

13/x-69

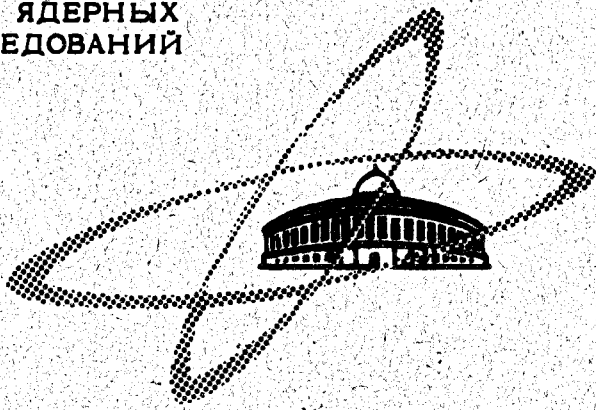
Nucl. Phys. 1969, A 139, №2,  
p. 269-276

A-853

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P4 - 4660



Д.А.Арсеньев , А.Собичевски , В.Г.Соловьев

РАВНОВЕСНЫЕ ДЕФОРМАЦИИ  
НЕЙТРОНОИЗЫТОЧНЫХ ЯДЕР  
В ОБЛАСТИ  $A \sim 100$

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1969

Р4 - 4660

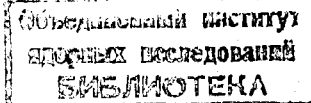
Д.А.Арсеньев\*, А.Собичевски\*\*, В.Г.Соловьев

РАВНОВЕСНЫЕ ДЕФОРМАЦИИ  
НЕЙТРОНОИЗЫТОЧНЫХ ЯДЕР  
В ОБЛАСТИ  $A \sim 100$

Направлено в "Nuclear Physics"

\* Радиотехнический институт АН СССР, Москва.

\*\* Институт ядерных исследований, Варшава.



7980/2 49

## I. Введение

К области  $28 < Z < 50$ ,  $50 < N < 82$  относятся, в большей своей части, нестабильные нейтроноизбыточные ядра, получаемые как продукты деления тяжелых элементов. Информация о структуре этих ядер получена в<sup>/1-3/</sup> путем изучения запаздывающего  $\gamma$ -излучения. Имеются указания<sup>/1/</sup>, что некоторые ядра этой области являются деформированными. Оценки, проведенные на основе полуэмпирического метода в<sup>/4/</sup>, показали, что появление равновесной деформации ожидается у ядер в области изотопов *Ru* ; там же даны ожидаемые величины равновесных деформаций для этих изотопов.

Цель настоящей работы состояла в выполнении микроскопических расчетов равновесных деформаций для основных состояний четно-четных ядер всей области  $28 < Z < 50$ ,  $50 < N < 82$ . Часть результатов этих расчетов приведена в<sup>/5/</sup>.

В разделе 2 дано описание метода расчета, в разделе 3 приведены результаты вычислений и их обсуждения, в разделе 4 содержатся выводы, вытекающие из анализа результатов вычислений.

## 2. Метод расчета

В основном расчеты проведены тем же методом, что и в<sup>/6/</sup> для ядер в области  $50 < Z, N < 82$ . В настоящей работе мы ограничились вычислением параметров равновесных деформаций и энергий деформаций для основных состояний четно-четных ядер.

Расчеты основаны на методе, предложенном в<sup>/7/</sup> Мотельсоном и Нильссоном и улучшенном в<sup>/8/</sup> Бесом и Шиманьским путем учета парных корреляций сверхпроводящего типа. В нашей работе в качестве волновых функций для основных состояний четно-четных ядер выбраны функции  $BCS$ , потому что расчеты с волновыми функциями, проецированными на состояния с заданным числом частиц ( $PBCS$ ), выполненные в<sup>/9/</sup>, показали, что для хорошо деформированных ядер использование  $PBCS$  функций приводит к незначительным поправкам.

Согласно<sup>/8/</sup> энергия основного состояния четно-четного ядра имеет вид

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_p + \mathcal{E}_n + \mathcal{E}_c, \quad (1)$$

где  $\mathcal{E}_p$  и  $\mathcal{E}_n$  - энергии протонных и нейтронных систем, равные

$$\mathcal{E}_{p(n)} = \sum_{\nu} E(\nu) 2\nu^2 - \frac{G^2}{G}, \quad (2)$$

где

$$2v_j^2 = 1 - \frac{E(\nu) - \lambda}{\sqrt{(E(\nu) - \lambda)^2 + G^2}}$$

Здесь  $E(\nu)$  означает одночастичную энергию, а  $G$  - константу парных сил. Химический потенциал  $\lambda$  и энергетическая щель  $2G$  находятся из уравнений

$$\frac{2}{G} = \sum_{\nu} \frac{1}{\sqrt{(E(\nu) - \lambda)^2 + G^2}}; \quad n = \sum_{\nu} 2v_j^2, \quad (3)$$

Одночастичные энергии  $E(\nu)$  и константы парного взаимодействия  $G$  выбраны разными для протонной и нейтронной систем.

Кулоновская энергия  $\mathcal{E}_c$  в выражении (I) рассчитана как энергия однородно заряженного эллипсоида заданного объема /10/.

В расчетах использованы одночастичные энергии потенциала Нильссона с членом  $\langle l^2 \rangle$  /11/.

Вычисления выполнены в двумя наборами параметров потенциала:

I. Параметры, с которыми рассчитаны одночастичные энергии для ядер редкоземельной области в /11/, т.е.  $\alpha_p = 0,0637$  и  $\mu_p = 0,60$  для протонов и  $\alpha_n = 0,0637$  и  $\mu_n = 0,42$  для нейтронов. Положение одночастичных уровней для ядер исследуемой области при  $\beta = 0$  близко к тому, которое выбрано в /12/ для сферических ядер этой области.

2. Параметры, линейно экстраполированные на исследуемую область от значений параметров, выбранных для трансурановой и редкоземельной областей в <sup>/II/</sup>. Они равны:  $\alpha_p = 0,0688$  и  $\mu_p = 0,558$  для протонов и  $\alpha_n = 0,0638$  и  $\mu_n = 0,491$  для нейтронов <sup>/6/</sup>.

В соответствии с <sup>/6/</sup> величины констант парного взаимодействия выбраны  $G_p = \frac{28,5}{A} \text{ МэВ}$  и  $G_n = \frac{25}{A} \text{ МэВ}$ . Суммирование в (3) проводится по 24 уровням среднего поля.

### 3. Результаты и обсуждение

Результаты, представленные здесь, получены с одночастичными энергиями в потенциале с первым вариантом параметров. Влияние вышеописанного изменения параметров потенциала на результаты вычислений описано далее.

Предполагается, что ядро (или более точно - потенциал ядра) имеет форму деформированного эллипсоида постоянного объема. Форма такого эллипсоида может быть описана двумя параметрами  $\beta$  и  $\gamma$ , введенными в <sup>/13/</sup> Бором.

На рис. I представлена зависимость энергии  $\mathcal{E}(\beta, \gamma)$  ядра <sup>102</sup>Sm от этих параметров. Из этого рисунка видно, что энергия имеет минимум при  $\gamma = 60^\circ$ , т.е. форма сплюснутого эллипсоида вращения является равновесной. Для некоторых ядер этой области минимум достигается при  $\gamma = 0^\circ$ , т.е. они имеют форму вытянутого эллипсоида вращения. Однако в любом

случае равновесной является аксиально-симметричная форма. Из рис. 1 видно, что энергетические поверхности ядра  $^{108}\text{Sr}$  образуют долину, пологую по отношению к  $\gamma$ -деформации. На рис. 2 представлена зависимость энергии ядра  $^{108}\text{Sr}$  от параметра  $\gamma$ . Каждая точка этой кривой соответствует минимуму энергии по параметру  $\beta$ . Отсутствие энергетического барьера при изменении  $\gamma$  от  $0^\circ$  до  $60^\circ$ , т.е. при переходе от вытянутого к сплюснутому эллипсоиду (см. рис. 1.) является общим для всех ядер этой области.

Ввиду того, что устойчивой является аксиально-симметричная форма, в дальнейшем рассматриваем зависимость энергии только от одного параметра деформации  $\epsilon$ , введенного Нильссоном в [14] ( $\epsilon \approx 0,95\beta$ ), при изменении его в пределах  $-0,5 \leq \epsilon \leq 0,5$ .

На рис. 3 приведена зависимость энергии от параметра деформации  $\epsilon$  для  $^{102}\text{Kr}$ . При  $\gamma = 0^\circ$  энергия как функция параметра  $\epsilon$  имеет два минимума: один при  $\epsilon_0^+ > 0$  и другой при  $\epsilon_0^- < 0$ . Однако, как было уже выяснено, устойчивой равновесной форме соответствует один, более глубокий минимум, второй же, более высокий, не соответствует устойчивому состоянию ядра, т.к. не существует энергетического барьера при переходе из одного минимума в другой при изменении параметра  $\gamma$ .

Учитывая, что для ядер этой области энергии в обоих минимумах близки друг к другу по величине, а также то, что

для разных ядер абсолютный минимум может находиться либо при  $\varepsilon_0^+ > 0$ , либо при  $\varepsilon_0^- < 0$ , кроме величин

$$\varepsilon_{def}^- = \varepsilon(0) - \varepsilon(\varepsilon_0^-), \quad \varepsilon_0^-, \quad \varepsilon_0^+, \quad \text{вычислена величина } \Delta \varepsilon_{def} = \varepsilon_{def}^+ - \varepsilon_{def}^- = \varepsilon(\varepsilon_0^-) - \varepsilon(\varepsilon_0^+) \text{ для всей области } Z \text{ и } N.$$

Зависимость этих четырех величин ( $\varepsilon_0^-$ ,  $\varepsilon_0^+$ ,  $\varepsilon_{def}^-$  и  $\Delta \varepsilon_{def}$ ) от  $N$  и  $Z$  для области  $28 < Z < 50$ ,  $50 < N < 82$  приведена на рис. 4, 5, 6 и 7 соответственно.

Из рис. 7 видно, что для большинства ядер рассматриваемой области устойчивой является форма сплюснутого эллипсоида вращения. Наиболее устойчивыми являются ядра в районе  $^{108}\text{Sr}$ , для которых  $\Delta \varepsilon_{def}$  достигает - 1,5 Мэв.

Форма вытянутого эллипсоида вращения является устойчивой только для ядер, расположенных у границ рассматриваемой области. Однако, для них энергия деформации, как правило, меньше 1 Мэв, поэтому эта деформация имеет, по-видимому, динамический характер.

Малая величина  $\Delta \varepsilon_{def}$  во всей области ядер способствует возникновению изомеров формы, на которые было указано в<sup>16/</sup> в связи с исследованием нейтронодефицитных ядер области  $50 < Z, N < 82$ .

Наибольшие величины энергий деформации получены для ядер в районе  $^{102}\text{Kr}$ , у которого она достигает 3,5 Мэв. Таким образом, величина энергии деформации ядер этой области много меньше, чем у ядер редкоземельной области<sup>15,16/</sup> и у ядер нейтронодефицитной области<sup>16/</sup>  $50 < Z, N < 82$ , в которых она достигает 8 Мэв. Это означает, что ядра в области



$28 < Z < 50$ ,  $50 < N < 82$  являются более мягкими по отношению к  $\epsilon$  (или  $\beta$ )-деформации, чем ядра вышеуказанных областей. Это, вероятно, является следствием того, что плотность уровней в оболочке  $28 < Z < 50$  меньше, чем в оболочке  $50 < Z < 82$ .

Как видно из рис. 4 и 5, значения параметров равновесной деформации рассматриваемых ядер несколько меньше величин  $\epsilon_0$  для ядер редкоземельной и  $50 < Z, N < 82$  областей.

Из рис. 4, 5 и 6 видно, что подоболочка в протонной схеме для  $Z = 38-40$  при  $\epsilon = 0$  не оказывает почти никакого влияния на энергии деформации ядер с числом нейтронов, соответствующим середине нейтронной оболочки  $50 < N < 82$ . Из рис. 6 также видно, что даже ядра с  $Z = 28$  и с числом нейтронов  $N \sim 66$  могут быть деформированными. Однако в силу малости величины энергии деформации (порядка 0,6 Мэв) деформация является, по-видимому, динамической.

Для ядер с энергией деформации, большей 2 Мэв, параметры равновесных деформаций  $\epsilon_0^-$ , энергии деформации  $\epsilon_{def}^-$ , разность энергий деформаций  $\Delta \epsilon_{def}$  и квадрупольные моменты  $Q_0(\epsilon_0^-)$  представлены в табл. I.

Электрические квадрупольные моменты рассчитаны по формуле

$$Q_0 = \sum_{\nu} q_{\nu} 2v_{\nu}^2,$$

где  $\mathcal{E}_{\nu\nu}$  -диагональные матричные элементы оператора квадратного момента, а суммирование проводится только по протонным состояниям.

Кратко опишем те изменения, к которым приводит использование в наших расчетах схемы 2 вместо схемы I.

Параметры равновесных деформаций остаются почти такими же (для ядер с энергией деформации, большей 2 Мэв, изменение абсолютных величин равновесных деформаций не превышает 0,01). Область с максимальной энергией деформации остается на том же месте при расчетах с обеими схемами.

Однако энергии деформации, полученные при расчетах со схемой 2, оказываются несколько больше  $\mathcal{E}_{def}$ , рассчитанных со схемой I. Максимальное различие в энергиях деформации при расчетах с двумя схемами достигает 1 Мэв. Наибольшая энергия деформации  $\mathcal{E}_{def}^- = 4,5$  Мэв получена для ядер в окрестности  $^{102}\text{Kr}$ , т.е. для тех же ядер, что и при расчетах со схемой I. Область ядер имеющих положительную разность энергий деформаций, т.е. имеющих форму вытянутого эллипсоида вращения, оказывается несколько большей при расчетах со схемой 2, чем в расчетах со схемой I.

Максимальная величина разности  $\Delta\mathcal{E}_{def}^- = 1,3$  Мэв получена для ядер в области  $^{108}\text{Sr}$ , т.е. для тех же, что и при расчетах со схемой 2 (где она равна -1,6 Мэв).

Табл.2. иллюстрирует влияние изменения на 10% констант парного взаимодействия (протонных и нейтронных) на

величины  $\varepsilon_0^-$ ,  $\varepsilon_0^+$ ,  $\varepsilon_{def}^-$ ,  $\Delta \varepsilon_{def}$  для ядер  $^{102}\text{Kr}$  и  $^{108}\text{Sr}$ . Чувствительность этих величин, особенно  $\varepsilon_{def}^-$  и  $\Delta \varepsilon_{def}$ , к такому изменению констант  $G$  является очевидной.

#### 4. Выводы

Из результатов вычислений могут быть сделаны следующие выводы.

1. Ядра исследуемой области оказываются более мягкими по отношению к  $\beta$ - и  $\gamma$ -деформациям, чем ядра редкоземельной области. Наибольшая величина энергии деформации достигает 4 Мэв против 8 Мэв для ядер редкоземельной области. Эти ядра, по-видимому, являются более мягкими по отношению к  $\beta$ -деформации, чем ядра в области  $50 < Z, N < 82$ .

2. Минимум энергии ядер достигается либо при  $\gamma = 60^\circ$ , либо при  $\gamma = 0^\circ$ , т.е. равновесной является аксиально-симметричная форма.

3. Для большинства ядер равновесной формой является сплюснутый эллипсоид вращения.

4. Нужно отметить чувствительность результатов расчета к изменению параметров потенциала Нильссона и констант парного взаимодействия.

Авторы благодарны профессору Э. Шиманскому за полезные обсуждения.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. S.A.E.Johansson. Nucl.Phys., 64, 147 (1965).
2. S.A.E.Johansson and P.Kleinheinz, in Alpha-,beta- and gamma-ray spectroscopy, ed. by K.Siegbahn. North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1965, p.805.
3. Л.А. Попеко, Г.А.Петров и Д.М.Каминкер. Сообщение Ленинградского физико-технического института им. А.Ф.Иоффе. №128, Ленинград, 1968.
4. S.A.E.Johansson. Ark.Fys., 36, 599 (1967).
5. D.A.Arseniev, A.Sobiczewski and V.G.Soloviev, Int.Conf. on Properties of Nuclear States, Montreal, 25-30, August 1969.
6. D.A.Arseniev, A.Sobiczewski and V.G.Soloviev. Nucl. Phys., A126, 15. (1969).
7. B.R.Mottelson and S.G.Nilsson. Mat.Fys.Skr.Dan.Vid.Selsk., I, No.8 (1959).
8. D.R.Bès and Z.Szymański. Nucl.Phys., 28, 42 (1961); Z.Szymański. Nucl.Phys., 28, 63(1961).
9. A.Sobizewski. Nucl.Phys., A93, 501(1967); A96, 258(1967).
10. B.C.Carlson. J.Math.Phys., 2, 441 (1961).
11. C.Gustafson, I.L.Lamm, B.Nilsson and S.G.Nilsson. Ark.Fys., 36, 613 (1967).
12. L.S.Kisslinger and R.A.Sorensen. Revs.Mod.Phys., 35, 853(1963).
13. A.Bohr. Mat.Fys.Medd.Dan.Vid.Selsk., 26, No14(1952).
14. S.G.Nilsson, Ibidem, 29, No 16 (1955).
15. Д.А.Арсеньев, Л.А.Малов, В.В.Пашкевич, В.Г.Соловьев. Известия АН СССР, сер.физ., 32, 866 (1968).
16. I.L.Lamm. Nucl.Phys., A125, 504 (1969).

Рукопись поступила в издательский отдел  
13 августа 1969 г.

Отрицательные равновесные деформации  $\epsilon_{\text{def}}^-$ , электрические квадрупольные моменты  $Q_0(\epsilon_{\text{def}}^-)$ , соответствующие этим деформациям, энергии деформации  $E_{\text{def}}^- = \mathcal{E}(\epsilon_{\text{def}}^-) - \mathcal{E}(\epsilon_{\text{def}}^0)$  и разности энергий деформации  $\Delta \mathcal{E}_{\text{def}}^- = \mathcal{E}(\epsilon_{\text{def}}^-) - \mathcal{E}(\epsilon_{\text{def}}^0)$ , рассчитанные для основных состояний четно-четных ядер, указанных в первой колонке таблицы

Ядро	$\epsilon_{\text{def}}^-$		$Q_0(\epsilon_{\text{def}}^-)$		$E_{\text{def}}^-$		$\Delta \mathcal{E}_{\text{def}}^-$		Ядро	$\epsilon_{\text{def}}^0$		$Q_0(\epsilon_{\text{def}}^0)$		$E_{\text{def}}^0$		$\Delta \mathcal{E}_{\text{def}}^0$	
	барн	Мэв	барн	Мэв	барн	Мэв	барн	Мэв		барн	Мэв	барн	Мэв	барн	Мэв	барн	Мэв
$^{108}\text{Ru}$	-0,25	2,0	-2,3	2,0	-0,6				$^{96}\text{Kr}$	-0,32	-2,3	2,7					-1,0
$^{110}\text{Ru}$	-0,24	2,1	-2,2	2,1	-0,7				$^{98}\text{Kr}$	-0,32	-2,3	3,2					-1,2
$^{112}\text{Ru}$	-0,24	2,0	-2,3	2,0	-0,8				$^{100}\text{Kr}$	-0,31	-2,2	3,4					-1,2
$^{104}\text{Mo}$	-0,27	2,3	-2,3	2,3	-0,8				$^{102}\text{Kr}$	-0,30	-2,2	3,4					-1,3
$^{106}\text{Mo}$	-0,26	2,6	-2,3	2,6	-0,9				$^{104}\text{Kr}$	-0,29	-2,2	3,2					-1,4
$^{108}\text{Mo}$	-0,25	2,7	-2,2	2,7	-1,1				$^{106}\text{Kr}$	-0,28	-2,2	2,6					-1,4
$^{110}\text{Mo}$	-0,24	2,6	-2,2	2,6	-1,3												
$^{112}\text{Mo}$	-0,23	2,2	-2,1	2,2	-1,3				$^{94}\text{Se}$	-0,29	-2,0	2,3					-0,6
$^{100}\text{Zr}$	-0,28	2,2	-2,3	2,2	-0,9				$^{96}\text{Se}$	-0,29	-2,0	2,8					-0,8
$^{102}\text{Zr}$	-0,28	2,6	-2,3	2,6	-0,9				$^{98}\text{Se}$	-0,29	-2,0	3,0					-0,8
$^{104}\text{Zr}$	-0,28	2,9	-2,3	2,9	-1,0				$^{100}\text{Se}$	-0,28	-2,0	3,1					-1,0
$^{106}\text{Zr}$	-0,27	3,0	-2,3	3,0	-1,2				$^{102}\text{Se}$	-0,27	-1,9	2,9					-1,0
$^{108}\text{Zr}$	-0,26	2,8	-2,2	2,8	-1,4				$^{104}\text{Se}$	-0,26	-1,9	2,4					-1,0
$^{110}\text{Zr}$	-0,24	2,3	-2,1	2,3	-1,5												
$^{98}\text{Sr}$	-0,30	2,4	-2,3	2,4	-0,9				$^{94}\text{Ge}$	-0,27	-1,7	2,2					-0,4
$^{100}\text{Sr}$	-0,30	2,9	-2,3	2,9	-1,0				$^{96}\text{Ge}$	-0,27	-1,8	2,4					-0,5
$^{102}\text{Sr}$	-0,30	3,1	-2,4	3,1	-1,0				$^{98}\text{Ge}$	-0,26	-1,7	2,5					-0,6
$^{104}\text{Sr}$	-0,29	3,2	-2,3	3,2	-1,2				$^{100}\text{Ge}$	-0,24	-1,6	2,4					-0,6
$^{106}\text{Sr}$	-0,28*	3,0	-2,2	3,0	-1,4				$^{102}\text{Ge}$	-0,23	-1,6	2,0					-0,6
$^{108}\text{Sr}$	-0,26	2,4	-2,1	2,4	-1,6												

Т а б л и ц а 2

Влияние 10% изменения величин констант парного взаимодействия  $G_p$  и  $G_n$  на величины  $\epsilon_0^-$ ,  $\epsilon_0^+$ ,  $\epsilon_{def}^-$  и  $\Delta \epsilon_{def}$ . Последние две величины даны в Мэв.

	$^{102}_{36}\text{Kr}_{66}$			$^{108}_{38}\text{Sr}_{70}$		
	G	1,1G	0,9G	G	1,1G	0,9G
$\epsilon_0^-$	-0,305	-0,282	-0,318	-0,263	-0,245	-0,272
$\epsilon_0^+$	0,257	0,248	0,275	0,214	0,177	0,251
$\epsilon_{def}^-$	3,42	2,48	4,42	2,44	1,75	3,16
$\Delta \epsilon_{def}$	-1,28	-1,02	-1,49	-1,56	-1,16	-1,80

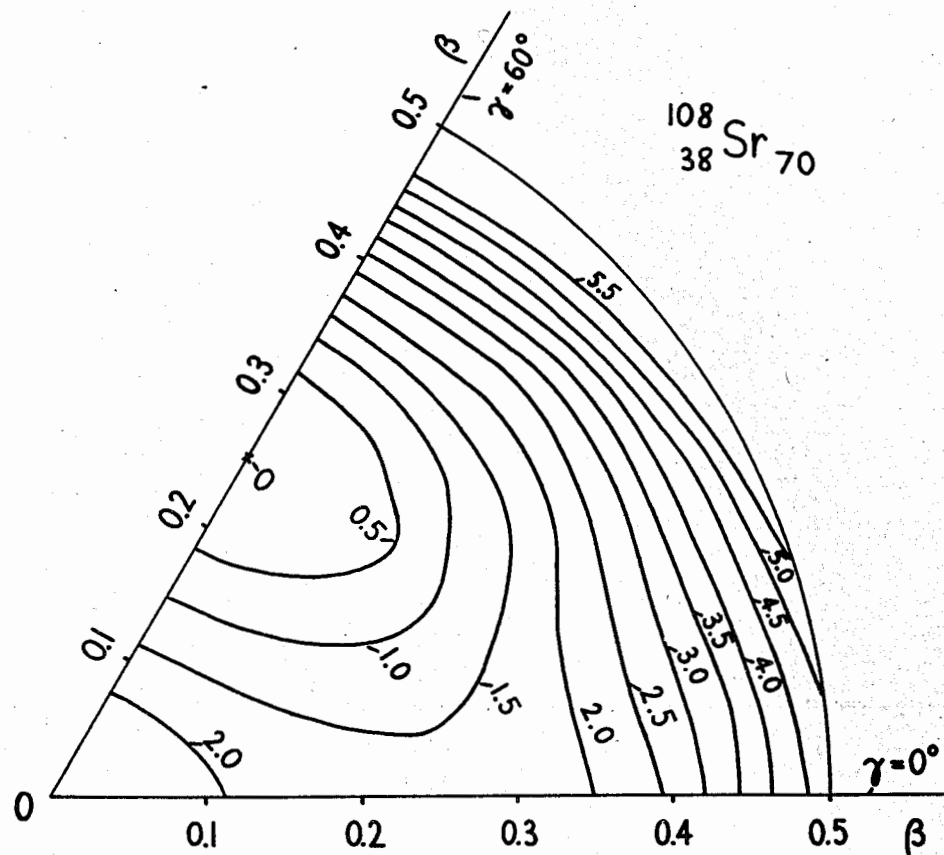


Рис. 1. Контурная карта энергии основного состояния ядра  $^{108}\text{Sr}_{70}$  как функции параметров деформации  $\beta$  и  $\gamma$ . Числа у линий означают величину энергии в Мэв. Энергия абсолютного минимума (при  $\beta = 0,26$  и  $\gamma = 60^\circ$ ) принята за нуль.

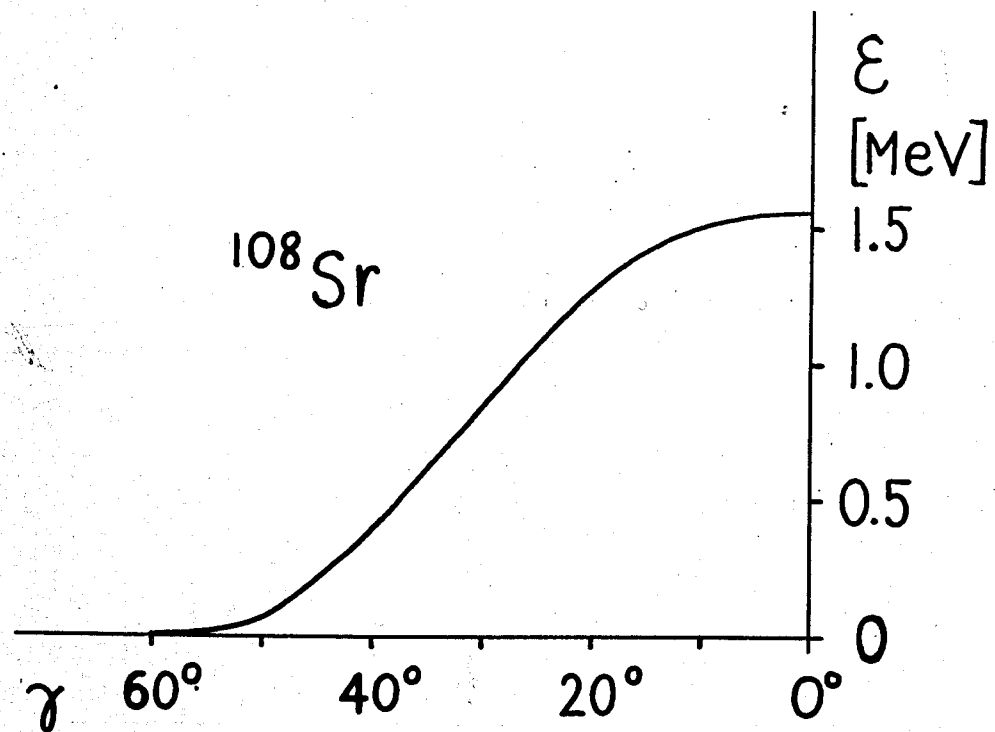


Рис. 2. Энергия как функция параметра деформации  $\gamma$  для ядра  $^{108}\text{Sr}$ , каждая точка кривой соответствует минимуму энергии как функции  $\beta$ -деформации.

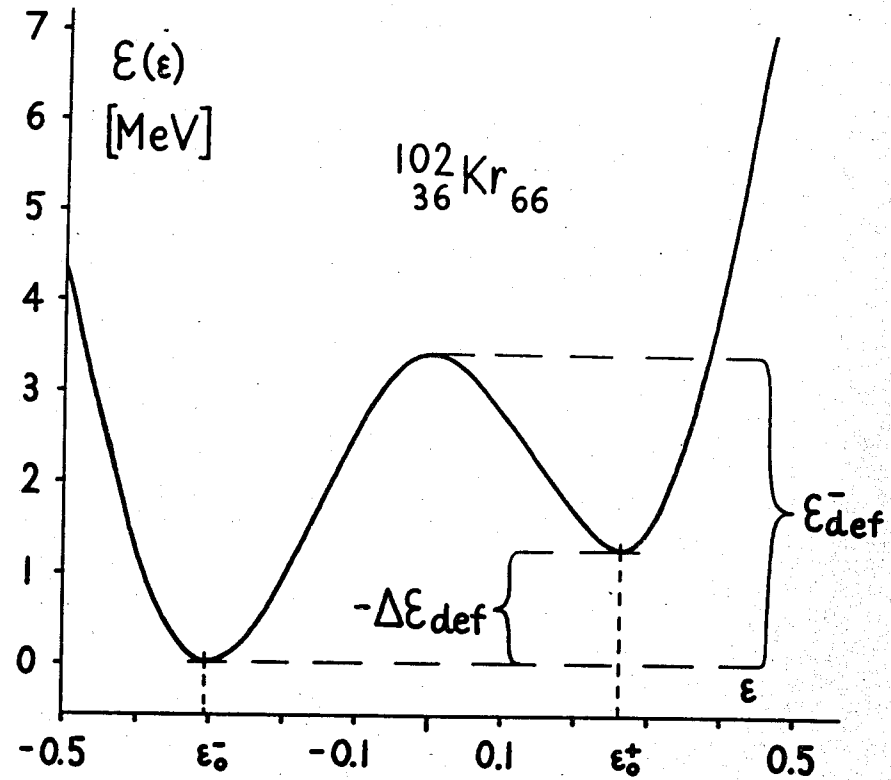


Рис. 3. Энергия ядра  $^{102}\text{Kr}$  как функция параметра деформации  $\epsilon$ .

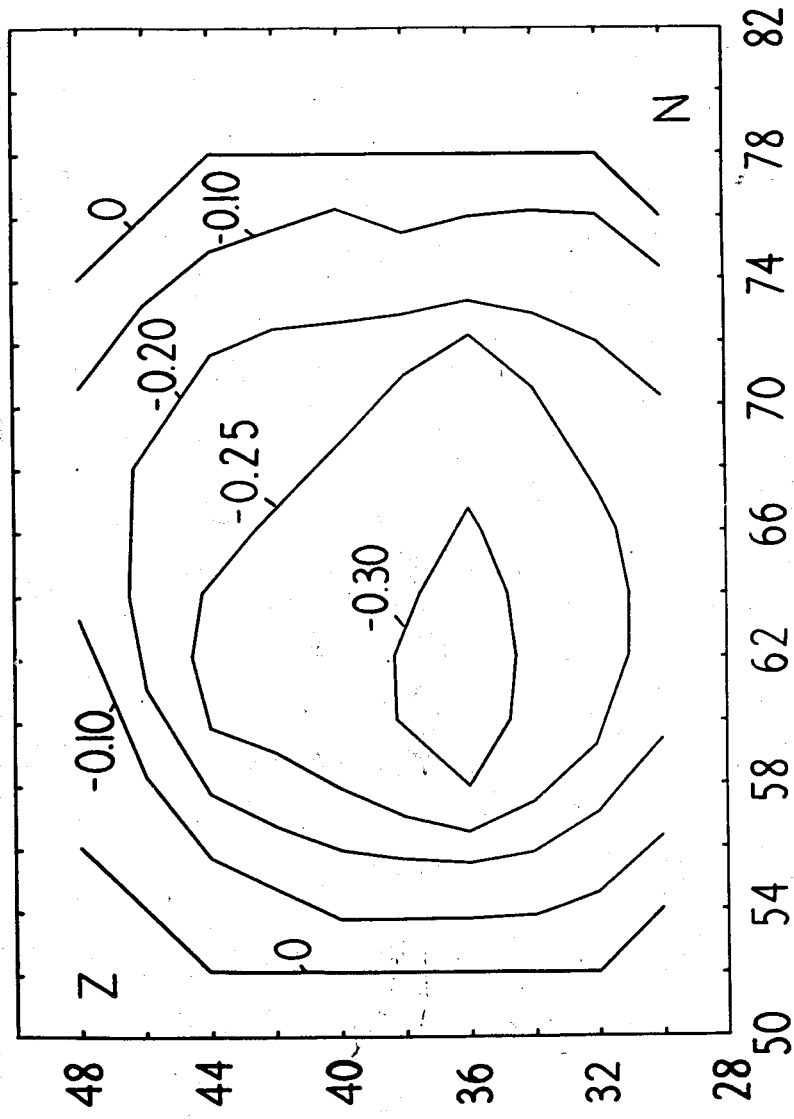


Рис. 4. Контурная карта величины  $\epsilon_0$  как функции числа нейтронов  $N$  и протонов  $Z$ . Числа у кривых означают величину  $\epsilon_0$ .

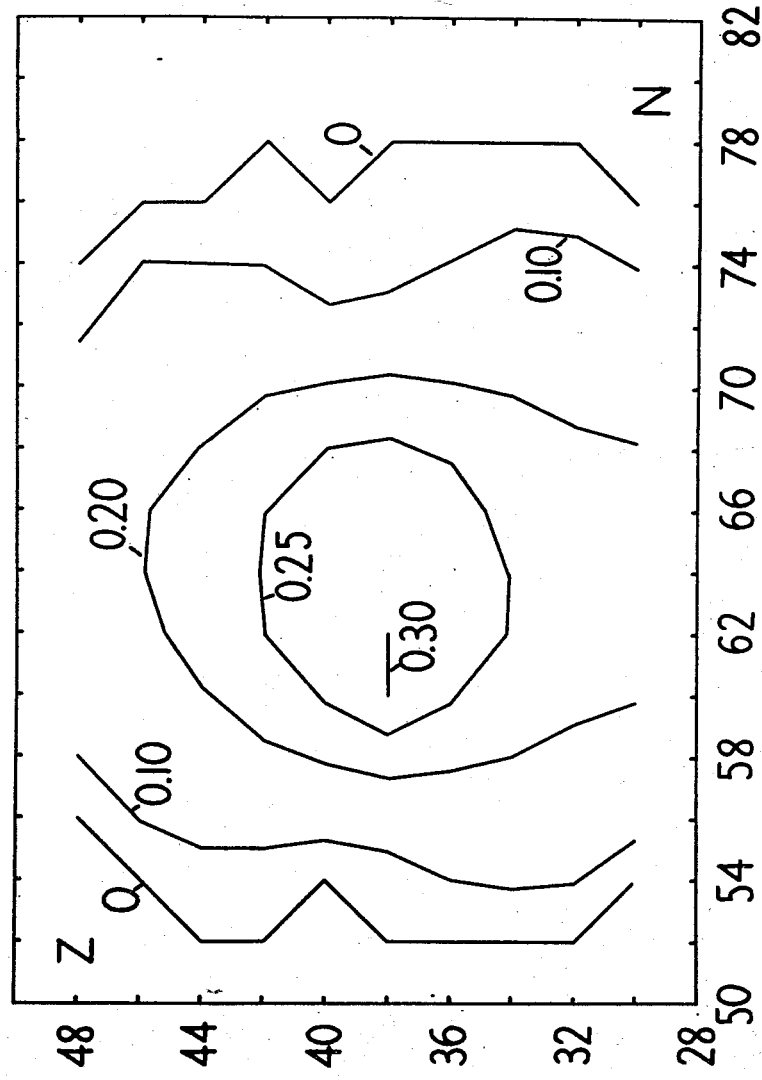


Рис. 5. Контурная карта величины  $\epsilon_1$  как функции числа нейтронов  $N$  и протонов  $Z$ . Числа у кривых означают величину  $\epsilon_1$ .



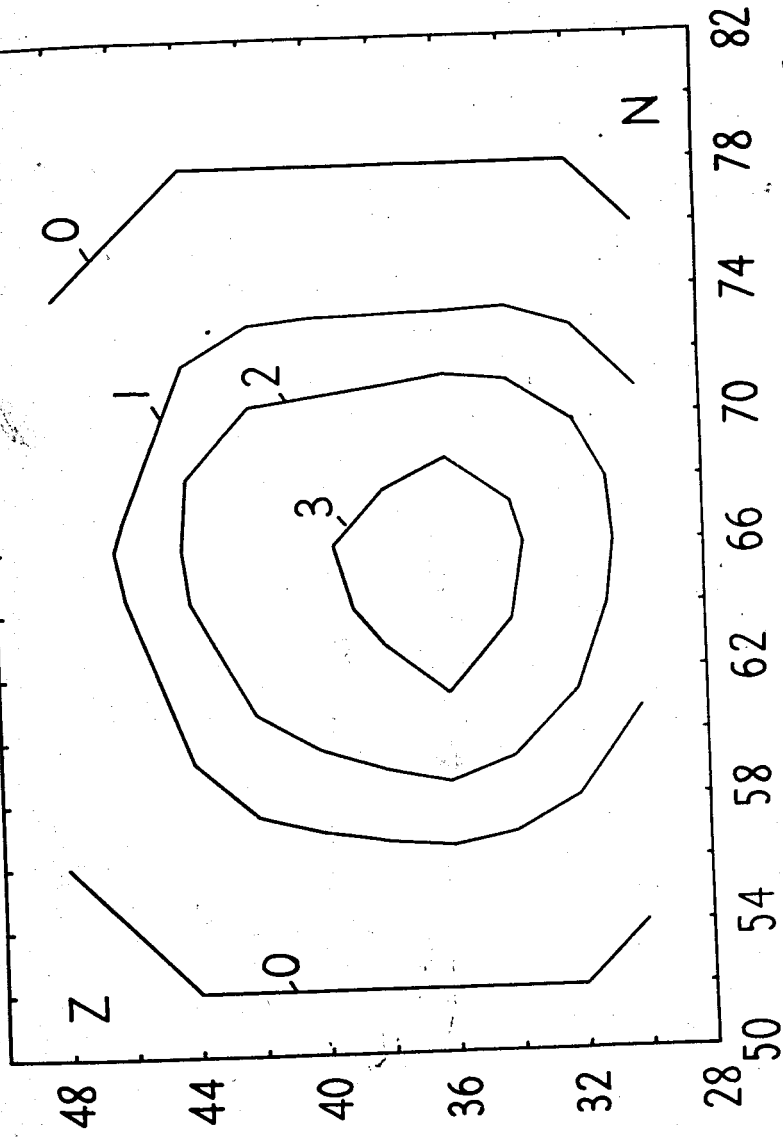


Рис. 6. Контурная карта величины энергии деформации  $\mathcal{E}_{def}^n - \mathcal{E}_{def}^p$  как функции числа нейтронов N и протонов Z. Величина энергии указана в Мэв.

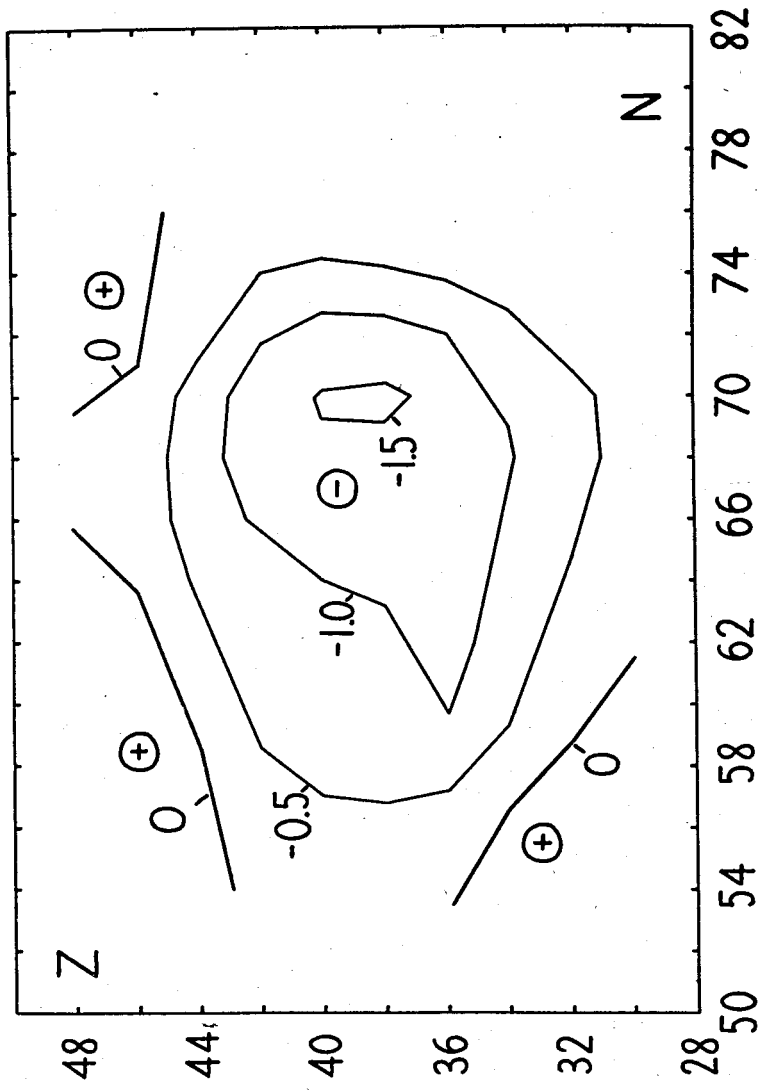


Рис. 7. Контурная карта величины разности энергии деформации  $\Delta \mathcal{E}_{def} = \mathcal{E}_{def}^n - \mathcal{E}_{def}^p$  как функции числа нейтронов N и протонов Z. Величина разности дана в Мэв.