

А-844
ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

13/x-69

Р4 - 4570



В.К.Лукьянов, Ю.С.Поль

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПИСАНИЯ
НЕУПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ НА ЯДРАХ
С ВОЗБУЖДЕНИЕМ НИЗКОЛЕЖАЩИХ УРОВНЕЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

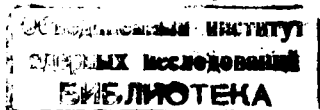
1969

P4 - 4570

В.К.Лукиянов, Ю.С.Поль

**АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПИСАНИЯ
НЕУПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ НА ЯДРАХ
С ВОЗБУЖДЕНИЕМ НИЗКОЛЕЖАЩИХ УРОВНЕЙ**

Направлено в журнал "Ядерная физика"



§1. Введение

Дифференциальное сечение рассеяния электронов на ядрах несет в себе ценную информацию о структуре ядра. Помимо приведенной вероятности перехода, которую в ряде случаев можно выделять из таких сечений, сама форма углового распределения связана с мультипольностью перехода и довольно чувствительна к виду так называемой радиальной переходной плотности (р.п.п.) ядра. Задача теоретического описания неупругого рассеяния электронов с возбуждением коллективных уровней до сих пор в основном базируется на макромоделях ядра. При этом обычно р.п.п. факторизуется из двух частей - структурной и кинематической (связанной с координатами рассеиваемого электрона). В результате из сечения рассеяния выделяется приведенная вероятность перехода, а оставшаяся часть представляет собой кинематическую часть сечения, связанную с относительным движением электрона в поле ядра, и ее довольно просто рассчитать в рамках борновского приближения. Поскольку, однако, это приближение не всегда справедливо, то приходится прибегать к трудоемким расчётам с использованием численно найденных волновых функций движения электрона, что и становится главной задачей многих работ^{/1/}.

Гораздо большие трудности возникают при рассмотрении неупругого рассеяния с использованием микромоделей ядра. В этом случае, как правило, не удается отделить структурную часть задачи от кинематической и поэтому приходится уже с самого начала использовать прямые численные методы. В связи с этим оказывается не случайным, что до сих пор имеется лишь одна работа ^{/2/}, где подобную задачу удалось довести до конца. Ясно также, что численные трудности, которые приходится при этом преодолевать, не позволяют считать такой подход конструктивным и удобным при апробировании в неупругом рассеянии той или иной микромодели ядра, которые в настоящее время широко используются в ядерной физике.

Цель настоящей работы состоит в разработке удобного аналитического метода расчёта сечений неупругого рассеяния, при этом можно использовать как макро-, так и микромоделей ядра. В основе метода лежит высокоэнергетическое приближение и полюсной метод вычисления амплитуды неупругого рассеяния. Метод пригоден для любого вида р.п.п. ядра, которая предварительно отыскивается в рамках той или иной модели.

§2. Выражение для сечения

Запишем сечение неупругого рассеяния электронов в рамках метода искаженных волн ($\hbar = c = 1$):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{i \rightarrow f}(\theta) = \frac{E^2}{(2\pi)^2} \frac{1}{2} \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{\sigma_i \sigma_f} \sum_{M_i M_f} |T_{i \rightarrow f}(\theta)|^2. \quad (1)$$

Здесь

$$T_{i \rightarrow f} = \langle J_f M_f | \int d\vec{r} \Psi_i^{(-)+}(\vec{r}) V(\vec{r}, \xi) \Psi_i^{(+)}(\vec{r}) | J_i M_i \rangle \quad (2)$$

матричный элемент перехода из начального (i) в конечное (f) состояние. Волновая функция ядерного состояния $|JM\rangle$, зависящая от соответствующих координат внутреннего движения ξ , определяется в рамках той или иной модели ядра. Кулоновское взаимодействие электрона с ядром записывается в виде

$$V(\vec{r}, \xi) = -e \int \frac{\rho(\vec{x}, \xi) d\vec{x}}{|\vec{r} - \vec{x}|} \quad (3)$$

(поперечной частью взаимодействия для средних и тяжелых ядер можно пренебрегать ^{/3/}).

Далее, пренебрегая потерей энергии электрона $\Delta E \ll E$ (то есть $|\vec{k}_i| = |\vec{k}_f|$), в высокоэнергетическом приближении ($E \ll V$) можно записать ^{/4/}:

$$\Psi_i^{(-)+} \Psi_i^{(+)} = \mathcal{G}(\vec{r}, u_i^+, u_i^-) e^{i\vec{q}\vec{r} + i\Phi(\vec{r})}, \quad (4)$$

где u_i^+ и u_i^- - спиноры, соответствующие импульсам \vec{k}_i и \vec{k}_f , $\vec{q} = \vec{k}_i - \vec{k}_f$ - переданный импульс, а функции \mathcal{G} и Φ учитывают искажение волновых функций электрона в кулоновском поле ядра и выписаны в явном виде в работе ^{/5/}.

Теперь, производя замену переменных $\vec{u} = \vec{r} - \vec{x}$ и используя разложения ^{/5/}

$$\mathcal{G}(\vec{u} + \vec{x}, u_f^+ u_i) = \mathcal{G}(\vec{x}, u_f^+ u_i) + \dots, \quad (5)$$

$$\Phi(\vec{u} + \vec{x}) = \Phi(\vec{x}) + \vec{\nabla}_u \Phi(\vec{x} + \vec{u})|_{u=0} \vec{u} + \dots,$$

получаем

$$T_{i \rightarrow f} = -4\pi e \int d\vec{x} \frac{\mathcal{G}(\vec{x}, u_f^+ u_i)}{q_{\text{эф}}^2(\vec{x})} e^{i\vec{q}\vec{x} + i\Phi(\vec{x})} \langle J_f M_f | \rho(\vec{x}, \xi) | J_i M_i \rangle, \quad (6)$$

где обозначено

$$\vec{q}_{\text{эф}}(\vec{x}) = \vec{q} + \vec{\nabla}_u \Phi(\vec{u} + \vec{x})|_{u=0}. \quad (7)$$

Представляя здесь $\rho(\vec{x}, \xi)$ в виде разложения

$$\rho(\vec{x}, \xi) = \sum_{LM} P_{LM}(\vec{x}, \xi) Y_{LM}^*(\hat{x}) \quad (8)$$

и используя теорему Вигнера-Экарта (L - целое)

$$\langle J_f M_f | P_{LM} | J_i M_i \rangle = \langle J_i L M_i M | J_f M_f \rangle \langle J_f || P_L || J_i \rangle, \quad (9)$$

получаем

$$\langle J_f M_f | \rho(\vec{x}, \xi) | J_i M_i \rangle = \sum_{LM} \rho_L(x) Y_{LM}^*(\hat{x}) \langle J_i L M_i M | J_f M_f \rangle, \quad (10)$$

где

$$\rho_L(x) = \langle J_f || P_L(x, \xi) || J_i \rangle, \quad (11)$$

назовем радиальной переходной плотностью (р.л.п.) ядра. Подставляя (6) и (10) в формулу для сечения (1) и учитывая, что в высокоэнергетическом приближении

$$\mathcal{G}(\vec{x}, u_f^+ u_i) = \mathcal{G}(\vec{x}) u_f^+ u_i,$$

получим окончательное выражение для сечения

$$\sigma_{i \rightarrow f}(\theta) = \left(\frac{2eE}{q^2} \right) \cos^2 \frac{\theta}{2} \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} \sum_{LM} \frac{1}{2L + 1} |I_{LM}(\theta)|^2, \quad (12)$$

где

$$I_{LM}(\theta) = q^2 \int d\vec{x} \frac{\mathcal{G}(\vec{x})}{q_{\text{эф}}^2(\vec{x})} e^{i\vec{q}\vec{x} + i\Phi(\vec{x})} \rho_L(x) Y_{LM}(\hat{x}). \quad (13)$$

Таким образом, задача вычисления сечения рассеяния разделяется на две независимые части: расчёт в рамках выбранной модели ядра р.л.п. по формуле (11) и вычисление интегралов по формуле (13).

Следует отметить, что полученный здесь результат (12) совпадает по форме с выражением для сечения ^{/6/} в рамках адиабатического приближения с использованием модели гидродинамических колебаний ядра. Эти результаты будут воспроизведены ниже (84) как частный случай.

§3. Вычисление интегралов

Аналогичные интегралы анализировались ранее ^{/6/} для конкретного случая гидродинамической модели колебаний, когда переходная плотность как функция от x совпадала с производной от ферми-плотности ядра. Было показано, что с точностью до членов $\approx (qR)^{-1} \ll 1$ основной вклад в сечение дают слагаемые с $M=0$, а использование высокоэнергетического приближения и полюсного метода позволило найти соответствующий интеграл (13) в явном виде.

Теперь наша задача - вычислить интеграл (13) в общем виде для произвольного вида р.п.п. $\rho_L(x)$. Обратим внимание на характерную черту в поведении р.п.п. при однофононных переходах - все они имеют максимум в районе границы ядра ($x \approx R$), экспоненциально спадают во внешней области ($x > R$), а внутри ядра ($x < R$) могут иметь ряд осцилляций. Для такого вида функций можно применять разработанный ранее ^{/7/} (для упругого рассеяния) метод, суть которого состоит в представлении ферми-подобной функции в виде ряда производных от ферми-плотности. Именно - в данном случае

$$\rho_L(x) = \sum_{m=0}^N a_m^L \phi^{(m)}(x; R, b), \quad (14)$$

$$\phi^{(m)}(z) = \frac{d^m}{dz^m} \phi^{(0)}(z) = \frac{d^m}{dz^m} \frac{1}{1 + e^z}, \quad (z = \frac{x-R}{b}). \quad (15)$$

Здесь коэффициенты разложения a_m^L и число членов ряда N проще всего отыскивать подгонкой методом наименьших квадратов ряда (14)

к заданной функции $\rho_L(x)$. Таким образом, разложение (15) становится вполне определенным. Подставляя его в (13) с заменой там знаков интегрирования и дифференцирования и используя полюсный метод расчёта получаемых интегралов ^{/7/}, находим:

$$I_{L_0}(\theta) = \sum_{m=0}^N a_m^L F_{L_0}^{(m)}(\theta), \quad (16)$$

где

$$F_{L_0}^{(m)}(\theta) = 4\pi^2 q b^2 (-i)^{m-1} \sum_{\epsilon=\pm 1} \frac{G_{L_0}(x_0^\epsilon, \epsilon)}{q_{\text{эф}}^2(x_0^\epsilon, \epsilon)} (b q_{\text{эф}}(x_0^\epsilon, \epsilon))^{m-1} \cdot [m + q_{\text{эф}}(x_0^\epsilon, \epsilon)(iR - \epsilon \pi b \operatorname{cth} \pi q b)] \frac{\exp i[\epsilon q R + \Phi(x_0^\epsilon, \epsilon)]}{2 \operatorname{sh} q \pi b}. \quad (17)$$

Здесь $x_0^\epsilon = R + i \epsilon \pi b$, функции $\Phi(x)$ и $q_{\text{эф}}(x)$, $G_{L_0}(x)$ известны в явном виде и приведены в работе ^{/6/}. В случае $L=0$ этот результат совпадает с полученным ранее выражением ^{/7/} для упругого рассеяния при произвольном р.п.з. $\rho_0(x)$. Не представляет труда обобщить этот результат на случай $M \neq 0$, что, однако, приводит к малой добавке $\approx (qR)^{-2}$.

Итак, теперь задача вычисления сечения неупругого рассеяния сводится к тому, чтобы полученную в рамках какой-либо модели ядра р.п.п. (11) разложить в ряд (14) и воспользоваться найденными коэффициентами a_m^L для вычисления интеграла (16), определяющего сечение неупругого рассеяния (12).

§4. Переходная плотность в макромодели

Обычно в этом случае р.п.п. отыскивается на базе ферми-плотности ядра $\rho_F(\vec{x}; R, b)$, где параметр радиуса R рассматривается как функция динамических переменных $\alpha_{\lambda\mu}$, характеризующих колебания поверхности ядра возле равновесной сферической формы. Именно:

$$\rho_F(\vec{x}; R_0, b) = \rho_0 \left[1 + \exp \frac{x - R_0 - \Delta R(\Omega)}{b} \right]^{-1}, \quad (20)$$

где

$$\Delta R(\Omega) = R_0 \sum_{\lambda\mu} \left[\alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\Omega) - \frac{(-1)^\mu}{4\pi} \alpha_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda-\mu} \right],$$

а Ω - угловые координаты движущегося электрона. Разлагая теперь ρ_F по малости $\Delta R/R_0$ и ограничиваясь первыми не исчезающими слагаемыми в каждом переходе, получаем для радиальной плотности перехода $\rho_L^{(n)}(x)$ из основного состояния ядра $|0\rangle$ в возбужденное $|n, JM\rangle$ (n - число фононов) следующие выражения:

1) для основного состояния ($n=0$, упругое рассеяние)

$$\rho_L^{(0)}(x) = \rho_F^{(0)}(x) \langle 0 || \delta_{L0} || 0 \rangle, \quad (21)$$

2) для однофононного перехода ($n=1, L=2, 3$)

$$\rho_L^{(1)}(x) = \langle J; 1 || \hat{\mathcal{M}}_L || 0 \rangle \frac{1}{J_L^{(1)}} \rho_F^{(1)}(x), \quad (22)$$

3) для двухфононного перехода ($n=2, L=2, 4, \dots$)

$$\rho_L^{(2)}(x) = \langle J; 2 || \hat{\mathcal{M}}_L || 0 \rangle \frac{1}{J_L^{(2)}} \rho_F^{(2)}(x), \quad (23)$$

4) для монопольных переходов ($n=2, L=0$)

$$\rho_0^{(2)}(x) = \langle 0; 2 || \hat{\mathcal{M}}_0 || 0 \rangle \frac{1}{J_0^{(2)}} [\rho_F^{(1)}(x) - R \rho_F^{(2)}(x)], \quad (24)$$

где

$$J_{L \neq 0}^{(n)} = \int \rho_F^{(n)}(x) x^{L+2} dx; \quad J_0^{(2)} = R^3 \int [\rho_F^{(1)}(x) - R \rho_F^{(2)}(x)] x dx$$

и

$$\rho_F^{(n)}(x) = \frac{\partial^n}{\partial (\Delta R)^n} \rho_F(\vec{x}; R_0, b) \Big|_{\Delta R=0}, \quad (25)$$

а $\hat{\mathcal{M}}_L$ - оператор электрического и монопольного ($L=0$) переходов.

Используя определение приведенной вероятности перехода

$$B^{(n)}(EL; J \rightarrow 0) = |\langle J; n || \hat{\mathcal{M}}_L || 0 \rangle|^2, \quad (26)$$

получаем, таким образом, следующее выражение для сечения рассеяния:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{i \rightarrow f}^{(n)} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_M \frac{2J_i + 1}{2J_f + 1} \sum_{LM} \frac{1}{e^2} B^{(n)}(EL; J_i \rightarrow J_f) \frac{1}{2L+1} |I_{LM}^{(n)}(\theta)|^2 \quad (27)$$

Здесь

$$I_{LM}^{(n)}(\theta) = \frac{1}{J_L^{(n)}} \sum_{m=0}^N a_m^{(n)} F_{LM}^{(m)}(\theta), \quad (28)$$

где в случае однофононных и двухфононных переходов $a_m^{(n)} = \frac{1}{b^n} \delta_{mn}$ и для монополюсных - $a_m^{(0)} = [\frac{1}{b} \delta_{1m} - R \frac{1}{b^2} \delta_{2m}]$. Аналогичный результат был получен в работе /8/, где амплитуда неупругого рассеяния строилась на базе упругого с использованием адиабатического приближения:

$$f_{i \rightarrow i}^{\text{неупр.}}(\theta) = \langle J_i M_i | f_{\text{упр.}}(\theta, \xi) | J_i M_i \rangle.$$

Следует заметить, что такой традиционный подход к неупругому рассеянию, базирующийся на гидродинамическом описании колебаний ядра, весьма удобен для обработки экспериментальных данных, так как при этом анализируется лишь кинематическая часть сечения, описывающая угловое распределение, а сравнение абсолютных величин сечений дает приведенную вероятность электрического перехода мультипольности L.

В этом смысле полезно сделать некоторое обобщение такого подхода, где учитывались бы (по крайней мере формально) некоторые характерные черты в структуре р.п.э., которые выявились в последние годы. Дело в том, что недавние эксперименты по упругому рассеянию электронов на ^{40}Ca и ^{48}Ca при энергии 750 Мэв /8/ (что примерно в два-три раза превышает "обычные" в таких опытах энергии) выявили "тонкую", оболочечную структуру р.п.э. в центральной области ядра, где были обнаружены отклонения осциллирующего характера от ферми-плотности. С другой стороны, расчёты р.п.э. и р.п.п. на базе микромоделей ядра всегда дают подобного рода радиальные вариации, причем их поведение в основном соответствует рассмотренному выше, а именно: переходная плотность однофононного перехода близка к производной от плотности заряда. Все это позволяет построить единое феноменологическое описание упругого и неупругого рассеяния электронов на базе одного и того же р.п.э. произвольного вида:

$$\rho(x) = \sum_{m=0}^N a_m \phi^{(m)}(x; R, b). \quad (29)$$

В этом случае функциям $\rho^{(n)}(x)$ ($n=1,2$) из формул (21)-(28) придается более общий смысл - теперь они есть производные от р.п.э. (29) и выражаются через те же самые коэффициенты a_m

$$\rho^{(n)}(x) = \frac{1}{(-b)^n} \sum_{m=0}^N a_m \phi^{(m+n)}(x; R, b). \quad (30)$$

Хотя подобное обобщение несколько формально, оно справедливо в той же мере (то есть в той же мере нарушает принципы гидродинамической модели ядра), что и изложенная выше традиционная схема. С другой стороны, это обобщение может быть полезным при "прямом" анализе экспериментальных данных с целью извлечения информации о р.п.э. /9/. Такой анализ теперь можно проводить совместно для упругого и неупругого рассеяния, используя выражение для р.п.э. (29) и р.п.п. (30) с одними и теми же коэффициентами a_m , которые отыскиваются как варьируемые параметры при сравнении теории и эксперимента по χ^2 -методу. Такой совместный анализ может сузить неопределенность в ходе р.п.э. во внутриядерной области, которая получалась из анализа данных только упругого рассеяния при обычных энергиях электронов $E = 250 \text{ Мэв}$ /9/.

85. Переходная плотность в микромоделей

В рамках микромоделей динамическими переменными ξ , описывающими состояния сферического ядра, являются операторы $a_{\nu r}^+$, $a_{\nu r}$ рождения и уничтожения частицы в состоянии $\nu = n$, l , j m , с проекцией изоспина r . В терминах этих операторов р.п.э. имеет вид

$$\rho(\vec{x}, \xi) = \sum_{n=1}^A \rho(\vec{x} - \vec{r}_n) = \sum_{\nu_1 \nu_2 r_1 r_2} \langle \nu_1 r_1 | \rho(\vec{x} - \vec{r}) | \nu_2 r_2 \rangle a_{\nu_1 r_1}^+ a_{\nu_2 r_2}. \quad (31)$$

Волновые функции базиса $|\nu r\rangle$ определяются как

$$|\nu r\rangle = R_{\nu}^{-1}(r) \chi^r i^{\ell} | \ell \frac{1}{2} j m \rangle,$$

$$| \ell \frac{1}{2} j m \rangle = \sum_{\mu} \left(\ell \frac{1}{2} \mu, m - \mu | j m \right) Y_{\ell \mu}(\hat{r}) \chi_{\frac{1}{2}}^{m - \mu}. \quad (32)$$

$$(\bar{\nu} = n, \ell, j)$$

Для точечных зарядов имеем

$$\rho(\vec{x} - \vec{r}) = e_r \delta(\vec{x} - \vec{r}) = e_r \frac{\delta(x - r)}{x^2} \sum_{LM} Y_{LM}(\hat{r}) Y_{LM}^*(\hat{x}), \quad (33)$$

и тогда

$$\rho(\vec{x}, \xi) = \sum_{LM} P_{LM}(x, \xi) Y_{LM}^*(\hat{x}),$$

где

$$P_{LM}(x, \xi) = \sum_{\bar{\nu}_1 \bar{\nu}_2 r} A_{\bar{\nu}_1 \bar{\nu}_2 r}^L(x) [a_{\nu_1 r}^+ a_{\nu_2 r}]_{LM}, \quad (34)$$

$$A_{\bar{\nu}_1 \bar{\nu}_2 r}^L(x) = e_r R_{\bar{\nu}_1}^{-1}(x) R_{\bar{\nu}_2}^{-1}(x) i^{\ell_1 - \ell_2 - 1} (-1)^{j_1} \sqrt{\frac{2j_2 + 1}{4\pi}} \left(j_1 j_2 \frac{1}{2} - \frac{1}{2} | L 0 \right), \quad (35)$$

$$[a_{\nu_1 r}^+ a_{\nu_2 r}]_{LM} = \sum_{m_1 m_2} (j_2 L m_2 M | j_1 m_1) a_{\nu_1 r}^+ a_{\nu_2 r}. \quad (36)$$

Таким образом, р.п.п. (11) выразится в общем виде:

$$\rho_L(x) = \langle J_i | P_L(x, \xi) | J_f \rangle = \sum_{\bar{\nu}_1 \bar{\nu}_2 r} A_{\bar{\nu}_1 \bar{\nu}_2 r}^L(x) \langle J_i | [a_{\nu_1 r}^+ a_{\nu_2 r}]_{LM} | J_f \rangle \quad (37)$$

где $|J_{i,f}\rangle$ - волновые функции основного (i) и возбужденного (f) состояний ядра - определяются в рамках какой-либо конкретной микромоде-
ли.

Выражение (37) для точечных частиц можно обобщить на случай, когда нуклоны имеют размазанный заряд с плотностью $\rho_p(x)$. Тогда р.п.п. $\bar{\rho}_L(x)$ определяется следующим образом:

$$\bar{\rho}_L(x) Y_{LM}^*(\hat{x}) = \int \rho_L(r) Y_{LM}^*(\hat{r}) \rho_p(|\vec{x} - \vec{r}|) d\vec{r}. \quad (38)$$

Предложенный выше метод расчёта неупругого рассеяния интересно проверить сравнением с соответствующими точными расчётами, взяв за основу одну и ту же микромодель ядра. Такого рода точные расчёты были выполнены в работе ^{/2/}, где рассматривалось неупругое рассеяние электронов на круглых ядрах, причем волновые функции относительного движения электрона находились численным решением уравнения Дирака, а низколежащие возбужденные состояния рассматривались как фононные на базе микромодели ядра с учётом остаточных парных и квадрупольных взаимодействий нуклонов. Подобные модели часто используются в последние годы, однако в данной работе ^{/2/} введены

изменения, которые необходимы при рассмотрении вопросов рассеяния. Именно: в качестве одночастичного базиса (32) выбирались функции в поле вуд-саксоновского потенциала с включением $\vec{l}\vec{s}$ - членов. Это дает правильную (экспоненциальную) асимптотику таких функций и соответствующих р.п.э. и р.п.п. в районе границы ядра, что важно при описании упругого и неупругого рассеяний.

В рамках этой модели для перехода на однофононное состояние

$$|JM\rangle = B_{JM}^+ |0\rangle \quad (39)$$

получим в согласии с ^{/2/} выражение для р.п.п.:

$$\rho_L(x) = \sum_{\substack{\nu_1 \nu_2 r \\ (j_1 \leq j_2)}} (1 + \delta_{\nu_1 \nu_2})^{-1/2} (v_{\nu_1 r} u_{\nu_2 r} + v_{\nu_2 r} u_{\nu_1 r}) (\Pi_L^{\nu_1 \nu_2 r} - \Lambda_L^{\nu_1 \nu_2 r}) A_{\nu_1 \nu_2 r}^L(x).$$

Здесь (u, v) и (Π, Λ) - амплитуды квазичастичных и фононных преобразований. В работе ^{/2/} на основе этой формулы были выполнены расчёты р.п.э. и р.п.п. для ядра ^{58}Ni . Результаты их приведены в верхней части рис. 1 и 2. Видно, что переходная плотность имеет характерный максимум на границе ядра (пунктирная кривая). Усреднение этой р.п.п. по формуле (38) с эмпирической плотностью заряда нуклона дает более плавную р.п.п. (сплошная кривая). На рис. 2 сплошной кривой дана рассчитанная плотность заряда и видны типичные для микромоделей осциллирующего характера отклонения ее от обычной ферми-плотности (20) (пунктир).

86. Обсуждение

Проведем сравнение результатов расчёта неупругого рассеяния, полученных на основе нашего метода (приближения $E \gg V$, $qR \gg 1$, $E \gg \Delta E$), и результатов точного численного решения уравнения Дирака с последующим расчётом амплитуды неупругого рассеяния.

Рассмотрим конкретный пример неупругого рассеяния ($E = 183$ Мэв) с возбуждением однофононного 2^+ уровня ($\Delta E = 1,45$ Мэв) в ^{58}Ni , который детально изучался в работе ^{/2/}. За переходную плотность возьмем рассчитанную в ^{/2/} функцию, она изображена в верхней части рис. 1 (сплошной кривой - для "размазанного" протонного заряда, пунктирной - для "точечного"). Далее, следуя нашей методике, представим функцию в виде ряда (14) и методом наименьших квадратов найдем набор коэффициентов a_m . Оказывается, что при большой точности подгонки (99%) достаточно взять всего $N = 10$ членов этого ряда. Подставив полученный набор a_m в формулу для амплитуды (16) и далее - в выражение для сечения (12), находим окончательный результат, который показан на рис. 1, где отложено значение формфактора $|F|^2 = \sigma_{i \rightarrow f} / \sigma_m$, (сплошные и пунктирные кривые соответствуют приведенным, вверху переходным плотностям). Штрих-пунктирной кривой даны точные расчёты ^{/2/} с переходной плотностью в случае "размазанного" протонного заряда. Видно, что наш метод приводит к хорошему согласию (в рамках исходных приближений, начиная с $\theta = 40^\circ$ и далее) с точными расчётами.

Теперь, основываясь на нашем подходе, проанализируем последние экспериментальные данные по упругому и неупругому рассеянию электронов с энергией $E = 225$ Мэв на ядре ^{58}Ni ^{/10/} с использованием тех же плотностей заряда и перехода. На рис. 2 изображены результаты этого анализа. Пунктирные кривые - расчёты на базе гидродинамической макромоделли с ферми-плотностью ($R_0 = 4,148$, $b = 0,559$)

(см. §4), а сплошные кривые соответствуют р.п.э. и р.п.п., полученным в микромодели /2/. Сравнение с экспериментом показывает, что рассчитанная "микрореплотность" имеет завышенный радиус, что проявляется в сдвиге первого минимума упругого рассеяния в сторону малых углов. Более интересно то, что обе модели дают явно неудовлетворительное описание неупругого рассеяния в области минимума, где расхождение с экспериментом достигает 70%. Можно думать, что это связано отчасти с необходимостью учесть так называемые "дисперсионные эффекты", связанные с возможностью многоступенчатого возбуждения этого уровня, — однако конкретные расчёты для данного перехода /11/ привели в районе первого минимума к поправкам такого рода порядка 5%.

В связи с отмеченным расхождением был предпринят прямой поиск возможных переходных плотностей, которые дали бы хорошее описание всех экспериментальных точек неупругого рассеяния. В нашем подходе эту задачу нетрудно осуществить, так как сечение (12) выражается в виде ряда известных функций с теми же коэффициентами a_m , что и в переходной плотности (14). Поэтому, проводя анализ экспериментальных точек по χ^2 -методу, где эти коэффициенты выступают как варьируемые параметры, мы можем отыскать один из возможных наборов a_m , а следовательно, и соответствующую переходную плотность, которая всюду нормировалась на величину $B(E2)$ так, чтобы

$$\frac{1}{e^2} B(E2) = \left| \int \rho_2(x) x^4 dx \right|^2$$

(анализ показал, что наилучшим является значение $\frac{1}{e^2} B(E2) = 120 \phi^4$). Такой подход уже применялся для упругого рассеяния и проиллюстрировал невозможность на основе имеющихся экспериментальных данных однозначно определить распределение плотности заряда в центральной части ядра. В данном случае получается аналогичный результат. На

рис. 2 штрих-пунктиром сверху изображена одна из возможных переходных плотностей, которая дает хорошее согласие с экспериментальным формфактором, но, однако, значительно отличается от модельных р.п.п. тем, что имеет сглаженный пик у границы ядра и более сложный ход вне ядра. Результат независимо проведенного анализа для упругого рассеяния дан на этом же рисунке (штрих-пунктир). Сравнение полученных кривых показывает, что поведение переходной плотности у границы ядра, где отмеченная выше неоднозначность уже не проявляется, не совпадает с поведением производной от плотности заряда.

Последний результат может показаться любопытным, так как до сих пор все попытки описать неупругое рассеяние строились в основном на базе макромоделей, где эта зависимость предполагается с самого начала. Поэтому мы провели совместный прямой анализ упругого и неупругого рассеяния, где данное условие вводилось с самого начала, хотя форма исходного р.п.э. могла быть произвольной (подробности см. в §4, формулы (29) и (30)). На рис. 3 штрих-пунктиром приведены результаты такого анализа. Для сравнения сплошными кривыми даны результаты, соответствующие обычному подходу на базе ферми-плотности. Полученные результаты показывают, что постулируемая связь между р.п.э. и р.п.п. оказывается довольно "жестким" условием и не позволяет дать полного описания неупругого рассеяния, несмотря на то, что имеется широкая возможность варьировать плотность во внутренней области ядра.

Итак, сформулируем кратко полученные результаты.

1. Предложенный аналитический метод расчёта неупругого рассеяния можно использовать как для макро-, так и для микромодели ядра (при выполнении исходных условий $E \gg V$, $qR \gg 1$, $E \gg \Delta E$).

2. Анализ данных по возбуждению однофононных состояний в круглых ядрах (на примере ^{58}Ni) показал, что наиболее типичные макро- и микромодеи колебаний ядра дают неудовлетворительное описание эксперимента в области первого минимума. В то же время согласия с экспериментом удается добиться при такой переходной плотности, которая характеризуется большим радиусом и "размазкой" в районе границы ядра, что, возможно, указывает на выделенную роль внешних нуклонов.

3. Зависимость переходной плотности в виде производной от функции распределения заряда, видимо, не является достаточно правильной, хотя и отражает общие черты в механизме неупругого рассеяния.

В заключение можно отметить, что в рамках изложенной схемы одноступенчатого возбуждения можно проводить также анализ двухфононных переходов (для этого достаточно рассчитать соответствующую переходную плотность (37)). Однако при детальном сравнении с экспериментом здесь важно учесть также многоступенчатые процессы возбуждения и "дисперсионные поправки".

Л и т е р а т у р а

1. D.S. Onley, T.A. Griffy, J.T. Reynolds. Phys.Rev., 129, 1689 (1963); T.H. Schucan. Nucl.Phys., 61, 417 (1965).
2. J.T. Reynolds, D.S. Onley. Nucl.Phys., 66, 1 (1965).
3. J.D. Walecka. Phys.Rev., 126, 653 (1962).
4. D.R. Ynnie, F.L.Boos, D.C. Ravenhall. Phys.Rev., 137, B882(1965); Ю.С.Поль, В.К.Лукьянов, И.Ж.Петков. Acta Phys.Pol., 34, 49 (1968).
5. И.Ж.Петков, В.К. Лукьянов, Ю.С.Поль. ЯФ, 4, 57 (1966).

6. И.Ж.Петков, В.К.Лукьянов, Ю.С.Поль. ЯФ, 4, 556 (1966).
7. В.К.Лукьянов, И.Ж.Петков, Ю.С.Поль. ЯФ, 9, 349 (1969).
8. J.V.Bellicard, P.Bounin, R.F. Frosch et al., Phys.Rev.,Lett., 19, 527 (1967).
9. Ю.С.Поль. Препринт ОИЯИ, P4-4353, Дубна, 1968.
10. В.М.Хвастунов, Н.Г.Афанасьев, В.Д.Афанасьев и др. Phys.Lett., 28B, 119 (1968); В.Д.Афанасьев, Н.Г.Афанасьев, И.С.Гулькаров и др. УФЖ, 13, 1919 (1968).
11. C.Toepffer, W.Greiner. Preprint University of Virginia, 1968.

Рукопись поступила в издательский отдел
27 июня 1969 года.

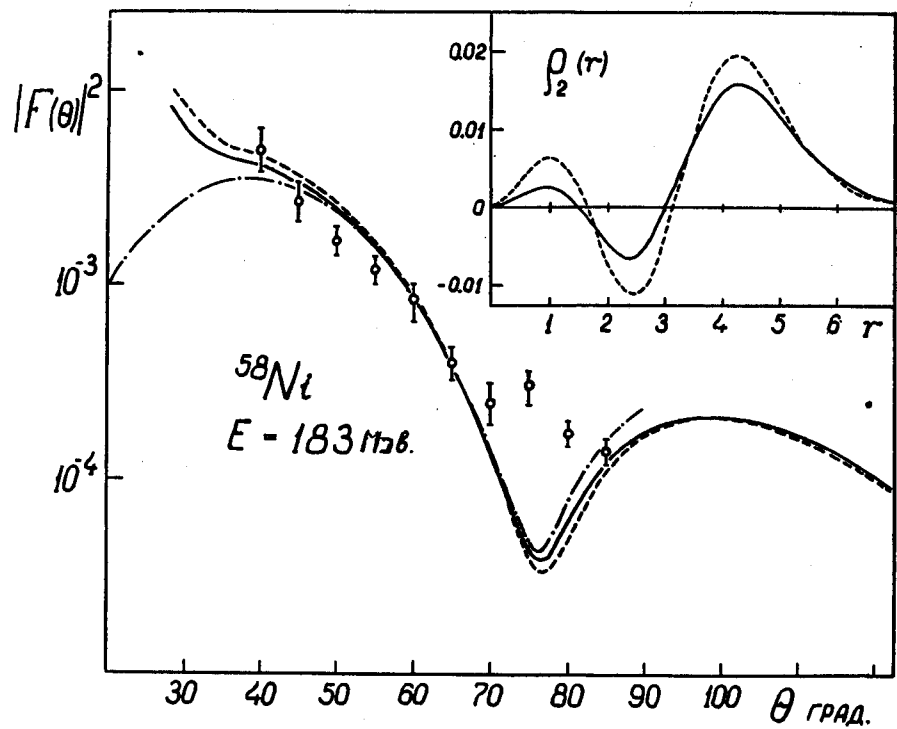


Рис. 1. Сравнение точных и приближенных расчётов по изложенному выше методу для неупругого рассеяния с возбуждением первого 2^+ уровня ^{58}Ni . Пунктирные и сплошные кривые - "точечная" и "размазанная" плотности перехода, рассчитанные в работе ^{2/}, и соответствующие им формфакторы. Штрих-пунктир - точный расчёт формфактора ^{2/} для "размазанной" плотности перехода.

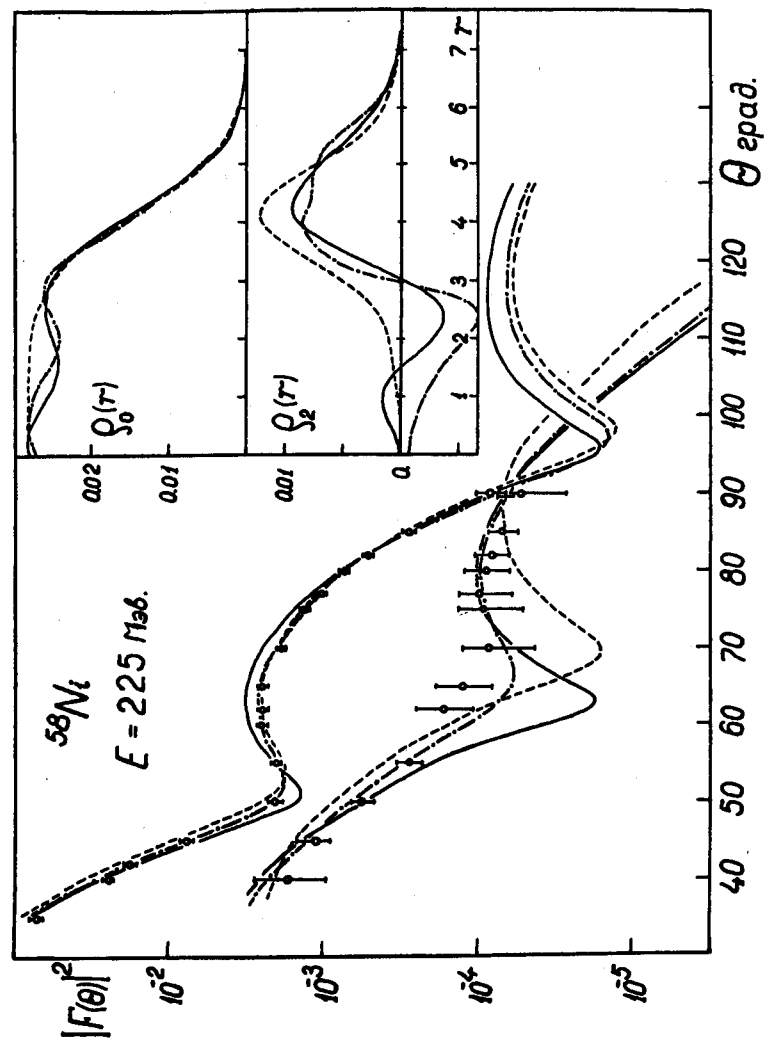


Рис. 2. Анализ упругого и неупругого рассеяния электронов с возбуждением первого 2^+ уровня ^{58}Ni /10/. Пунктирные кривые - расчёты на базе гидродинамической модели с ферми-плотностью, сплошные - с помощью плотностей заряда и перехода, полученных в микромодели ^{2/}. Штрих-пунктирные кривые - один из вариантов плотности заряда ρ_0 и перехода ρ_2 , восстановленных из прямого независимого анализа экспериментальных данных.

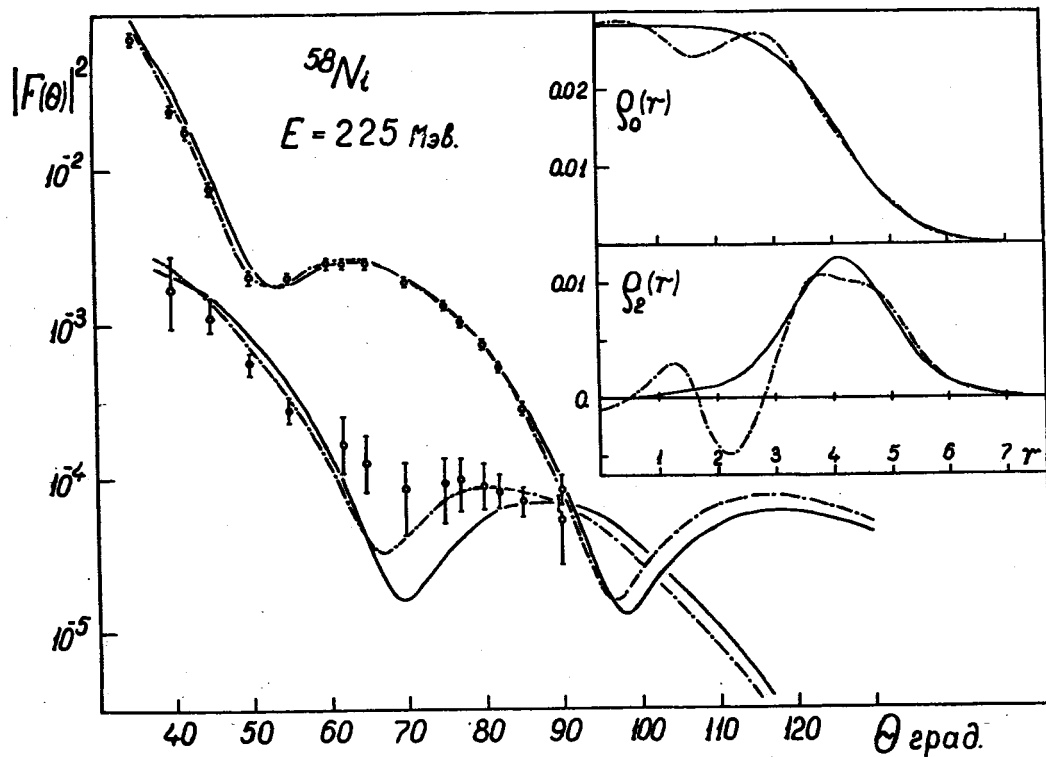


Рис. 3. Совместный анализ упругого и неупругого рассеяния /10/.
 Сплошные кривые – расчёты на базе гидродинамической модели с ферми-плотностью, штрих-пунктирные – результат прямого совместного анализа на базе макромодели с плотностью заряда произвольной ферми-подобной формы (84).