ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р4 - 4719

Е.Б.Бальбуцев

ОСТАТОЧНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ И ЭФФЕКТЫ ПЕРЕСТРОЙКИ В АТОМНЫХ ЯДРАХ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1969

P4 - 4719

Е.Б.Бальбуцев

ОСТАТОЧНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ И ЭФФЕКТЫ ПЕРЕСТРОЙКИ В АТОМНЫХ ЯДРАХ

Направлено в журнал
"Теоретическая и математическая физика"

I

В работе [1] впервые была предпринята попытка рассчитать остаточное взаимодействие, используемое в модели оболочек, исходя из реалистических двухчастичных сил (потенциал Хамада-Джонстона). Трудности, связанные с твердой сердцевиной потенциала Хамада-Джонстона, были обойдены с помощью теории матрицы реакции (G – матрица). Для ядер ^{18}O и ^{18}F были вычислены двухчастичные матричные элементы в модельном пространстве (s–; d – оболочка), при этом учитывались частично-дырочные возбуждения "остова" (нуклоны в заполненной оболочке). Оказалось, что даже этот частичный учёт поляризации "остова" нуклонами в незаполненной оболочке позволяет получить неплохое согласие с экспериментом для спектров ^{18}O и ^{18}F .

В связи с этим успехом представляет интерес получить остаточное взаимодействие другим способом – варьируя потенциальную энергию ядра по плотности. В работе [2] это уже делалось, но использовалась феноменологически определенная зависимость энергии от плотности. Здесь потенциальная энергия будет вычисляться на основе потенциала Хамада-Джонстона и теории G -матрицы. При этом появляется возможность выделить из остаточного взаимодействия и исследовать так называемые эффекты перестройки, возникающие из-за зависимости G -матрицы от плотности.

II

В работе[2] показано, что, как и в теории ферми-жидкости, остаточное взаимодействие в ядерных моделях, связанных с методом Хартри-Фока, можно получить, взяв вторую вариационную производную от потенциальной энергии ядра по элементам матрицы плотности. Для потенциальной энергии можно написать:

$$E_{\text{пот.}} = \frac{1}{2}\, \mathrm{tr}_1 \mathrm{tr}_2\, G_{12}(\rho)\, \rho_1\, \rho_2 \;, \tag{1}$$

где $G_{12}(\rho)$ – матрица реакции, ρ_1 – матрица плотности, tr_1 означает интегрирование по координатам матрицы плотности ρ_1. Тогда

$$\frac{\delta^2 E_{\text{пот.}}}{\delta\rho_3\,\delta\rho_4}\Big|_{\rho=\rho_0} = G_{34}(\rho_0) + \Big[\mathrm{tr}_1 \frac{\delta G_{14}(\rho)}{\delta\rho_3}\rho_1 + \mathrm{tr}_1 \frac{\delta G_{13}(\rho)}{\delta\rho_4}\rho_1 + \frac{1}{2}\mathrm{tr}_1\mathrm{tr}_2 \frac{\delta^2 G_{12}(\rho)}{\delta\rho_3\,\delta\rho_4}\rho_1\rho_2\Big]_{\rho=\rho_0} . \tag{2}$$

Второй член в этой формуле и есть поправка к остаточному взаимодействию, которую называют обычно "эффектом перестройки". Теперь надо выяснить, как осуществить это варьирование практически. С этой целью перепишем выражение для потенциальной энергии в виде

$$E_{\text{пот.}} = \frac{1}{2}\sum_{a,b} \int G(\vec r_1, \vec r_2)\,\phi_a^*(\vec r_1)\,\phi_b^*(\vec r_2)\,\phi_a(\vec r_1)\,\phi_b(\vec r_2)\, d\vec r_1\, d\vec r_2 , \tag{3}$$

где $\phi_a(\vec r)$ – одночастичные волновые функции гармонического осциллятора, a – соответствующие квантовые числа. Вычислим вторую вариационную производную:

$$\begin{aligned}
\frac{\delta^2 E_{\text{пот.}}}{\delta\rho_4\,\delta\rho_3} = \frac{1}{2}\sum_{a,b} \int \Big\{ & G(\vec r_1, \vec r_2)\, \frac{\delta^2 [\phi_a^*(\vec r_1)\,\phi_b^*(\vec r_2)\,\phi_a(\vec r_1)\,\phi_b(\vec r_2)]}{\delta\rho_3\,\delta\rho_4} + \\
& + \frac{\delta G(\vec r_1, \vec r_2)}{\delta\rho_4} \cdot \frac{\delta[\phi_a^*(\vec r_1)\,\phi_b^*(\vec r_2)\,\phi_a(\vec r_1)\,\phi_b(\vec r_2)]}{\delta\rho_3} + \\
& + \frac{\delta G(\vec r_1, \vec r_2)}{\delta\rho_3} \cdot \frac{\delta[\phi_a^*(\vec r_1)\,\phi_b^*(\vec r_2)\,\phi_a(\vec r_1)\,\phi_b(\vec r_2)]}{\delta\rho_4} + \\
& + \frac{\delta^2 G(\vec r_1, \vec r_2)}{\delta\rho_4\,\delta\rho_3}\,\phi_a^*(\vec r_1)\,\phi_b^*(\vec r_2)\,\phi_a(\vec r_1)\,\phi_b(\vec r_2)\Big\}\, d\vec r_1\, d\vec r_2 .
\end{aligned} \tag{4}$$

Первый член здесь дает просто $G(\vec r_1, \vec r_2)$, и в дальнейшем мы не будем его рассматривать. Поскольку G – матрица зависит только от $(\vec r_1 - \vec r_2)$, удобно сделать замену переменных

$$\vec r = \frac{\vec r_1 - \vec r_2}{\sqrt{2}} , \qquad \vec R = \frac{\vec r_1 + \vec r_2}{\sqrt{2}} .$$

Тогда

$$\phi_a(\vec r_1)\,\phi_b(\vec r_2) = \sum_{\alpha,\beta} M(ab, \alpha\beta)\, \phi_\alpha(\vec r)\, \Phi_\beta(\vec R), \tag{5}$$

где $M(ab,\alpha\beta)$ – коэффициенты Броди-Мошинского[3]. Подставляя (5) в (4 и выполняя интегрирование по $\vec R$, получаем

$$\begin{aligned}
\Delta F_{\text{ост.}} = \frac{1}{2}\sum_{ab\alpha\alpha'\beta} M(ab,\alpha\beta)\,M(ab,\alpha'\beta) \int \Big\{ & \frac{\delta G(\vec r)}{\delta\rho_4}\, \frac{\delta[\phi_\alpha^*(\vec r)\,\phi_{\alpha'}(\vec r)]}{\delta\rho_3} + \\
& + \frac{\delta G(\vec r)}{\delta\rho_3}\, \frac{\delta[\phi_\alpha^*(\vec r)\,\phi_{\alpha'}(\vec r)]}{\delta\rho_4} + \frac{\delta^2 G(\vec r)}{\delta\rho_4\,\delta\rho_3}\,\phi_\alpha^*(\vec r)\,\phi_{\alpha'}(\vec r)\Big\}\, d\vec r .
\end{aligned} \tag{6}$$

Сделаем предположение, что G – матрица зависит только от средней плотности вещества и не меняется ни при изменении формы ядерной поверхности, ни при перераспределении вещества, при котором сохраняется среднеквадратичный радиус ядра $\langle r^2 \rangle$. Но

$$\langle r^2 \rangle = \frac{1}{A} \operatorname{tr} r^2 \rho \,, \tag{7}$$

где A – атомный вес ядра. В качестве одночастичных волновых функций мы используем собственные функции сферического гармонического осциллятора, поэтому

$$\langle r^2 \rangle = \frac{1}{A} \frac{\hbar}{\mu\omega} \sum_{n\ell m \sigma \tau} \left(2n + \ell + \frac{3}{2}\right) = \frac{1}{A} \frac{\hbar}{\mu\omega} \cdot c \,, \tag{7a}$$

где ω – осцилляторная частота, n, ℓ, m, σ, τ – квантовые числа нуклона, μ – его масса, суммирование производится по занятым уровням. Из этих двух равенств следует

$$\frac{\delta}{\delta\rho} = \frac{1}{A} r^2 \frac{\partial}{\partial \langle r^2 \rangle} = -\frac{\omega^2 \mu}{\hbar c} r^2 \frac{\partial}{\partial \omega} \,. \tag{8}$$

Используя (8), можно записать $\Delta F_{\text{ост.}}$ в виде

$$\begin{aligned} \Delta F_{\text{ост.}} &\doteq \frac{1}{2} \frac{\omega^2 \nu^2}{c^2} r_3^2 r_4^2 \sum_{ab\,\alpha\alpha'\beta} M(ab, \alpha\beta) M(ab, \alpha'\beta) \times \\ &\times \int \Big\{ 2 \frac{\partial \phi_\alpha^*(\vec r)}{\partial \omega} \frac{\partial G(\vec r)}{\partial \omega} \phi_{\alpha'}(\vec r) + 2\phi_\alpha^*(\vec r) \frac{\partial G(\vec r)}{\partial \omega} \frac{\partial \phi_{\alpha'}(\vec r)}{\partial \omega} + \\ &+ \phi_\alpha^*(\vec r) \Big[\frac{\partial^2 G(\vec r)}{\partial \omega^2} + \frac{2}{\omega} \frac{\partial G(\vec r)}{\partial \omega} \Big] \phi_{\alpha'}(r) \Big\} d\vec r, \end{aligned} \tag{9}$$

где $\nu = \dfrac{\mu\omega}{\hbar}$ – осцилляторный параметр. Таким образом, мы получили

$$\Delta F_{\text{ост.}} = \kappa \, r_1^2 r_2^2 \,, \tag{10}$$

где κ – константа, которая зависит фактически только от A. В следующей главе обсуждается способ ее вычисления.

III

Выпишем формулу для матричных элементов G – матрицы, с помощью которых будет вычисляться $E_{\text{пот.}}$ [1]:

$$\begin{aligned} \langle ab\,JT | G | cd\,JT \rangle &= \frac{1}{\sqrt{(1+\delta_{ab})(1+\delta_{cd})}} \sum_{LL'S} \begin{pmatrix} \ell_a & \frac{1}{2} & j_a \\ \ell_b & \frac{1}{2} & j_b \\ L & S & J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_c & \frac{1}{2} & j_c \\ \ell_d & \frac{1}{2} & j_d \\ L' & S & J \end{pmatrix} \times \\ &(-1)^{L+L'} \sqrt{(2L+1)(2L'+1)} \sum_{n\ell n'\ell' N \mathcal{L}} M(n\ell N\mathcal{L}, L | n_a \ell_a n_b \ell_b, L) M(n'\ell' N \mathcal{L}, L' | n_c \ell_c n_d \ell_d L') \cdot \\ &\times \left[1 - (-)^{\ell+S+T}\right] \sum_\lambda (2\lambda+1) \begin{Bmatrix} \mathcal{L} & \ell & L \\ S & J & \lambda \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathcal{L} & \ell' & L' \\ S & J & \lambda \end{Bmatrix} \langle n\ell\, ST\lambda | G | n'\ell'\, ST\lambda \rangle \,. \end{aligned} \tag{11}$$

Здесь индексом a обозначены квантовые числа сферического осциллятора n_a, ℓ_a, j_a. $|ab\,JT\rangle$ – нормализованная и антисимметризованная волновая функция двух частиц, связанных в полный момент J и изоспин T. $M(n\ell N\mathcal{L}, L | n_a \ell_a n_b \ell_b, L)$ – коэффициент преобразования Броди–Мошинского, n, ℓ – осцилляторные квантовые числа относительного движения двух частиц, $N, \mathcal{L}$ – осцилляторные квантовые числа движения их центра масс. X – коэффициент преобразования от $j-j$ к $L-S$ связи [4], $\left\{ \begin{smallmatrix} \mathcal{L} & \ell & L \\ S & J & \lambda \end{smallmatrix} \right\}$ – 6j – символ [4].

G – матрицу будем строить точно так же, как и в работе [1], используя в качестве двухчастичного потенциала $V(r)$ потенциал Хамада-Джонстона. В интегралах $\langle n\ ST\lambda |\, G(\vec{r})\, | n'\ell' ST\lambda \rangle$ интегрирование по углам выполняется сразу, и мы будем иметь дело только с радиальными интегралами $\langle n\ell \,|\, G(r) \,|\, n'\ell' \rangle$. Из формулы (9) видно, что нам нужно будет вычислять величины

$$f_{n\ell,\, n'\ell'} = \int_0^\infty \{ 2 \frac{\partial \phi_{n\ell}(r)}{\partial \omega} \cdot \frac{\partial G(r)}{\partial \omega} \phi_{n'\ell'}(r) + 2\phi_{n\ell}(r) \frac{\partial G(r)}{\partial \omega} \cdot \frac{\partial \phi_{n'\ell'}(r)}{\partial \omega} + \tag{12}$$

$$+ \phi_{n\ell}(r) [\frac{\partial^2 G(r)}{\partial \omega^2} + \frac{2}{\omega} \frac{\partial G(r)}{\partial \omega}] \phi_{n'\ell'}(r) \} dr,$$

где $\phi_{n\ell}(r)$ – радиальные функции сферического гармонического осциллятора. Поскольку потенциал Хамада-Джонстона зависит от суммарного спина двух частиц S и суммарного изоспина T, можно разделить $E_{пот}$ на четыре части (E_{ST}) и вычислить соответственно четыре константы κ_{ST}.

В случае $S=0, T=1$ (singlet – even) и $S=1, T=0$ (triplet–even) для построения G– матрицы используется метод сепарации Скотта-Мошковского. Идея метода заключается в том, что двухчастичный потенциал надо разделить на две части, короткодействующую V_s и длиннодействующую V_L:

$$V(\vec{r}) = V_s(\vec{r})\theta(d-r) + V_L(r)\theta(r-d), \tag{13}$$

где $\theta(x)$ – функция Хевисайда. Параметр сепарации d подбирается так, чтобы притягивающая часть V_s, грубо говоря, компенсировала твердую сердцевину потенциала. Из основного уравнения теории G-матрицы

$$G(\vec{r})\phi(\vec{r}) = V(\vec{r})\psi(\vec{r}) \tag{14}$$

в случае $S=0, T=1$ получается следующее уравнение для радиальной части коррелированной функции $\psi(r)$ [1]:

$$\psi''(r) = \hat{K}\psi(r), \tag{15}$$

где

$$\hat{K} = \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} + \nu^2 r^2 + \frac{2\nu}{\hbar\omega} V_c(r) - 2\nu\,(2n + \ell + \frac{3}{2}),\ \psi''(r) = \frac{\partial^2 \psi(r)}{\partial r^2},$$

$V_c(r)$ – центральная часть потенцтала Хамада-Джонстона. Граничные условия: $\psi(r_c) = 0$ (r_c – радиус твердой сердцевины потенциала Х.-Д.), $[\frac{\psi'(r)}{\psi(r)} - \frac{\phi'(r)}{\phi(r)}]_{r=d_s} = 0$. Второе условие обеспечивает вышеупомянутую "компенсацию" и определяет параметр сепарации d.

В случае $S=1, T=0$ для простоты рассматривается некоррелированная волновая функция $\phi_{n\ell}$ только при $\ell=0$, т.е. S – волна. Коррелированная волновая функция ψ из-за действия тензорных сил будет уже смесью S– и D – волн. Для соответствующих волновых функций $u(r)$ и $w(r)$ получаются связанные уравнения [1]

$$u''(r)=\hat{L}_1\,u(r)+\hat{T}w(r),$$

$$w''(r)=\hat{L}_2\,w(r)+\hat{T}\,u(r), \tag{16}$$

где $\hat{L}_1=\nu^2r^2+\frac{2\nu}{\hbar\omega}V_c(r)-2\nu\,(2n+\frac{3}{2}),\ \hat{T}=\sqrt{8}\,\frac{2\nu}{\hbar\omega}V_T(r),$

$$\hat{L}_2=\nu^2r^2+\frac{6}{r^2}-2\nu\,(2n+\frac{3}{2})-\frac{2\nu}{\hbar\omega}[2V_T(r)+3V_{LS}(r)+3V_{LL}(r)-V_c(r)],$$

V_T, V_{LS} и V_{LL} – соответственно тензорная, спин-орбитальная и квадратичная спин-орбитальная части потенциала Х.Д. Граничные условия:

$$u(r_c)=0,\ w(r_c)=0,\ [\frac{u'(r)}{u(r)}-\frac{\phi'_{n0}(r)}{\phi_{n0}(r)}]_{r=d_T}=0,[\frac{w'(r)}{w(r)}-\frac{\mathcal{H}'_2(\gamma r)}{\mathcal{H}_2(\gamma r)}]_{r=d_T}=0.$$

Здесь $\mathcal{H}_2(\gamma r)=\gamma r h_2^{(1)}(i\gamma r)$, $h_2^{(1)}$ – экспоненциально убывающая функция Ханкеля, γ – параметр /1/.

Таким образом, для G – матрицы можно написать

$$G(r)\approx V(r)\,\theta(r-d). \tag{17}$$

Тогда $\frac{\partial G}{\partial\omega}\approx-\frac{\partial d}{\partial\omega}V(r)\delta(r-d),$

$$\frac{\partial^2G}{\partial\omega^2}\approx-\frac{\partial^2d}{\partial\omega^2}V(r)\,\delta(r-d)+(\frac{\partial d}{\partial\omega})^2\,V(r)\,\delta'(r-d).$$

Производные $\frac{\partial d}{\partial\omega}$ и $\frac{\partial^2 d}{\partial\omega^2}$ можно определить, если принять во внимание, что граничные условия

$$[\frac{\psi'(r)}{\psi(r)}-\frac{\phi'_{n\ell}(r)}{\phi_{n\ell}(r)}]_{r=d_s}=0,\quad[\frac{u'(r)}{u(r)}-\frac{\phi'_{n0}(r)}{\phi_{n0}(r)}]_{r=d_T}=0$$

должны выполняться при любых ω. Взяв полную производную по ω от каждого из этих соотношений, легко получить

$$\frac{\partial d_s}{\partial\omega}=\frac{\phi'_\omega-\psi'_\omega}{\psi''-\phi''}\Big|_{r=d_s},$$

$$\frac{\partial^2d_s}{\partial\omega^2}=\frac{1}{\psi''-\phi''}\{2\frac{\partial d_s}{\partial\omega}(\phi''_\omega-\psi''_\omega)+(\frac{\partial d_s}{\partial\omega})^2(\phi'''-\psi''')+(\phi'_{\omega^2}-\psi'_{\omega^2})\}_{r=d_s} \tag{18}$$

где $\psi_\omega=\frac{\partial\psi}{\partial\omega}$, $\psi_{\omega^2}=\frac{\partial^2\psi}{\partial\omega^2}$. Аналогичные равенства получаются для $\frac{\partial d_T}{\partial\omega}$ и $\frac{\partial^2 d_T}{\partial\omega^2}$ с той лишь разницей, что ψ заменяется на u.

Теперь нужно определить функции ψ_ω, ψ_{ω^2}, u_ω и u_{ω^2}. Дифференцируя уравнение (15) по ω, получаем уравнения для ψ_ω и ψ_{ω^2}:

$$\psi''_\omega(r)=\hat{K}\,\psi_\omega(r)+\hat{M}\psi(r),$$

$$\psi''_{\omega^2}(r)=\hat{K}\,\psi_{\omega^2}(r)+2\hat{M}\psi_\omega(r)+\frac{2\nu^2r^2}{(\hbar\omega)^2}\psi(r), \tag{19}$$

где $\hat{M}=\frac{2}{\hbar\omega}[\nu^2r^2-\nu(2n+\ell+\frac{3}{2})]$. Граничные условия:

$$\psi_\omega(r_c)=0,\ \psi_{\omega^2}(r_c)=0,\ \frac{d}{d\omega}[\psi(r)-\phi(r)]_{r=d_s}=0,\ \frac{d^2}{d\omega^2}[\psi(r)-\phi(r)]_{r=d_s}=0.$$

Дифференцируя по ω уравнения (16), получаем уравнения для u_ω и u_{ω^2}:

$$\begin{aligned}
u''_\omega(r) &= \hat{M}_0\, u(r) + \hat{L}_1\, u_\omega(r) + \hat{T} w_\omega(r),\\
w''_\omega(r) &= \hat{M}_0\, w(r) + \hat{L}_2\, w_\omega(r) + \hat{T} u_\omega(r),\\
u''_{\omega^2}(r) &= \frac{2\nu^2 r^2}{(\hbar\omega)^2}\, u(r) + 2\hat{M}_0\, u_\omega(r) + \hat{L}_1\, u_{\omega^2}(r) + \hat{T} w_{\omega^2}(r),\\
w''_{\omega^2}(r) &= \frac{2\nu^2 r^2}{(\hbar\omega)^2}\, w(r) + 2\hat{M}_0\, w_\omega(r) + \hat{L}_2\, w_{\omega^2}(r) + \hat{T} u_{\omega^2}(r),
\end{aligned} \tag{20}$$

где $\hat{M}_0 = \frac{2}{\hbar\omega}[\nu^2 r^2 - \nu(2n+\frac{3}{2})]$. Граничные условия:

$$u_\omega(r_c)=0,\ w_\omega(r_c)=0,\ u_{\omega^2}(r_c)=0,\ w_{\omega^2}(r_c)=0,\ \frac{d}{d\omega}[u(r)-\phi(r)]_{r=d_T}=0,$$

$$\frac{d^2}{d\omega^2}[u(r)-\phi(r)]_{r=d_T}=0,\ \frac{d}{d\omega}\left[\frac{w'(r)}{w(r)}-\frac{\mathcal{H}_2'(\gamma r)}{\mathcal{H}_2(\gamma r)}\right]_{r=d_T}=0,\ \frac{d^2}{d\omega^2}\left[\frac{w'(r)}{w(r)}-\frac{\mathcal{H}_2'(\gamma r)}{\mathcal{H}_2(\gamma r)}\right]_{r=d_T}=0.$$

Полученные величины d_s, $\frac{\partial d_s}{\partial\omega}$, $\frac{\partial^2 d_s}{\partial\omega^2}$, d_T, $\frac{\partial d_T}{\partial\omega}$ и $\frac{\partial^2 d_T}{\partial\omega^2}$ приведены в табл. 1.

При $S=1$, $T=1$ (triplet odd) и $S=0$, $T=0$ (singlet odd) потенциал Х.Д. вне твердой сердцевины имеет в большинстве случаев отталкивательный характер. В таком случае основная идея метода сепарации ("компенсация" твердой сердцевины притягивающей частью потен-

циала) не проходит, поэтому, как и в работе [1], используем для построения G – матрицы reference spectrum method (r.s. метод.). Здесь G – матрица будет зависеть от ω уже неявно, через коррелированную функцию $\psi_{n\ell}(r)$, которая определяется из уравнения [1]

$$\psi_{n\ell}(\vec{r}) = \phi_{n\ell}(\vec{r}) - \frac{1}{\frac{\hat{p}^2}{2\mu} + \gamma^2\frac{\hbar^2}{2\mu}}\, V(r)\,\psi_{n\ell}(r), \tag{21}$$

где $\frac{\hat{p}^2}{2\mu}$ – оператор кинетической энергии свободной частицы, γ^2 – параметр, характерный для r.s. – метода.

Запишем формулу (12) в более удобной для этого метода форме:

$$\begin{aligned}
f_{n\ell,n'\ell'} = \int_0^\infty \Big\{ & 2\Big[\frac{\partial\phi_{n\ell}(r)}{\partial\omega} + \frac{1}{\omega}\phi_{n\ell}(r)\Big]\Big[\frac{\partial}{\partial\omega}(G(r)\,\phi_{n'\ell'}(r)) - G(r)\frac{\partial\phi_{n'\ell'}(r)}{\partial\omega}\Big] +\\
& + \phi_{n\ell}(r)\Big[\frac{\partial^2}{\partial\omega^2}(G(r)\,\phi_{n'\ell'}(r)) - G(r)\frac{\partial^2\phi_{n'\ell'}(r)}{\partial\omega^2}\Big]\Big\}\, dr.
\end{aligned} \tag{22}$$

Подставляя сюда выражения для производных

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\phi_{n\ell}}{\partial\omega} &= \frac{1}{2\omega}\Big[\sqrt{(n+1)(n+\ell+\tfrac{3}{2})}\,\phi_{n+1,\ell} - \sqrt{n(n+\ell+\tfrac{1}{2})}\,\phi_{n-1,\ell}\Big] = \frac{1}{2\omega}\bar{\phi}_{n\ell}\\
\frac{\partial^2\phi_{n\ell}}{\partial\omega^2} &= \frac{1}{(2\omega)^2}\Big\{\sqrt{(n+1)(n+2)(n+\ell+\tfrac{3}{2})(n+\ell+\tfrac{5}{2})}\,\phi_{n+2,\ell} -\\
&- 2\Big[\sqrt{(n+1)(n+\ell+\tfrac{3}{2})}\,\phi_{n+1,\ell} - \sqrt{n(n+\ell+\tfrac{1}{2})}\,\phi_{n-1,\ell}\Big] - \Big[(n+1)(n+\ell+\tfrac{3}{2}) + n(n+\ell+\tfrac{1}{2})\Big]\phi\\
&+ \sqrt{n(n-1)(n+\ell+\tfrac{1}{2})(n+\ell-\tfrac{1}{2})}\,\phi_{n-2,\ell}\Big\} = \frac{1}{(2\omega)^2}\bar{\bar{\phi}}_{n\ell}
\end{aligned} \tag{23}$$

и учитывая (14), получаем:

$$f_{n\ell,n'\ell'} = \frac{1}{(2\omega)^2}\int_0^\infty V(r)\{2[\bar{\phi}_{n\ell}(r)+2\phi_{n\ell}(r)]t_{n'\ell'}(r)+\phi_{n\ell}(r)\,g_{n'\ell'}(r)\}\,dr. \qquad (24)$$

Здесь введены обозначения:

$$t_{n\ell} = \sqrt{(n+1)(n+\ell+\tfrac{3}{2})}\;\chi_{n+1,\ell} - \sqrt{n(n+\ell+\tfrac{1}{2})}\;\chi_{n-1,\ell} - \bar{\chi}_{n\ell},$$

$$g_{n\ell} = \sqrt{(n+1)(n+2)(n+\ell+\tfrac{3}{2})(n+\ell+\tfrac{5}{2})}\;\chi_{n+2,\ell} - [(n+1)(n+\ell+\tfrac{3}{2})+n(n+\ell+\tfrac{1}{2})]\chi_{n\ell} -$$

$$-2[\sqrt{(n+1)(n+\ell+\tfrac{3}{2})}\;\chi_{n+1,\ell} - \sqrt{n(n+\ell+\tfrac{1}{2})}\;\chi_{n-1,\ell}] + \sqrt{n(n-1)(n+\ell+\tfrac{1}{2})(n+\ell-\tfrac{1}{2})}\;\chi_{n-2,\ell} - \bar{\bar{\chi}}_{n\ell},$$

$$\chi_{n\ell} = \phi_{n\ell} - \psi_{n\ell}, \quad \bar{\chi}_{n\ell} = 2\omega\frac{\partial\chi_{n\ell}}{\partial\omega}, \quad \bar{\bar{\chi}}_{n\ell} = (2\omega)^2\frac{\partial^2\chi_{n\ell}}{\partial\omega^2}.$$

Функция $\chi_{n\ell}$ находится из уравнения, которое можно получить из (21)

$$\hat{L}\,\chi_{n\ell}(r) = -\frac{2\mu}{\hbar^2}V(r)\phi_{n\ell}(r), \qquad (25)$$

где $\hat{L} = \frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} - \gamma^2 - \frac{2\mu}{\hbar^2}V(r)$. Уравнения для $\bar{\chi}_{n\ell}$ и $\bar{\bar{\chi}}_{n\ell}$ получаются дифференцированием (25) по ω. При этом надо учитывать, что $\gamma^2 \approx \omega$. В результате для функций $\chi_{n\ell}$, $\bar{\chi}_{n\ell}$, $t_{n\ell}$ и $g_{n\ell}$ получается система уравнений:

$$\begin{aligned}
&\hat{L}\,\chi_{n\ell}(r) = -\frac{2\mu}{\hbar^2}V(r)\,\phi_{n\ell}(r),\\
&\hat{L}\bar{\chi}_{n\ell}(r) = -\frac{2\mu}{\hbar^2}V(r)\,\bar{\phi}_{n\ell}(r) + 2\gamma^2\chi_{n\ell}(r),\\
&\hat{L}\,t_{n\ell}(r) = -2\gamma^2\chi_{n\ell}(r),\\
&\hat{L}\,g_{n\ell}(r) = -4\gamma^2\bar{\chi}_{n\ell}(r)
\end{aligned} \qquad (26)$$

с граничными условиями:

$$\chi_{n\ell}(r_c) = \phi_{n\ell}(r_c),\quad \bar{\chi}_{n\ell}(r_c) = \bar{\phi}_{n\ell}(r_c),\quad t_{n\ell}(r_c) = 0,\quad g_{n\ell}(r_c) = 0,$$

$$\chi_{n\ell}(\infty) = 0,\quad \bar{\chi}_{n\ell}(\infty) = 0,\quad t_{n\ell}(\infty) = 0,\quad g_{n\ell}(\infty) = 0.$$

Система уравнений (26) решалась только при $\ell = 1$. При $\ell > 1$ для функций $\chi_{n\ell}$ использовалось предложенное в /1/ приближение:

$$\begin{aligned}
&\chi_{n\ell}(r) = \phi_{n\ell}(r), && r < r_c\\
&\chi_{n\ell}(r) = \phi_{n\ell}(r)(2-\frac{r}{r_c}), && r_c < r < 2r_c,\\
&\chi_{n\ell}(r) = 0, && r > 2r_c.
\end{aligned}$$

В таком приближении функции $t_{n\ell}$ и $g_{n\ell}$ тождественно равны нулю, и вклад в $f_{n\ell,n'\ell'}$ дает только объемный член, т.е. $\int_0^{r_c}$.

IV

В данной работе были вычислены κ_{ST} для $A = 18$. Для них получились следующие значения:

$\kappa_{01} \equiv \kappa(SE) = 0,0298$ Мэв, $\kappa_{10} \equiv \kappa(TE) = 0,1464$ Мэв,

$\kappa_{00} \equiv \kappa(SO) = 0,0049$ Мэв, $\kappa_{11} \equiv \kappa(TO) = 0,0165$ Мэв.

Из этих результатов видно, что в триплетном по суммарному спину состоянии взаимодействие сильнее, чем в синглетном, за что ответственны, по-видимому, тензорные силы. Кроме того, взаимодействие в чётных по относительному орбитальному моменту состояниях сильнее, чем в нечётных. Это можно объяснить тем, что с возрастанием орбитального момента частицы слабее чувствуют твердую сердцевину.

Для иллюстрации действия полученных монополь-монопольных сил были рассчитаны спектры ядер ^{18}O и ^{18}F и вычислено изменение среднеквадратичного протонного радиуса $\delta\langle r_p^2\rangle$ ядра ^{16}O при добавлении к нему одного нейтрона.

Расчёт показывает, что данные силы практически не влияют на спектр ^{18}O (рис. 1), все уровни которого имеют изоспин $T = 1$. В ядре ^{18}F есть уровни как с изоспином $T = 1$, так и с изоспином $T = 0$. Добавочные силы сдвигают эти две группы уровней друг относительно друга примерно на 1,5 Мэв в сторону лучшего согласия с экспериментом (рис. 2).

$\delta\langle r_p^2\rangle$ вычислялись по тому же рецепту, что и в работе /5/. Результаты расчётов для трех случаев, когда нейтрон садится на уровни $d_{5/2}$, $s_{1/2}$ и $d_{3/2}$, приведены в табл. 2. Из нее видно, что добавочные силы заметно влияют на величину $\delta\langle r_p^2\rangle$ и могут даже изменить ее знак. Полученный результат согласуется с выводом работы /5/, что $\langle r_p^2\rangle$ имеет тенденцию увеличиваться при добавлении нейтрона, если в расчётах учитывать зависимость эффективных сил от плотности.

Рассмотренные два примера показывают, что эффекты перестройки имеют большое значение не только при определении самосогласованных

одночастичных энергий /6/. Поэтому представляется интересным провести, учитывая эффекты перестройки, расчёты спектров, $\delta\langle r_p^2\rangle$ и других характеристик атомных ядер из разных областей периодической таблицы. Это будет сделано в следующих работах.

В заключение приношу искреннюю благодарность И.Н.Михайлову за многочисленные обсуждения и постоянный интерес к работе.

Литература

1. T.T.S. Kuo and G.E.Brown. Nucl.Phys., 85, 40 (1966).
2. Z.Bochnacki, I.M.Holban, I.N.Mikhailov. Nucl.Phys., A97, 33 (1967).
3. T.A.Brody and M.Moshinsky. Tables of transformation bracets (Monografias del Institute de Fisica, Mexico, 1960).
4. А.Эдмондс. Сборник "Деформация атомных ядер", ИЛ, Москва, 1958.
5. A.Lande, A.Molinari, and G.E.Brown. Nucl.Phys., 115, 241(1968).
6. D.I.Thouless. Phys.Rev., 112, 906 (1958).

Рукопись поступила в издательский отдел
25 сентября 1969 года.

Таблица 1

Синглетный и триплетный параметры сепарации и их производные по $h\omega$

ℓ	n	d_s (fm)	$\frac{\partial d_s}{\partial \omega} 10^2 \left(\frac{fm}{MeV}\right)$	$\frac{\partial^2 d_s}{\partial \omega^2} 10^4 \left(\frac{fm}{MeV^2}\right)$	d_T (fm)	$\frac{\partial d_T}{\partial \omega} 10^2 \left(\frac{fm}{MeV}\right)$	$\frac{\partial^2 d_T}{\partial \omega^2} 10^4 \left(\frac{fm}{MeV^2}\right)$
0	0	I,0I6	0,I96	0,269	I,064	0,I855	0,0295
	I	I,06I	0,674	3,462	I,088	0,4I4I	I,0095
	2	I,I32	I,824	24,295	I,I09	0,7053	3,6746
2	0	0,877	0,0503	0,0362			
	I	0,882	0,0835	0,0972			
	2	0,886	0,I2I5	0,I654			
4	0	I,I97	0,063I	0,05I5			
	I	I,200	0,0902	0,II04			
	2	I,204	0,I207	0,I687			

Таблица 2

Изотопические сдвиги $\delta < r_p^2 > (fm^2)$ при добавлении к ^{16}O нейтрона на уровни $d_{3/2}, s_{1/2}, d_{5/2}$.

$n\ell j$ нейтр. / Эфф. вз-е	$0d_{3/2}$	$1s_{1/2}$	$0d_{5/2}$
$G(r_1, r_2)$	0,028	-0,368	-0,07I
$G(r_1, r_2) + \kappa r_1^2 r_2^2$	0,I94	-0,I93	0,094

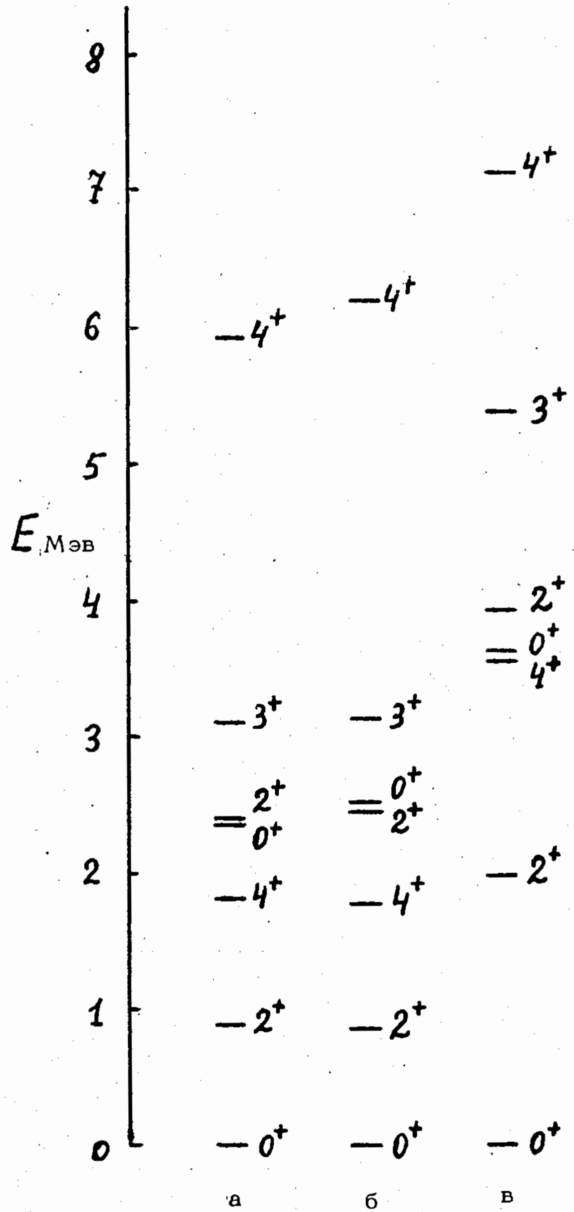

Рис. 1. Спектр ^{18}O : а – расчёт с остаточным взаимодействием $G(r_1, r_2)$, б – расчёт с остаточным взаимодействием $G(r_1, r_2) + \kappa\, r_1^2 r_2^2$, в – эксперимент.

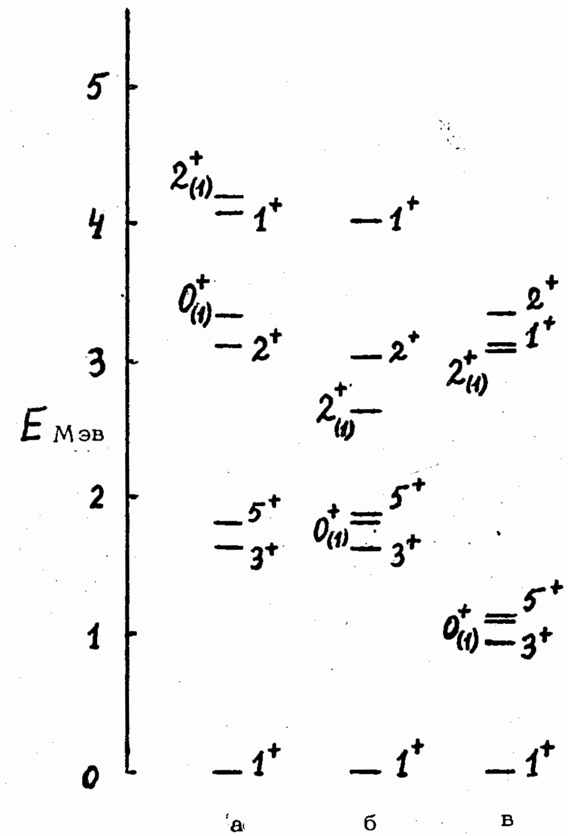

Рис. 2. Спектр ^{18}F : а – расчёт с остаточным взаимодействием $G(r_1, r_2)$, б – расчёт с остаточным взаимодействием $G(r_1, r_2) + \kappa\, r_1^2 r_2^2$, в – эксперимент.