^t \dot{\beta}_k + (P'^{\alpha}; P'^{\beta})^t \beta_k \dot{V}^{\beta} - (P'^{\alpha}; H_s)^t \dot{\beta}_s + (P'^{\alpha}; N)^t \beta_k \dot{\mu} = \langle \dot{P}^{\alpha} \rangle^t, \\
&-(H_s; H'_k - \mu N)^t \dot{\beta}_k + (H_s; P'^{\beta})^t \beta_k \dot{V}^{\beta} - (H_s; H_s)^t \dot{\beta}_s + (H_s; N)^t \beta_k \dot{\mu} = \langle \dot{H}_s \rangle^t, \qquad (3.12) \\
&-(N; H'_k - \mu N)^t \dot{\beta}_k + (N; P'^{\beta})^t \beta_k \dot{V}^{\beta} - (N; H_s)^t \dot{\beta}_s + (N; N)^t \beta_k \dot{\mu} = 0, \\
&-(H_n + H_{en}; H_n + H_{en})^t \dot{\beta}_n = \langle \dot{H}_n + \dot{H}_{en} \rangle^t,
\end{aligned}$$

где $H'_k = H_k + H_{ee} - \vec{V}\vec{P} + \frac{mV^2}{2} N$, $P'^{\alpha} = P^{\alpha} - mNV^{\alpha}$, а скобки вида $(\ldots;\ldots)^t$ означают квантовые корреляционные функции

$$(P_m; P_n)^t = \int_0^1 d\tau \, Sp\{P_m e^{-\tau S(t,0)} (P_n - \langle P_n \rangle_\ell^t) e^{(\tau - 1) S(t,0)}\}. \qquad (3.13)$$

Решения системы (3.12) имеют вид:

$$\begin{aligned}
\dot{\beta}_k &= -\langle \dot{H}_k - V\dot{P} \rangle^t \frac{C_{ss}\beta_k^2}{C_{kk}C_{ss} - C_{ks}C_{sk}} + \langle \dot{H}_s \rangle^t \frac{C_{ks}\beta_k\beta_s}{C_{kk}C_{ss} - C_{ks}C_{sk}}, \\
\dot{\beta}_s &= -\langle \dot{H}_s \rangle^t \frac{C_{kk}\beta_s^2}{C_{kk}C_{ss} - C_{ks}C_{sk}} + \langle \dot{H}_k - V\dot{P} \rangle^t \frac{C_{sk}\beta_k\beta_s}{C_{kk}C_{ss} - C_{ks}C_{sk}}, \\
\dot{\mu} &= \frac{\dot{\beta}_k}{\beta_k} \frac{(N; H'_k - \mu N)^t}{(N;N)^t} + \frac{\dot{\beta}_s}{\beta_k} \frac{(N; H_s)^t}{(N;N)^t}, \qquad (3.14) \\
\dot{V}^{\alpha} &= \frac{1}{mn_0} \langle \dot{P}^{\alpha} \rangle^t, \\
\dot{\beta}_n &= -\langle \dot{H}_n + \dot{H}_{en} \rangle^t \frac{\beta_n^2}{C_{nn}},
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
C_{kk} &= \beta_k^2 \{ (H'_k - \mu N; H'_k - \mu N)^t - \frac{(H'_k - \mu N; N)^t (N; H'_k - \mu N)^t}{(N;N)^t} \}, \\
C_{ss} &= \beta_s^2 \{ (H_s; H_s)^t - \frac{(H_s; N)^t (N; H_s)^t}{(N;N)^t} \}, \\
C_{sk} &= \beta_s \beta_k \{ (H_s; H'_k - \mu N)^t - \frac{(H_s; N)^t (N; H'_k - \mu N)^t}{(N;N)^t} \}, \qquad (3.15) \\
C_{ks} &= \beta_k \beta_s \{ (H'_k - \mu N; H_s)^t - \frac{(H'_k - \mu N; N)^t (N; H_s)^t}{(N;N)^t} \} = C_{sk}, \\
C_{nn} &= \beta_n^2 (H_n + H_{en}; H_n + H_{en})^t \approx \beta_n^2 (H_n; H_n)^t.
\end{aligned}$$

а n_0 – концентрация электронов проводимости. С учётом выражений (3.14), а также уравнений движения (3.10) получаем оператор производства энтропии в виде

$$\dot S(t,0)=\Delta\{(\beta_k-\beta)\dot H_{k(\ell)}+(\beta_k-\beta_n)\dot H_{k(n)}+(\beta_s-\beta)\dot H_{s(\ell)}+$$

$$+(\beta_s-\beta_n)\dot H_{s(n)}+(\beta_n-\beta)\dot H_{n(\ell)}-\beta_k V^\alpha(\dot P^\alpha_{(\ell)}+\dot P^\alpha_{(n)})+$$

$$+\left(H'_k-\mu N-\frac{N(N;H'_k-\mu N)^t}{(N;N)^t}\right)\{\langle\dot H_{s(\ell)}+\dot H_{s(n)}\rangle^t\frac{C_{ks}\beta_s\beta_k}{C_{kk}C_{ss}-C^2_{ks}}-$$

$$-\langle\dot H_{k(\ell)}+\dot H_{k(n)}-V^\alpha\dot P^\alpha_{(\ell)}-V^\alpha\dot P^\alpha_{(n)}\rangle^t\frac{C_{ss}\beta_k^2}{C_{kk}C_{ss}-C^2_{ks}}\}+$$

$$+\left(H_s-\frac{N(N;H_s)^t}{(N;N)^t}\right)\{\langle\dot H_{k(\ell)}+\dot H_{k(n)}-V^\alpha\dot P^\alpha_{(\ell)}-V^\alpha\dot P^\alpha_{(n)}\rangle^t\frac{C_{sk}\beta_s\beta_k}{C_{kk}C_{ss}-C^2_{ks}}-$$

$$-\langle\dot H_{s(\ell)}+\dot H_{s(n)}\rangle^t\frac{C_{kk}\beta_s^2}{C_{kk}C_{ss}-C^2_{ks}}\}-$$

$$-(H_n+H_{en})\frac{\beta_n^2}{C_{nn}}\langle-\dot H_{e(n)}+\dot H_{n(\ell)}\rangle^t-\frac{\beta_k}{mn_0}(P^\alpha-mNV^\alpha)\langle\dot P^\alpha_{(\ell)}+\dot P^\alpha_{(n)}\rangle^t\},$$

где $\Delta A=A-\langle A\rangle^t_\ell$. Отметим, что первые шесть членов этого выражения – первого порядка малости по взаимодействию подсистем, в то время как остальные члены – по меньшей мере второго порядка малости. Считая все взаимодействия малыми, разложим статистический оператор $\exp\{-S(t,0)\}$ по их степеням:

$$\rho=e^{-S(t,0)}+\int_{-\infty}^{0}dt'\,e^{\epsilon t'}\int_0^1 d\tau\,e^{-\tau S_0(t,0)}\Delta[(\beta_k(t+t')-\beta)\dot H_{e(\ell)}(t')+(\beta_k(t+t')-$$

$$-\beta_k(t+t'))\dot H_{e(n)}(t')+(\beta_s(t+t')-\beta_k(t+t'))(\dot H_{s(\ell)}(t')+\dot H_{s(n)}(t'))+(\beta_n(t+t')-$$

$$-\beta)\dot H_{n(\ell)}(t')-\beta_k(t+t')V^\alpha(t+t')(\dot P^\alpha_{(\ell)}(t')+\dot P^\alpha_{(n)}(t'))]\,e^{(\tau-1)S_0(t,0)}-$$

$$-\int_0^1 d\tau\,e^{-\tau S_0(t,0)}\Delta[\beta_k(t)H_{ee}+\beta_n(t)H_{en}+\beta(H_{e\ell}+H_{n\ell})]\,e^{(\tau-1)S_0(t,0)}+\dots \qquad (3.17)$$

В разложении (3.17) удержаны лишь члены первого порядка по взаимодействию, определяющие уравнения эволюции в борновском приближении. $S_0(t,0)$ – оператор энтропии невзаимодействующих подсистем

$$S_0(t,0)=\Phi_0+\beta_k(H_\ell-V^\alpha P^\alpha-\mu'N)+(\beta_s-\beta_k)H_s+\beta_nH_n+\beta H_\ell,$$

$$\Phi_0=\ln Sp\exp\{-\beta_k(H_\ell-VP-\mu'N)-(\beta_s-\beta_k)H_s-\beta_nH_n-\beta H_\ell\}. \qquad (3.18)$$

§4. Общая система уравнений эффекта Феера в приближении эффективных параметров

В настоящей работе мы рассмотрим только стационарный процесс; соответственно будем считать, что все функции $F_m(t)$ не зависят от времени. Следует подчеркнуть, что считать процесс стационарным до вычисления оператора $S(t,0)$ нельзя, поскольку среди операторов P_m есть такие, которые не коммутируют с гамильтонианом $H_e+H_\ell+H_n$ невзаимодействующих подсистем. После исключения временных производных $\dot F_m(t)$ в выражении $\dot S(t,0)$ сумма членов, обусловленных такой некоммутативностью, обращается в нуль. Искомые стационарные уравнения эволюции найдем, усредняя операторные уравнения движения (3.10) по распределению (3.17). Уравнение баланса энергии электронов:

$$en_0E^\alpha V^\alpha=\int_{-\infty}^{0}dt\,e^{\epsilon t}(\dot H_{e(\ell)};(\beta_k-\beta)\dot H_{e(\ell)}(t)+(\beta_s-\beta_k)\dot H_{s(\ell)}(t)-$$

$$-\beta_k V^\alpha\dot P^\alpha_{(\ell)}(t))+\int_{-\infty}^{0}dt\,e^{\epsilon t}(\dot H_{e(n)};(\beta_k-\beta_n)\dot H_{e(n)}(t)+(\beta_s-\beta_k)\dot H_{s(n)}(t)-\beta_kV^\alpha\dot P^\alpha_{(n)}(t))=0. \qquad (4.1)$$

Уравнение баланса импульса электронов:

$$
\begin{aligned}
&e n_0 \left(E^{\alpha} + \frac{1}{C}\epsilon_{\alpha\beta\gamma} V^{\beta} H^{\gamma}\right) + \int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t} \left(\dot{P}^{\alpha}_{(\ell)} ;\, (\beta_k - \beta)\dot{H}_{e(\ell)}(t) + (\beta_s - \beta_k)\dot{H}_{s(\ell)}(t) - \right. \\
&\left. - \beta_k V^{\beta} \dot{P}^{\beta}_{(\ell)}(t)\right) + \int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t} \left(\dot{P}^{\alpha}_{(n)} ;\, (\beta_k - \beta_n)\dot{H}_{e(n)}(t) + (\beta_s - \beta_k)\dot{H}_{s(n)}(t) - \beta_k V^{\beta} \dot{P}^{\beta}_{(n)}(t)\right) = 0.
\end{aligned}
\tag{4.2}
$$

Уравнение баланса зеемановской энергии (продольной намагниченности) электронов:

$$
\begin{aligned}
&\int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t} \left(\dot{H}_{s(\ell)} ;\, (\beta_k - \beta)\dot{H}_{e(\ell)}(t) + (\beta_s - \beta_k)\dot{H}_{s(\ell)}(t) - \beta_k V^{\alpha} \dot{P}^{\alpha}_{(\ell)}(t)\right) + \\
&+ \int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t} \left(\dot{H}_{s(n)} ;\, (\beta_k - \beta_n)\dot{H}_{e(n)}(t) + (\beta_s - \beta_k)\dot{H}_{s(n)}(t) - \beta_k V^{\alpha} \dot{P}^{\alpha}_{(n)}(t)\right) = 0.
\end{aligned}
\tag{4.3}
$$

Уравнение баланса зеемановской энергии (продольной намагниченности) ядерных спинов:

$$
\begin{aligned}
&-\int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t} \left(\dot{H}_{e(n)} ;\, (\beta_k - \beta_n)\dot{H}_{e(n)}(t) + (\beta_s - \beta_k)\dot{H}_{s(n)}(t) - \right. \\
&\left. - \beta_k V^{\alpha} \dot{P}^{\alpha}_{(n)}(t)\right) + \int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t} \left(\dot{H}_{n(\ell)} ;\, \dot{H}_{n(\ell)}(t)\right)(\beta_n - \beta) = 0.
\end{aligned}
\tag{4.4}
$$

Система уравнений (4.1)-(4.4) определяет введенные нами функции F_m. В общем случае для решения этой системы необходимо вычислить все корреляционные функции, содержащиеся в ней. В борновском приближении по взаимодействиям эти корреляционные функции вычисляются элементарно. Ниже мы приведем общие выражения для корреляционных функций вида $L_{\ell} = \int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t} (\dot{A}_{(\ell)} ; \dot{B}_{(\ell)}(t))$ в борновском приближении для всех рассматриваемых механизмов взаимодействия, считая одноэлектронные операторы A и B диагональными в H_e - представлении.

А. Взаимодействие с фононами

$$
\begin{aligned}
L_{ph} &= \int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t} (\dot{A}_{(ph)} ; \dot{B}_{(ph)}(t)) = \frac{2\pi}{h} \sum_{\nu'\sigma', \nu\sigma; \vec{q}\lambda} (A_{\nu'\sigma'} - A_{\nu\sigma})(B_{\nu'\sigma'} - B_{\nu\sigma}) \times \\
&\times |U^{\vec{q}\lambda}_{eph}(\nu'\sigma'|\nu\sigma)|^2\, \Xi(\nu'\sigma'|\nu\sigma) N_{q\lambda} f_{\nu\sigma}(1 - f_{\nu'\sigma'})\, \delta(\epsilon_{\nu'\sigma'} - \epsilon_{\nu\sigma} - h\Omega_{q\lambda}),
\end{aligned}
\tag{4.5}
$$

$$
\Xi(\nu'\sigma'|\nu\sigma) = \frac{e^{y} - 1}{y}, \quad y = (\beta - \beta_k)(\epsilon_{\nu'\sigma'} - \epsilon_{\nu\sigma}) + (\beta_s - \beta_k) h\Omega_s (\sigma - \sigma') + \beta_k h\vec{q}\vec{V}.
$$

Б. Взаимодействие с немагнитными примесями

$$
\begin{aligned}
L_i &= \int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t} (\dot{A}_{(i)} ; \dot{B}_{(i)}(t)) = \frac{\pi}{h} \sum_{\nu'\sigma', \nu\sigma; \vec{q}} (A_{\nu'\sigma'} - A_{\nu\sigma})(B_{\nu'\sigma'} - B_{\nu\sigma}) \times \\
&\times |U^{\vec{q}}_{ei}(\nu'\sigma'|\nu\sigma)|^2\, \Xi(\nu'\sigma'|\nu\sigma) N_i f_{\nu\sigma}(1 - f_{\nu'\sigma'})\, \delta(\epsilon_{\nu'\sigma'} - \epsilon_{\nu\sigma}).
\end{aligned}
\tag{4.6}
$$

В. Взаимодействие с магнитными примесями

$$
\begin{aligned}
L_{mi} &= \int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t} (\dot{A}_{(mi)} ; \dot{B}_{(mi)}(t)) = \frac{\pi}{4h} \sum_{\nu'\sigma', \nu\sigma; \vec{q}\ell} (A_{\nu'\sigma'} - A_{\nu\sigma})(B_{\nu'\sigma'} - B_{\nu\sigma}) \times \\
&\times |U^{\vec{q}}_{emi}(\nu'|\nu)|^2\, \Xi(\nu'\sigma'|\nu\sigma) \{ e^2 \delta_{\sigma\sigma'} + [I(I+1) - e^2 - e(\sigma' - \sigma)](\sigma' - \sigma)^2 \} \times \\
&\times N_e f_{\nu\sigma}(1 - f_{\nu'\sigma'})\, \delta(\epsilon_{\nu'\sigma'} - \epsilon_{\nu\sigma} - (\sigma' - \sigma) h\Omega_{mi}).
\end{aligned}
\tag{4.7}
$$

Г. Взаимодействие с ядерными спинами. Соответствующая корреляционная функция совпадает с выражением (4.7), если в нем заменить матричные элементы электронно-примесного взаимодействия на матричные элементы взаимодействия с ядерными спинами и Ω_{mi} заменить на Ω_n.

В формулах (4.5)-(4.7) $f_{\nu\sigma} = \delta p(a^{+}_{\nu\sigma} a_{\nu\sigma} e^{-S_0(0,0)}) = [\exp(x) + 1]^{-1}$, $x = \beta_k (\epsilon_{\nu} - \vec{V}\vec{P}_{\nu} + \frac{mV}{2})^2 + \beta_s \sigma h \Omega_s - \beta_k \mu$ - неравновесная функция распределения электронов, $N_{q\lambda} = Sp(b^{+}_{q\lambda}\, b_{q\lambda}\, \bar{e}^{S_0(0,0)}) = [\exp(\beta h\Omega_{q\lambda}) - 1]^{-1}$ – функция распределения фононов, N_I – концентрация немагнитных примесей,

$N_{mI} = \exp(e\beta h\Omega_{mI}) \times [\sum_{\ell=-I}^{I} \exp(e\beta h\Omega_{mI})]$ – заселенности зеемановских подуровней магнитных примесей со спином I .

§5. Уравнение баланса ядерной намагниченности. Общее выражение для поляризации ядер в высокотемпературном приближении

Мы будем рассматривать область не слишком низких температур, в которой $\beta_n h\Omega_n < 1$, $\beta h\Omega_n < 1$ (высокотемпературное приближение). В связи с этим оператор $\bar{e}^{S_0(0,0)}$ можно разложить по степеням выражения $\beta_n h\Omega_n$ и ограничиться первым членом этого разложения. Тогда уравнение (4.4) может быть разрешено относительно β_n в общем виде. Введем предварительно выражения:

$$T_{ne}^{-1} = \frac{1}{(H_n;H_n)} \int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t} (\dot{H}_{e(n)}; \dot{H}_{e(n)}(t)), \tag{5.1}$$

$$T_{n\ell}^{-1} = \frac{1}{(H_n;H_n)} \int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t} (\dot{H}_{n(\ell)}; \dot{H}_{n(\ell)}(t)), \tag{5.2}$$

представляющие собой обратные времена релаксации продольной намагниченности ядер на электронах проводимости и решетке соответственно. Выражение (5.2) не содержит зависимости от внешних полей, и мы будем считать его известным; величина $T_{n\ell}$ вычислялась в ряде работ по ядерной магнитной релаксации/10/. Функция $(H_n;H_n)$ в высокотемпературном приближении равна:

$$(H_n;H_n) \cong \frac{1}{3}(h\Omega_n)^2\, I(I+1), \tag{5.3}$$

Из выражения (4.7) для корреляционной функции L_n следует, что две другие корреляционные функции в уравнении (4.4) в борновском приближении пропорциональны друг другу:

$$h\Omega_s \int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t} (\dot{H}_{e(n)}; \dot{H}_{e(n)}(t)) = h\Omega_n \int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t} (\dot{H}_{e(n)}; \dot{H}_{s(n)}(t)). \tag{5.4}$$

Теперь из уравнения (4.4) получаем отношение ядерной намагниченности в неравновесной системе к ее термодинамически равновесному значению в виде $(\eta \equiv 1 - \beta_s/\beta_k)$

$$I^* \equiv \frac{\beta_n}{\beta} = \frac{\beta_k}{\beta}\left[1 - \eta\, \frac{\Omega_s}{\Omega_n} - \frac{V^a \int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t} (\dot{H}_{e(n)}; \dot{P}^a_{e(n)}(t))}{\int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t} (H_{e(n)}; H_{e(n)}(t))}\right] \frac{T_{n\ell}}{T_{ne} + T_{n\ell}} + \frac{T_{ne}}{T_{ne} + T_{n\ell}}. \tag{5.5}$$

Отношение корреляторов в квадратной скобке формулы (5.5) $\approx -\frac{\Omega_s}{\Omega_n}\frac{mV^2}{\bar{\epsilon}}$,

где $\bar{\epsilon}$ – средняя энергия теплового движения электронов[x/], и вклад его в ядерную поляризацию мал по сравнению со вторым членом этой же скобки, если процессы спин-решеточной релаксации электронов проводимости обусловлены неупругим рассеянием. При почти упругом рассеянии электронов (немагнитные примеси, длинноволновые акустические фононы) вклад обоих этих членов может быть величины одного порядка. В этом случае, однако, весь эффект оказывается малым. Формула (5.5) в общих чертах напоминает выражение для ядерной поляризации в эффекте Оверхаузера/3,10/ и дает возможность сделать ряд качественных выводов о поведении ядерной поляризации в эффекте Феера:

[x/] Это отношение другим методом вычислено в работах/11,12/ и равно

$$-\frac{\Omega_s}{\Omega_n}\left(\frac{1}{3}\beta_k\, mV^2\, \frac{f(0)}{\bar{f}_0(\beta_k\mu)}\right), \quad f(0) = [\exp(-\beta_k\,\mu) + 1]^{-1}.$$

1. При прочих равных условиях поляризация ядер тем больше, чем больше отношение $T_{n\ell}/T_{ne}$ времен релаксации ядерных спинов. Следует отметить, что для невырожденных электронов проводимости в сильных электрических полях это отношение может быть гораздо больше, чем в равновесном случае, поскольку, как легко показать, T_{ne} убывает с ростом электрического поля. Несложные вычисления корреляционной функции (5.1) для случая контактного взаимодействия электронов и ядер в умеренно сильных (неквантующих) магнитных полях дают следующую связь времен релаксации T_{ne} и $T_{ne}(0)$, соответствующую случаю E=0 /13/:

$$T_{ne}^{-1} = T_{ne}^{-1}(0)\left(\frac{\beta}{\beta_{kn}}\right)^2 F_0(\beta_k\mu)/F_0(\beta\mu_0), \tag{5.6}$$

где $F_n(\lambda)$ – интегралы Ферми. Таким образом, для невырожденной статистики T_{ne}^{-1} растет как квадратный корень из эффективной кинетической температуры электронов проводимости. Это соотношение можно использовать для прямого измерения кинетической температуры электронов β_k^{-1}.

2. Для неупругих процессов рассеяния зависимость относительной поляризации от электрического поля определяется соотношением между β_s и β_k. Нетрудно видеть, что формула (5.5) находится в соответствии с качественной трактовкой эффекта Феера, изложенной в §1. Если релаксация ядерных спинов обусловлена сверхтонким взаимодействием, а механизм релаксации намагниченности электронов обеспечивает постоянство β_s (магнитные примеси с малым временем спин-решеточной релаксации), то величина I^* в функции напряженности электрического поля, как это следует из формулы (5.5), сначала растет, а затем стремится к насыщению. Если же β_s убывает с электрическим полем (т.е. спиновая температура электронов увеличивается), то ядерная поляризация должна проходить через максимум или минимум в зависимости от знаков величины η и отношения магнитных моментов электрона и ядра. В случае, если релаксация ядерных спинов обусловлена главным образом взаимодействием с решеткой, зависимость I^* от электрического поля определяется также

поведением времени ядерно-электронной релаксации T_{ne} как функции E. Для получения количественных выводов необходимо решить систему уравнений (4.1)-(4.3).

§6. Уравнения баланса импульса, энергии и намагниченности электронов для слабонеупругого рассеяния

Рассмотрим уравнения (4.1)-(4.3) в следующих приближениях:

1. Средняя энергия $\overline{\Delta\epsilon}$, теряемая электроном в столкновениях с решеткой, меньше средней энергии $\bar{\epsilon}$ его хаотического движения: $\overline{\Delta\epsilon} < \bar{\epsilon}$ (акустические фононы, немагнитные примеси, магнитные примеси при $\hbar\Omega_{ml} < \bar{\epsilon}$, оптические фононы при высоких температурах).

2. Будем считать, что разность между кинетической и спиновой температурами электронов мала по сравнению с величиной этих температур и ограничимся линейным приближением по параметру насыщения $\eta = 1 - \dfrac{\beta_s}{\beta_k}$ в уравнениях баланса.

3. Рассеяние на ядерных спинах практически не играет роли в кинетике электронов проводимости ввиду малости электронно-ядерных взаимодействий по сравнению со взаимодействием между электронами и решеткой. Поэтому в уравнениях (4.1)-(4.3) все корреляционные функции, соответствующие рассеянию на ядерных спинах, не учитываются.

4. Средняя скорость упорядоченного движения электронов мала по сравнению со скоростями их хаотического движения: $mV^2 \ll \bar{\epsilon}$.

5. Вероятности столкновений электронов с фононами и немагнитными примесями, сопровождающихся переворотом электронного спина, меньше вероятностей рассеяния с сохранением ориентации спина. Поэтому в уравнениях баланса импульса и энергии электронов учитываются только диагональные по спину матричные элементы $H_{e\ell}$.

В рамках сделанных предположений уравнения баланса импульса и энергии приводятся к виду

$$en_0 E^\alpha V^\alpha + (\beta_k - \beta)\int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t}\,(\dot{H}_{e(\ell)}; \dot{H}_{e(\ell)}(t)) = 0, \tag{6.1}$$

$$e n_0 \left(E^\alpha + \frac{1}{c}\epsilon_{\alpha\beta\gamma} V^\beta H^\gamma\right) - \beta_k V^\beta \int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t} \left(\dot P^\alpha_{(\ell)}; \dot P^\beta_{(\ell)}(t)\right) = 0. \tag{6.2}$$

Пренебрегая в выражении $S_0(0,0)$ членами $\beta_k \vec V \vec P$ и $(\beta_s - \beta_k) H_s$, мы можем отделить эти два уравнения от остальной системы. Введя частоты релаксации импульса электронов

$$\omega^{\parallel}_{e\ell} = \frac{\beta_k}{m n_0}\int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t} \left(\dot P^z_{(\ell)}; \dot P^z_{(\ell)}(t)\right),$$

$$\omega^{\perp}_{e\ell} = \frac{\beta_k}{2 m n_0}\int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t} \left(\dot P^{\perp\alpha}_{(\ell)}; \dot P^{\perp\alpha}_{(\ell)}(t)\right), \tag{6.3}$$

где P^z и $P^{\perp\alpha}$ – компоненты полного импульса электронов, параллельные и перпендикулярные направлению внешнего магнитного поля $\vec H$, можно легко решить уравнение (6.2).

$$V^z = \frac{eE^z}{m\omega^{\parallel}_{e\ell}}, \quad V^x \pm iV^y = \frac{e}{m}\,\frac{\omega^{\perp}_{e\ell} \mp i\omega_0}{\omega^{\perp 2}_{e\ell} + \omega_0^2}\left(E^x \pm iE^y\right), \tag{6.4}$$

где $\omega_0 = \frac{eH}{mc}$. Уравнение (6.1) можно решить в общем виде только в случае слабого разогрева, когда $\beta_k \approx \beta$, положив в операторе $S_0(0,0)$ $\beta = \beta$. Результат имеет вид

$$\beta_k^{-1} = \beta^{-1}\left\{1 + \frac{\beta n_0 e^2 E^2}{m C_e}\tau_{e\ell}\left[\frac{\cos^2\theta}{\omega^{\parallel}_{e\ell}} + \frac{\sin^2\theta\, \omega_{e\ell}}{\omega^{\perp 2}_{e\ell} + \omega_0^2}\right]\right\}, \tag{6.5}$$

где $\tau_{e\ell}$ – время релаксации энергии электронов, определяемое через коррелятор вида

$$\tau^{-1}_{e\ell} = \frac{\beta^2}{C_e}\int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t}\left(\dot H_{e(\ell)}; \dot H_{e(\ell)}(t)\right), \tag{6.6}$$

а C_e есть электронная теплоемкость, имеющая вид

$$C_e = \beta^2\left\{(H_e - \mu N; H_e - \mu N) - \frac{(N_e - \mu N; N)(N; H_e - \mu N)}{(N;N)}\right\}. \tag{6.7}$$

При вычислении корреляционных функций в этих формулах нужно полагать $\beta_k = \beta_s = \beta$; $V = 0$. Для нахождения эффективной температуры электронов в общем случае необходимо вычислить корреляторы в уравнениях (6.1) и (6.2). Общие выражения для них даны в §4. Опуская громоздкие, но простые выкладки, мы приведем лишь окончательные результаты, выражающие зависимость частот релаксации импульса (6.3) и интеграла $L = (\beta_k - \beta)\int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t}(\dot H_{e(\ell)}; \dot H_{e(\ell)}(t))$, определяющего потери энергии электронов, от эффективной температуры β_k^{-1} в случае неквантующего магнитного поля (отметим, что при этом $\omega^{\parallel}_{e\ell} = \omega^{\perp}_{e\ell} = \omega_{e\ell}$).

Акустические фононы:

$$\omega_{eph} = \omega_{eph}(0)\left(\frac{\beta}{\beta_k}\right)^{\frac{t+3}{2}} F_{\frac{t+1}{2}}(\beta_k\mu)/F_{\frac{t+1}{2}}(\beta\mu_0),$$

$$L = -\left(\frac{\beta}{\beta_k} - 1\right) 3 m n_0 s^2 \omega_{eph}(0)\left(\frac{\beta}{\beta_k}\right)^{\frac{t+3}{2}} F_{\frac{t+1}{2}}(\beta_k\mu)/F_{\frac{t+1}{2}}(\beta\mu_0), \tag{6.8}$$

s – скорость звука в кристалле, $\mu_0 = \mu(E=0)$.

Немагнитные примеси:

$$\omega_{ei} = \omega_{ei}(0)\left(\frac{\beta}{\beta_k}\right)^{\frac{t+4}{2}} F_{\frac{t+2}{2}}(\beta_k\mu)/F_{\frac{t+2}{2}}(\beta\mu_0). \tag{6.9}$$

Оптические фононы, $h\Omega_0 < \bar\epsilon$, $\beta h\Omega_0 < 1$:

$$\omega_{eph} = \omega_{eph}(0)\left(\frac{\beta}{\beta_k}\right) F_0(\beta_k\mu)/F_0(\beta\mu_0),$$

$$L = -\left(\frac{\beta}{\beta_k} - 1\right) 3 m n_0 \omega_{eph}(0)\frac{(h\Omega_0)^2\beta}{4m}\,\ln\left(\frac{4}{\beta h\Omega_0}\right)\frac{f(0)}{F_0(\beta\mu_0)}, \tag{6.10}$$

$$f(0) = [\exp(-\beta_k\mu) + 1]^{-1}.$$

Магнитные примеси:

$$\omega_{emi} = \omega_{emi}(0)\left(\frac{\beta}{\beta_k}\right)^2 F_1(\beta_k\mu)/F_1(\beta\mu_0),$$

$$L = -\left(\frac{\beta}{\beta_k} - 1\right) 3mn_0\omega_{emi}(0)\frac{(\hbar\Omega_{mi})^2\beta}{4m}\left(\frac{\beta}{\beta_k}\right)\frac{F_0(\beta_k\mu)}{F_1(\beta\mu_0)}. \tag{6.11}$$

Здесь F_n – интегралы Ферми, а $\omega_{..}(0)$ означает частоты релаксации импульса при $E=0$. Выражения (6.8)-(6.11) позволяют легко выразить β_k в функции дрейфовой скорости V для каждой комбинации механизмов рассеяния энергии и импульса, используя уравнение

$$mnV^2\omega_{e\ell} + (\beta_k - \beta)\int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t}(\dot{H}_{e(\ell)}; \dot{H}_{e(\ell)}(t)) = 0, \tag{6.12}$$

вытекающее из системы (6.1), (6.2). Явные выражения для зависимости $\beta_k(V)$ можно найти в работе /14/.

Перейдем теперь к уравнению баланса зеемановской энергии электронов проводимости. Отметим прежде всего, что линейное по параметру η приближение позволяет ввести время релаксации продольной намагниченности носителей тока $T_{s\ell}$:

$$T_{s\ell}^{-1} = \frac{\beta_s^2}{C_{ss}}\int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t}(\dot{H}_{s(\ell)}; \dot{H}_{s(\ell)}(t)), \tag{6.13}$$

$$C_{ss} = \beta_s^2\left\{(H_s; H_s) - \frac{(H_s;N)(N;H_s)}{(N;N)}\right\}. \tag{6.14}$$

При вычислении корреляционных функций в этих формулах следует положить $\beta_s = \beta_k$ и можно ограничиться нулевым приближением по параметру V. Коррелятор (6.13) – того же типа, что и рассмотренные в §4. Нас интересует зависимость его от β_k; поэтому мы приведем только результаты

вычисления $T_{s\ell}$, выраженные через времена релаксации электронного спина $T_{s\ell}(0)$ при $E=0$ (последние детально вычислялись в работе /15/).

Акустические фононы:

$$T_{sph}^{-1} = T_{sph}^{-1}(0)\left(\frac{\beta}{\beta_k}\right)^{\frac{t'+r+3}{2}}\frac{F_{\frac{t'+r-1}{2}}(\beta\mu)F_{1/2}(\beta\mu)F_{-1/2}(\beta\mu)}{F_{\frac{t'+r-1}{2}}(\beta\mu_0)F_{1/2}(\beta\mu_0)F_{-1/2}(\beta_k\mu)}. \tag{6.15}$$

Немагнитные примеси:

$$T_{si}^{-1} = T_{si}^{-1}(0)\left(\frac{\beta}{\beta_k}\right)^{\frac{t'+r+4}{2}}\frac{F_{\frac{t'+r}{2}}(\beta_k\mu)F_{1/2}(\beta\mu)F_{-1/2}(\beta\mu_0)}{F_{\frac{t'+r}{2}}(\beta\mu_0)F_{1/2}(\beta\mu_0)F_{-1/2}(\beta_k\mu)}. \tag{6.16}$$

Оптические фононы, $\hbar\Omega_0 < \bar{\epsilon}$, $\beta\hbar\Omega_0 < 1$:

$$T_{sph}^{-1} = T_{sph}^{-1}(0)\left(\frac{\beta}{\beta_k}\right)^{\frac{t'+r+4}{2}}\frac{F_{\frac{t'+r}{2}}(\beta_k\mu)F_{1/2}(\beta_k\mu)F_{-1/2}(\beta\mu_0)}{F_{\frac{t'+r}{2}}(\beta\mu_0)F_{1/2}(\beta\mu_0)F_{-1/2}(\beta\mu_0)}. \tag{6.17}$$

Магнитные примеси (или ядерные спины):

$$T_{smi}^{-1} = T_{smi}^{-1}(0)\left(\frac{\beta}{\beta_k}\right)^2\frac{F_0(\beta_k\mu)F_{1/2}(\beta_k\mu)F_{-1/2}(\beta\mu_0)}{F_0(\beta\mu_0)F_{1/2}(\beta\mu_0)F_{-1/2}(\beta_k\mu)}. \tag{6.18}$$

Отметим, что для невырожденных электронов времена релаксации спина в электрическом поле сильно уменьшаются /14/. Это обстоятельство также можно использовать для прямых измерений величины β_k и идентификации механизмов рассеяния носителей тока.

После введения времени релаксации электронного спина решение уравнения (4.3) можно записать в виде

$$\eta = \sum_k \eta_k T_{sk}^{-1} / \sum_k T_{sk}^{-1} , \tag{6.19}$$

где индекс k определяет механизм спин-решеточной релаксациии. Каждая из корреляционных функций в уравнении (4.3) относится к виду, рассмотренному в §4. Дело сводится, таким образом, к вычислению ряда интегралов и сумм. Опуская детальные расчёты, мы приведем лишь окончательные результаты для параметров η_k, соответствующих различным механизмам рассеяния.

Магнитные примеси:

$$\eta_{mi} = -\left(\frac{\beta}{\beta_k} - 1\right)\frac{\Omega_{mi}}{\Omega_s} . \tag{6.20}$$

Оптические фононы, $h\Omega_0 < \bar{\epsilon}$, $\beta h\Omega_0 < 1$:

$$\eta_{ph} = -\left(\frac{\beta}{\beta_k} - 1\right) - (\beta_k h\Omega_0)^3 \frac{\partial}{\partial(\beta_k\mu)} F_{-1}(\beta_k\mu)/F_1(\beta_k\mu),$$

$$\eta_{ph} \approx -\left(\frac{\beta}{\beta_k} - 1\right)\left(\frac{h\Omega_0}{\bar{\epsilon}}\right)^3 . \tag{6.21}$$

В случае статистики Максвелла интеграл F'_{-1} расходится на нижнем пределе; в соответствии с ограничениями, накладываемыми на переменную интегрирования при выводе формулы (6.21), расходимость устраняется заменой нижнего предела на величину $\beta_k h\Omega_0 < 1$.

Акустические фононы (мы приводим здесь соответствующее значение параметра η с точностью до численных множителей порядка единицы; более точно это выражение вычислено в работе/12/):

$$\eta_{ph} \approx + \frac{mV^2}{\bar{\epsilon}} - \left(\frac{ms^2}{\bar{\epsilon}}\right)^{3/2}\left(\frac{\beta}{\beta_k} - 1\right). \tag{6.22}$$

Немагнитные примеси:

$$\eta_i = \frac{mV^2}{3}\beta_k (t+r) F_{\frac{t+r-2}{2}}(\beta_k\mu)/F_{\frac{t+r}{2}}(\beta_k\mu),$$

$$\eta_i \approx \frac{mV^2}{\bar{\epsilon}} . \tag{6.23}$$

В последних двух случаях ввиду практически упругого рассеяния необходимо учитывать корреляционную функцию, содержащую произведение $(\dot{H}_{s(\beta)}; \dot{P}_{e(\beta)}(t))$. При чисто упругом рассеянии, как в (6.23), только этот коррелятор вносит вклад в разность $\beta_k - \beta_s$. При рассеянии на магнитных примесях и оптических фононах учёт этого члена дает лишь малые поправки к (6.20) и (6.21). Отметим, что знаки величин η_k соответствуют понижению спиновой температуры электронов по сравнению с их кинетической температурой при рассеянии на магнитных примесях и оптических фононах и повышению спиновой температуры при рассеянии на немагнитных примесях. При рассеянии на акустических фононах знак эффекта зависит от численных значений параметров. Именно, при

$$\left(\frac{ms^2}{\bar{\epsilon}}\right)^{1/2}\frac{\omega_{e\ell}}{\omega'_{e\ell}} < 1 , \tag{6.24}$$

где $\omega_{e\ell}$ – наблюдаемая частота рассеяния электронного импульса, а $\omega'_{e\ell}$ – частота релаксации импульса электронов, обусловленная механизмом рассеяния, ответственным за релаксацию энергии, $\beta_s < \beta_k$, как и в случае немагнитных примесей; при обратном неравенстве $\beta_s > \beta_k$.

§7. Уравнения баланса в случае неупругого рассеяния на оптических фононах

Рассмотрим теперь рассеяние электронов на оптических фононах при температурах ниже дебаевской. Будем считать, что $\beta h\Omega_0 > 1$, $h\Omega_0 > \bar{\epsilon}$. В этих условиях в уравнениях (4.1)–(4.3) нужно учитывать смешанные корреляционные функции, которые также относятся к типу рассмотренных в §4. В борновском приближении по взаимодействию электронов с фононами, учитывая явные выражения §4 для корреляционных функций, получаем уравнения баланса в виде

$$e n_0 E V = \sum_{\nu'\sigma',\nu\sigma;\vec{q}\lambda} h\Omega_{q\lambda} W^{\vec{q}\lambda}_{eph}(\nu'\sigma'|\nu\sigma), \tag{7.1}$$

$$e n_0 (E^{\alpha} + \frac{1}{c}\epsilon_{\alpha\beta\gamma} V^{\beta} H^{\gamma}) = \sum_{\nu'\sigma',\nu\sigma;\vec{q}\lambda} h q^{\alpha} W^{\vec{q}\lambda}_{eph}(\nu'\sigma'|\nu\sigma), \tag{7.2}$$

$$h\Omega_s \sum_{\nu'\sigma',\nu\sigma;\vec{q}\lambda} (\sigma-\sigma') W^{\vec{q}\lambda}_{eph}(\nu'\sigma'|\nu\sigma) = 0, \tag{7.3}$$

где

$$W^{\vec{q}\lambda}_{eph}(\nu'\sigma'|\nu\sigma) = \frac{2\pi}{h} |U^{\vec{q}\lambda}_{eph}(\nu'\sigma'|\nu\sigma)|^2 \{(N_{q\lambda}+1) f_{\nu'\sigma'}(1-f_{\nu\sigma}) - N_{q\lambda} f_{\nu'\sigma'}(1-f_{\nu\sigma})\} \delta(\epsilon_{\nu'\sigma'} - \epsilon_{\nu\sigma} - h\Omega_{q\lambda}). \tag{7.4}$$

Из (7.1) и (7.2) получаем

$$\sum_{\nu'\sigma',\nu\sigma;\vec{q}\lambda} (h\Omega_{q\lambda} - h\vec{q}V) W^{\vec{q}\lambda}_{eph}(\nu'\sigma'|\nu\sigma) = 0. \tag{7.5}$$

Мы рассмотрим здесь случай невырожденной статистики электронов. Правая часть уравнения (7.2) в линейном по дрейфовой скорости V приближении может быть записана в виде $m n_0 V \omega_{eph}$, где частота релаксации импульса совпадает с выражением, полученным в линейной теории/16/. Правая часть уравнения (7.1) приводится к виду

$$\frac{3}{2}\{1 - e^{(\beta_k - \beta) h\Omega_0}\} \frac{n_0 \omega_{eph}}{\beta}. \tag{7.6}$$

Теперь уравнение баланса энергии (7.5) легко решается:

$$\beta_k^{-1} = \beta^{-1}\left(1 + \frac{2}{3}\frac{mV^2}{h\Omega_0}\right). \tag{7.7}$$

Уравнение (7.4) баланса продольного спина электронов в линейном приближении по параметру $\eta = 1 - \frac{\beta_s}{\beta_k}$ дает

$$\eta_{ph} = -\operatorname{th}\left[\frac{h\Omega_0}{2}(\beta - \beta_k)\right]. \tag{7.8}$$

Этот результат в соответствии с качественным описанием эффекта Феера (§1) означает, что $\beta_s > \beta_k$. Если рассеяние импульса, энергии и спина электронов обусловлено оптическими фононами,

$$\eta_{ph} = -\operatorname{th}\left(\frac{1}{3}\beta m V^2\right). \tag{7.9}$$

§8. Ядерная поляризация

Приближенные решения уравнений баланса, полученные в предыдущих параграфах, дают возможность оценить величину ядерной поляризации и зависимость ее от плотности тока (или напряженности электрического поля). Рассмотрим подробнее случаи, когда эффект оказывается наибольшим; примем для определенности, что $\frac{\Omega_s}{\Omega_n} > 0$, $T_{ne} < T_{n\ell}$.

1. Р а с с е я н и е с п и н а н а м а г н и т н ы х п р и м е с я х с м а л ы м в р е м е н е м с п и н - р е ш е т о ч н о й р е л а к с а ц и и. При малых E поляризация I^* растет, как E^2 (или V^2); в сильных полях I^* стремится к насыщению. Максимально возможное значение ядерной поляризации $I^*_{max} < \frac{\Omega_{mi}}{\Omega_n}$; направление противоположно направлению поляризации в эффекте Оверхаузера.

2. Р а с с е я н и е с п и н а н а о п т и ч е с к и х ф о н о н а х при $\beta h\Omega_0 < 1$, $h\Omega_0 < \bar{\epsilon}$. При малых E поляризация растет, как E^2, затем проходит через максимум и далее стремится к нулю. Максимально возможное значение ядерной поляризации $I^*_{max} \lessapprox \frac{\Omega_s}{\Omega_n}\left(\frac{h\Omega_0}{\bar{\epsilon}}\right)^3$; направление противоположно направлению поляризации в эффекте Оверхаузера.

3. Р а с с е я н и е с п и н а н а о п т и ч е с к и х ф о н о н а х при $\beta h\Omega_0 > 1$, $h\Omega_0 > \bar{\epsilon}$. При малых E поляризация растет, как E^2, затем проходит через максимум и далее стремится к нулю. Максимально возможное значение поляризации ядер $I^*_{max} \lessapprox \frac{\Omega_s}{\Omega_n}$. Максимум поляризации достижим в условиях, когда релаксация импульса и энергии электронов обусловлена слабонеупругим механизмом рассеяния. Так, если энергия и импульс релаксируют на акустических фононах, то максимум поляризации соответствует значениям дрейфовой скорости электронного потока $V \approx s/(\beta h\Omega_0)^{1/2}$, что, очевидно, легко достижимо в эксперименте. Если же импульс рассеивается на примесях, а энергия на акустических фононах, то максимуму соответствуют еще меньшие значения V. Направление поляризации ядер противоположно поляризации в эффекте Оверхаузера.

4. Р а с с е я н и е с п и н а н а н е м а г н и т н ы х п р и м е с я х. Направление поляризации совпадает с поляризацией в эффекте Оверхаузера. При малых E I^* убывает, как E^2, затем меняет знак. Дальнейшее поведение I^* определяется зависимостью β_k от V.

5. Р а с с е я н и е с п и н а н а а к у с т и ч е с к и х ф о н о н а х. При выполнении неравенства (7.24) поляризация ядер такая же, как и в случае немагнитных примесей. В случае обратного неравенства I^* при малых E, растет, как E^2, затем проходит через максимум и далее стремится к нулю. Максимально возможное значение поляризации

$I^*_{max} \lessapprox \frac{\Omega_s}{\Omega_n}\left(\frac{ms^2}{\bar{\epsilon}}\right)^{3/2}$. Направление поляризации противоположно эффекту Оверхаузера.

Наибольшая поляризация ядер соответствует рассеянию спина электронов проводимости на оптических фононах при температурах ниже дебаевской и магнитных примесях с малым временем спин-решеточной релаксации.

Л и т е р а т у р а

1. G. Feher. Phys. Rev. Lett., 3, 135 (1959).
2. W.Clark, G.Feher. Phys. Rev. Lett., 10, 134 (1963).
3. A.Overhauser. Phys. Rev., 92, 411 (1953).
4. Y.Yafet. Sol. St. Phys., 14, 1 (1964).
5. Л.Д.Амбуладзе, Л.Л.Буишвили. ФТП, 2, 263 (1968).
6. С.Т.Павлов, Ю.А.Фирсов. ФТТ, 7, 2634 (1965).
7. Н.Н.Боголюбов. Проблемы динамической теории в статистической физике. Гостехиздат, М, 1946.
8. Д.Н.Зубарев. ДАН СССР, 140, 92 (1961); 162, 52 (1965); 164, 573 (1965).
9. Д.Н.Зубарев, В.П.Калашников. ТМФ, 1, №1 (1969).
10. А.Абрагам. Ядерный магнетизм. ИЛ, М., 1963.
11. В.П.Калашников. ФТТ, 7, 3180 (1965).
12. В.П.Калашников,. Phys. St. Sol., 15, 473(1966).
13. В.П.Калашников. ФММ, 20, 295 (1965).
14. В.П. Калашников. ФТТ, 8, 2130 (1966).
15. В.П.Калашников. ФТТ, 9, 634 (1967); ЖЭТФ, 51, 1417 (1966); ФТП, 1, 1281 (1967); Phys. St. Sol. , 21, 775(1967).
16. А.И.Ансельм. Введение в теорию полупроводников, Физматгиз, М.-Л., 1962.

Рукопись поступила в издательский отдел
18 ноября 1969 года.