СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

Р4 - 4533

Н.И.Пятов, М.И.Черней

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

НЕАДИАБАТИЧЕСКАЯ ВРАЩАТЕЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ДВУХ СИЛЬНОВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ УРОВНЕЙ В НЕЧЕТНЫХ ЯДРАХ

1969

P4 - 4533

Н.И.Пятов, М.И.Черней

НЕАДИАБАТИЧЕСКАЯ ВРАЩАТЕЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ДВУХ СИЛЬНОВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ УРОВНЕЙ В НЕЧЕТНЫХ ЯДРАХ

1. Введение

Необходимость учета неадиабатических эффектов во вращательных спектрах нечетных деформированных ядер возникла уже давно. Впервые метод учета смешивания двух вращательных полос, обусловленного взаимодействием Кориолиса, был разработан Керманом [1] и в дальнейшем усовершенствован в работе Брокмайера и др. [2]. Для объяснения наблюдаемых энергетических спектров, вероятностей переходов и моментов обычно используют метод наименьших квадратов, в котором требуется большое количество входных параметров и, следовательно, наличие большого числа экспериментальных данных.

Последовательный феноменологический метод учета неадиабатических эффектов разработан Бором и Моттельсоном [3]. Этот метод предполагает, что взаимодействие внутреннего и вращательного движения можно рассматривать как возмущение и представить формулу для вращательных энергий в виде ряда теории возмущений по степеням $I(I+1)$ и специфических знакопеременных членов типа $(-1)^{I+K}\frac{(I+K)!}{(I-K)!}A_{2K}$.

В последние годы развиты различные микроскопические подходы для вычисления параметров феноменологической формулы для вращательных энергий в четно-четных ядрах (см., например, [4-7]). Недавно проведены вычисления параметра B при члене $I^2(I+1)^2$ в нечетных деформированных ядрах [8]. В этих работах используется кренкинг-модель, либо метод Харти-Фока-Боголюбова для вычисления момента инерции, а взаимодействие Кориолиса учитывается как возмущение. Такой подход оказывается неприменимым в случае взаимодействия близких по энергии вращательных состояний и возникает необходимость точной диагонализации взаимодействия Кориолиса.

Такой метод учета смешивания одночастичных состояний с $\Delta K \leq I-1/2$ на базе произвольной одночастичной схемы недавно предложен Чернеем и др. /9/. Первоначальные расчеты, проведенные без учета парных корреляций, показали, что если взаимодействующие уровни находятся близко, то неадиабатические эффекты сильны и не могут рассматриваться по теории возмущения. В этом случае выделение "внутренних" возбуждений и определение порядка заполнения одночастичных состояний становится затруднительным. Необходимо явно вводить химический потенциал и вычислять полную энергию системы (или их эквиваленты) для различных значений спина, для определения "ротационных" полос и их относительного положения в спектре ядра. Учет парных корреляций и позволяет разрешить все вышеуказанные трудности. Однако при включении парных корреляций возникает необходимость учета взаимодействия спаривания и вращательного движения, которое влияет на величину энергетической щели (антиспаривательные эффекты). Формализм учета этого взаимодействия в рамках теории возмущения был развит в работах Чана и Валатина /5/ и Маршалека /6/.

Настоящая работа имеет целью разработать метод решения задачи для нечетных ядер в случае, когда взаимодействие Кориолиса не может рассматриваться как возмущение, т.е. когда адиабатическая вращательная модель становится неприменимой. В приближении статического спаривания эта задача решена в нашей предыдущей работе /10/. В данной работе развит формализм, в рамках которого одновременно рассматриваются и спаривание и вращательное движение. Единственное ограничение, используемое при решении, - параметризация момента инерции. В разделах 2 и 3 развита неадиабатическая вращательная теория для одноквазичастичных возбуждений и получены обобщенные уравнения для $\Delta(I)$ и $\lambda(I)$ с учетом эффекта блокировки и взаимодействия спаривания и вращения. В разделе 4 метод случайной фазы использован для учета взаимодействия квазичастиц с парными вибрациями кора и показано, как это взаимодействие может быть учтено при решении уравнений для $\Delta(I)$ и $\lambda(I)$.

Для простоты нами исследован только случай сильного смешивания двух уровней.

2. *Гамильтониан*

Рассмотрим модельный гамильтониан для частицы, взаимодействующей с вращающимся аксиально-симметричным кором который был введен Керманом /1/, и добавим к нему член, соответствующий парным взаимодействиям:

$$H = H_{s.p.} + H_{rot} + H_c + H_{pair} , \tag{1}$$

где

$$H_{rot} = \frac{\hbar^2}{2J} \{ I(I+1) - K^2 \} , \tag{2}$$

а остальные члены в представлении вторичного квантования можно записать в виде:

$$H_{s.p.} = \sum_{\nu} (\epsilon_{\nu} - \lambda) [a^+_{\nu} a_{\nu} + a^+_{\tilde{\nu}} a_{\tilde{\nu}}] \tag{3}$$

$$H_{pair} = -G \, \Gamma^+ \Gamma , \qquad \Gamma = \sum_{\nu > 0} a_{\nu} a_{\tilde{\nu}} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} H_c &= -\frac{\hbar^2}{2J} (I_+ + I_-) F , \\ F &= \sum_{\nu,\nu'} \{ \langle \nu | j_+ + j_- | \nu' \rangle a^+_{\nu} a_{\nu'} + \\ &\langle \tilde{\tilde{\nu}} | j_+ + j_- | \tilde{\tilde{\nu}}' \rangle a^+_{\tilde{\tilde{\nu}}} a_{\tilde{\tilde{\nu}}'} + \langle \tilde{\nu} | j_+ + j_- | \nu' \rangle a^+_{\tilde{\tilde{\nu}}} a_{\nu'} + \\ &\langle \nu | j_+ + j_- | \tilde{\tilde{\nu}}' \rangle a^+_{\nu} a_{\tilde{\tilde{\nu}}'} \} . \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь I и K обозначают полный момент системы и его проекцию на ось симметрии ядра, ϵ_{ν} – одночастичные энергии среднего поля,

λ – химический потенциал. Операторы a^+_ν и a_ν – операторы рождения и уничтожения частицы в состоянии ν ; состояние $\tilde{\tilde{\nu}}$ сопряжено по времени относительно ν ; $\hbar^2/2J$ – инерциальный параметр (не вычисляется в данной задаче, а выбирается из эксперимента). Операторы $I_\pm$ и $j_\pm$ определены обычным образом /1/:

$$I_\pm = I_x \pm iI_y , \qquad j_\pm = j_x \pm ij_y . \tag{6}$$

На одночастичные матричные элементы наложены условия

$$\begin{aligned} &\langle\nu| j_+ + j_- |\nu'\rangle = -\langle\tilde{\tilde{\nu}}| j_+ + j_- |\tilde{\tilde{\nu}}'\rangle \equiv j_{\nu\nu'} = j_{\nu'\nu} \\ &\langle\nu| j_+ + j_- |\tilde{\tilde{\nu}}'\rangle = \langle\tilde{\tilde{\nu}}| j_+ + j_- |\nu'\rangle \equiv \bar{j}_{\nu\nu'} = \bar{j}_{\nu'\nu} . \end{aligned} \tag{7}$$

Последние матричные элементы отличны от нуля только для состояний с $K=1/2$.

Перейдем к представлению квазичастиц с помощью преобразования Боголюбова:

$$\begin{aligned} a_\nu &= u_\nu \alpha_{\tilde{\tilde{\nu}}} + v_\nu \alpha^+_\nu \\ a_{\tilde{\tilde{\nu}}} &= u_\nu \alpha_\nu - v_\nu \alpha^+_{\tilde{\tilde{\nu}}} . \end{aligned} \tag{8}$$

Введем операторы

$$\begin{aligned} B_\nu &= \alpha^+_\nu \alpha_\nu + \alpha^+_{\tilde{\tilde{\nu}}} \alpha_{\tilde{\tilde{\nu}}} \\ A_\nu &= \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\tilde{\nu}}} \\ C_{\nu\nu'} &= \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\tilde{\nu}}'} + \alpha_{\tilde{\tilde{\nu}}} \alpha_{\nu'} \\ D_{\nu\nu'} &= \alpha^+_{\tilde{\tilde{\nu}}} \alpha_{\tilde{\tilde{\nu}}'} - \alpha^+_\nu \alpha_{\nu'} \end{aligned} \tag{9}$$

$$\bar{C}_{\nu\nu'} = a_{\nu'} a_{\nu} - a_{\tilde{\tilde{\nu}}'} a_{\tilde{\tilde{\nu}}}$$

$$\bar{D}_{\nu\nu'} = a^{+}_{\tilde{\tilde{\nu}}} a_{\nu'} + a^{+}_{\nu} a_{\tilde{\tilde{\nu}}'} ,$$

с помощью которых операторы Γ и F можно записать в виде:

$$\Gamma = -\sum_{\nu} u_{\nu} v_{\nu} + \sum_{\nu} u_{\nu} v_{\nu} B_{\nu} - \\ -\sum_{\nu} (u^2_{\nu} A_{\nu} - v^2_{\nu} A^{+}_{\nu}) \tag{10}$$

$$F = \sum_{\nu,\nu'} [j_{\nu\nu'} D_{\nu\nu'} + \bar{j}_{\nu\nu'} \bar{D}_{\nu\nu'}] M_{\nu\nu'} + \\ + \frac{1}{2} \sum_{\nu\nu'} [j_{\nu\nu'} (C^{+}_{\nu\nu'} + C_{\nu\nu'}) + \\ + \bar{j}_{\nu\nu'} (\bar{C}^{+}_{\nu\nu'} + \bar{C}_{\nu\nu'})] L_{\nu\nu'} , \tag{11}$$

где

$$M_{\nu\nu'} = u_{\nu} u_{\nu'} + v_{\nu} v_{\nu'}$$

$$L_{\nu\nu'} = u_{\nu} v_{\nu'} - u_{\nu'} v_{\nu} .$$

Подставляя выражения (9)-(11) в полный гамильтониан (1), запишем H в виде:

$$H = U_0 + H_{sqp} + H_{coll} + H_{rot} + H_{int} + H_c . \tag{12}$$

где

$$U_0 = 2\sum_\nu (\epsilon_\nu - \lambda) v_\nu^2 - G\Big(\sum_\nu u_\nu v_\nu\Big)^2 \qquad (12а)$$

$$H_{sqp} = \sum_\nu \Big[(\epsilon_\nu - \lambda)(u_\nu^2 - v_\nu^2) - G u_\nu^2 v_\nu^2 + 2u_\nu v_\nu G \sum_{\nu'} u_{\nu'} v_{\nu'} \Big] B_\nu \qquad (12в)$$

$$H_{coll} = -\frac{G}{4} \sum_\nu \Big[(u_\nu^2 - v_\nu^2)(A_\nu^+ + A_\nu) + (A_\nu^+ - A_\nu) \Big] \times \sum_{\nu'} \Big[(u_{\nu'}^2 - v_{\nu'}^2)(A_{\nu'}^+ + A_{\nu'}) - (A_{\nu'}^+ - A_{\nu'}) \Big] \qquad (12с)$$

$$H_{int} = -\frac{G}{2} \sum_\nu \sum_{\nu'} u_\nu v_\nu \Big\{ B_\nu \Big[(u_{\nu'}^2 - v_{\nu'}^2)(A_{\nu'}^+ + A_{\nu'}) - (A_{\nu'}^+ - A_{\nu'}) \Big] + c.c. \Big\}. \qquad (12д)$$

Здесь H_{sqp} описывает квазичастичные возбуждения ядра, H_{coll} – коллективные возбуждения, генерированные парными взаимодействиями (парные вибрации), а H_{int} – взаимодействие квазичастиц с парными вибрациями. Взаимодействие внутреннего и вращательного движений осуществляется через H_c.

3. *Одноквазичастичные возбуждения*

Пренебрежем сначала взаимодействием квазичастиц с вибрациями кора и решим задачу в одноквазичастичном приближении.

Неадиабатическую симметризованную волновую функцию состояния ядра, характеризующегося спином I, его третьей проекцией M в лабораторной системе координат и четностью запишем в виде:

$$|IM\rangle = \sum_{\nu,K} C^I_{\nu K} \, |IM\nu K\rangle, \qquad (13)$$

где

$$|IM\nu K> = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}}\{D^I_{MK}|\nu K> +$$

$$+(-1)^{I+\ell+K} D^I_{M,-K}|\nu\tilde{\tilde{K}}>\}. \tag{13a}$$

Здесь выделено квантовое число K – проекция момента на ось симметри ядра, а ν означает набор остальных асимптотических квантовых чисел. Соотношения $|\nu K>$ и $|\nu\tilde{\tilde{K}}>$ сопряжены по времени. Амплитуды K-смешивания $C^I_{\nu K}$ предполагаются вещественными нормированными

$$\sum_{\nu K}[C^I_{\nu K}]^2 = 1. \tag{14}$$

Суммирование в (13) может проводиться по всем состояниям одной четности с $\Delta K \leq I - 1/2$.

Выберем в качестве $|\nu K>$ одноквазичастичные состояния $a^+_{\nu K}|0>$, где $|0>$ – вакуум по квазичастицам.

Для определения амплитуд $C^I_{\nu K}$, параметров u_ν и v_ν и энергий используем вариационный метод. Найдем среднее значение гамильтониана (12) по состоянию (13):

$$\mathcal{E}(I) \equiv <IM|H|IM> =$$

$$= \sum_{\nu K}\mathcal{E}_{\nu K}(I)[C^I_{\nu K}]^2 + \frac{\hbar^2}{2J}(-1)^{I+1/2}(I+1/2)a(I), \tag{15}$$

где, по определению,

$$\mathcal{E}_{\nu K}(I) = \epsilon_{\nu K} - \lambda_{\nu K} + 2\sum_{s\neq\nu K}(\epsilon_s - \lambda_{\nu K})v_s^2 -$$

$$- G[\sum_{s\neq\nu K}u_s v_s]^2 + \frac{\hbar^2}{2J}[I(I+1) - K^2], \tag{15a}$$

$$(-1)^{I+1/2}(I+1/2)\,a(I)=$$

$$=-\sum_{\nu K}\sum_{\nu' K'}C^{I}_{\nu K}C^{I}_{\nu' K'}\langle IM\nu K\,|\,I_+j_-+I_-j_+\,|\,IM\nu' K'\rangle=$$

$$=-\sum_{\nu K}\sum_{\nu' K'}C^{I}_{\nu K}C^{I}_{\nu' K'}M_{\nu K,\nu' K'}A_{\nu K,\nu' K'}(I), \tag{15в}$$

где

$$A_{\nu K,\nu' K'}(I)=2\sqrt{(I-K)(I+K+1)}\;\delta_{K',K+1}\;j_{\nu K,\nu' K'}$$

$$+(-1)^{I+1/2}(I+1/2)\,\delta_{K,1/2}\,\delta_{K',1/2}\,(-1)^{\ell}\;\bar{j}_{\nu K,\nu' K'}\;.$$

Из-за необходимости учитывать эффект блокировки в выражении (15а) введен химпотенциал $\lambda_{\nu K}$, определяемый для каждого состояния $|\nu K\rangle$ из условия сохранения числа частиц в среднем. Проводим независимые вариации по амплитудам $C^{I}_{\nu K}$, u_s и v_s. В результате вариации по $C^{I}_{\nu K}$ получим следующую систему линейных уравнений:

$$C^{I}_{\nu K}\left[\,\mathcal{E}_{\nu K}(I)-\omega(I)\,\right]-$$

$$-\frac{\hbar^2}{2J}\sum_{\nu' K'}C^{I}_{\nu' K'}M_{\nu K,\nu' K'}\frac{1}{2}A_{\nu K,\nu' K'}(I)=0, \tag{16}$$

где $\omega(I)$ играет роль множителя Лагранжа. Здесь энергии $\mathcal{E}_{\nu K}(I)$ и $\omega(I)$ фактически являются функционалами, зависящими от параметров (u,v) – преобразования.

Для простоты рассмотрим случай двух взаимодействующих уровней с $\Delta K=1$, когда уравнения (16) могут быть решены точно. Пусть смешиваются через взаимодействие Кориолиса состояния $|\nu K\rangle\equiv|1\rangle$ и $|\nu' K'\rangle\equiv|2\rangle$. Тогда энергии $\omega(I)$ могут быть найдены из секулярного уравнения x)

x) Здесь и в дальнейшем полагаем, что, если в состоянии $|1\rangle$ или $|2\rangle$ $K=1/2$, то в энергии $\mathcal{E}_1$ или $\mathcal{E}_2$ включен дополнительный член
$$\frac{\hbar^2}{2J}(-1)^{I+1/2}(I+1/2)\,a_{s.p.}\equiv\frac{\hbar^2}{2J}A_{\nu\,1/2,\nu\,1/2}(I).$$

$$[\mathcal{E}_1(I)-\omega(I)][\mathcal{E}_2(I)-\omega(I)] = [\frac{\hbar^2}{4J} M_{1,2} A_{1,2}(I)]^2, \tag{17}$$

а амплитуды C_1^I и C_2^I – из отношения

$$\frac{C_1^I}{C_2^I} = \frac{(\hbar^2/2J) M_{1,2} A_{1,2}(I)}{2\times[\mathcal{E}_1(I)-\omega(I)]}. \tag{18}$$

Теперь можно приступить к вариации $\omega(I)$ по параметрам (u,v) – преобразования. Предварительно выпишем некоторые полезные выражения:

$$\frac{\partial\mathcal{E}_i(I)}{\partial u_i} = \frac{\partial\mathcal{E}_i(I)}{\partial v_i} = 0 \qquad (i=1,2) \tag{19a}$$

$$\frac{\partial\mathcal{E}_i(I)}{\partial u_j} = -2\Delta_i v_j \qquad (i\neq j) \tag{19в}$$

$$\frac{\partial\mathcal{E}_i(I)}{\partial v_j} = -2\Delta_i u_j + 4(\epsilon_j-\lambda_i)v_j, \qquad (i\neq j) \tag{19c}$$

причем

$$\Delta_i = -G\langle 0|\alpha_i \Gamma \alpha_i^+|0\rangle = G\sum_{s\neq i} u_s v_s. \tag{19д}$$

Выражение для Δ_i совпадает с определением энергетической щели для системы нечетного числа частиц при учете эффекта блокировки.

Систему уравнений для определения параметров u_s и v_s можно записать в виде:

$$\frac{\partial\omega(I)}{\partial u_s} v_s - \frac{\partial\omega(I)}{\partial v_s} u_s = 0, \tag{20}$$

$$u_s^2 + v_s^2 = 1.$$

Выделим отсюда систему уравнений для состояний $s \neq 1,2$:

$$(u_s^2 - v_s^2)\Delta(I) - 2u_s v_s [\epsilon_s - \lambda(I)] = 0,$$

$$u_s^2 + v_s^2 = 1, \qquad (20a)$$

где

$$\Delta(I) = -G < IM|\Gamma IM> = [C_1^I]^2 \Delta_1 + [C_2^I]^2 \Delta_2$$

$$\lambda(I) = [C_1^I]^2 \lambda_1 + [C_2^I]^2 \lambda_2 . \qquad (20в)$$

Выражения (20в) представляют собой обобщенное определение энергетической щели и химического потенциала в случае точного учета взаимодействия Кориолиса. Это позволяет использовать для состояний $s \neq 1,2$ обычные выражения для параметров u_s и v_s, а именно:

$$2u_s v_s = \frac{\Delta(I)}{\sqrt{\Delta^2(I) + [\epsilon_s - \lambda(I)]^2}},$$

$$u_s^2 - v_s^2 = \frac{\epsilon_s - \lambda(I)}{\sqrt{\Delta^2(I) + [\epsilon_s - \lambda(I)]^2}}. \qquad (21)$$

Отметим, что в $\Delta(I)$ и $\lambda(I)$ зависимость от спина входит не только через амплитуды C_i^I. Величины Δ_i и λ_i также являются функциями спина. Однако из уравнений (20а) еще невозможно найти $\Delta(I)$ и $\lambda(I)$. Необходимо добавить к ним уравнения для состояний $s = 1,2$. Из уравнений (20) получаем:

$$[\omega(I)-\mathcal{E}_i(I)][(u_i^2-v_i^2)\Delta_j-2u_iv_i(\epsilon_i-\lambda_j)]-$$

$$-\left[\frac{\hbar^2}{4J}A_{ij}(I)\right]^2[(u_i^2-v_i^2)u_jv_j-$$

$$-u_iv_i(u_j^2-v_j^2)]=0 \qquad (20c)$$

$$u_i^2+v_i^2=1, \qquad (i,j=1,2;\ i\neq j)$$

Для полноты системы уравнений (20) необходимо добавить уравнение для числа частиц:

$$n=\langle IM|\sum_s(a_s^+a_s+a_{\tilde{s}}^+a_{\tilde{s}})|IM\rangle=$$

$$=\sum_{s\neq 1,2}\left\{1-\frac{\epsilon_s-\lambda(I)}{\sqrt{\Delta^2(I)+[\epsilon_s-\lambda(I)]^2}}\right\}+ \qquad (22)$$

$$+1+[C_1^I]^2\,2v_2^2+[C_2^I]^2\,2v_1^2.$$

Используя выражения (19) и (21), перепишем уравнение для щели $\Delta(I)$ в виде:

$$\Delta(I)\left\{\frac{2}{G}-\sum_{s\neq 1,2}\frac{1}{\sqrt{\Delta^2(I)+[\epsilon_s-\lambda(I)]^2}}\right\}=$$

$$=[C_1^I]^2 2u_2v_2+[C_2^I]^2\,2u_1v_1. \qquad (23)$$

Если матричный элемент взаимодействия Кориолиса пренебрежимо мал, то уравнения (20c) определяют величины u_i и v_i в состоянии $|j\rangle$ с учетом эффекта блокировки, т.е. при $\omega(I)=\mathcal{E}_j(I)$:

$$2u_iv_i=\frac{\Delta_j}{\sqrt{\Delta_j^2+(\epsilon_i-\lambda_j)^2}}$$

$$u_i^2 - v_i^2 = \frac{\epsilon_i - \lambda_j}{\sqrt{\Delta_j^2 + (\epsilon_i - \lambda_j)^2}} . \qquad (20д)$$

Величины u_j и v_j в этом состоянии не определены. Таким образом, пренебрегая эффектами взаимодействия квазичастиц с парными вибрациями, мы получили общую систему уравнений (20с), (22) и (23) для случая двух взаимодействующих уровней, которая учитывает как эффекты блокировки, так и антиспаривательный эффект взаимодействия Кориолиса.

Уравнения (20в) показывают, что взаимодействие Кориолиса, по-видимому, ослабляет эффект блокировки. Кроме того, априори нельзя сказать, что это взаимодействие обязательно уменьшает величину щели Δ с ростом спина. По-видимому, влияние взаимодействия Кориолиса будет различным для двух взаимодействующих полос.

Наконец, отметим, что когда взаимодействие Кориолиса становится пренебрежимо слабым, полученные уравнения совпадают с обычно используемыми для системы нечетного числа частиц (см., например, /11/).

4. *Взаимодействие квазичастиц с парными вибрациями*

а) Описание парных вибраций

В системе, описываемой гамильтониан (12), существует единственный тип коллективных состояний с $K^{\pi} = 0^{+}$, именно, парные вибрации, генерированные парными взаимодействиями. Формирование парных вибраций и их свойства подробно рассматривались в ряде работ (см., например, /12-14/). Парные вибрации в деформированных ядрах исследовались в работе /15/.

Проведем учет взаимодействия квазичастиц с 0^+-возбуждениями кора, используя метод хаотических фаз, а затем включим взаимодействие Кориолиса.

Сформируем операторы 0^+-фононов с помощью канонического преобразования операторов A_{ν} и A^{+}_{ν}:

$$A^{+}_{\nu} \pm A_{\nu} = \sum_{i} \left\{ \begin{matrix} g^{i}_{\nu} \\ w^{i}_{\nu} \end{matrix} \right\} (Q^{+}_{i} \pm Q_{i}), \tag{24}$$

где амплитуды преобразования g^{i}_{ν} и w^{i}_{ν} соответствуют знакам (+) и (-). Обратное преобразование запишем в виде:

$$Q^{+}_{i} \pm Q_{i} = \sum_{\nu} \left\{ \begin{matrix} w^{i}_{\nu} \\ g^{i}_{\nu} \end{matrix} \right\} (A^{+}_{\nu} \pm A_{\nu}). \tag{24a}$$

Из условия линейной зависимости операторов получим

$$\sum_{\nu} g^{i}_{\nu} w^{i'}_{\nu} = \delta_{ii'} . \tag{25}$$

С помощью (24) запишем

$$H_{coll} \approx -\frac{1}{2} G \sum_{i,i'} [R_{i} R_{i'} + P_{i} P_{i'}] Q^{+}_{i} Q_{i'}, \tag{26}$$

где

$$R_{i} = \sum_{\nu} g^{i}_{\nu} (u^{2}_{\nu} - v^{2}_{\nu})$$

$$P_{i} = \sum_{\nu} w^{i}_{\nu} . \tag{27}$$

В выражении (26) мы отбросили все члены с операторами $Q^{+}Q^{+}$ и QQ и члены без операторов. В приближении хаотических фаз коммутатор

$$[Q^{+}_{i}, Q_{i'}] \approx \delta_{ii'} . \tag{28}$$

Определим однофононное состояние $Q^{+}_{i} \Psi_{0}$ где Ψ_{0} - фононный вакуум. В этом приближении уравнение для энергии однофононных состояний имеет простой вид:

$$(W^{2}_{i} - 4\Delta^{2}) b^{2} (W_{i}) = 4 d^{2} (W_{i}), \tag{29}$$

где

$$b(W_i) = \sum_\nu \frac{1}{2E_\nu(4E_\nu^2 - W_i^2)},$$

$$d(W_i) = \sum_\nu \frac{\epsilon_\nu - \lambda}{2E_\nu(4E_\nu^2 - W_i^2)}. \tag{30}$$

В уравнениях (29) и (30) щель Δ и химический потенциал λ определены для основного состояния системы с четным числом частиц. Величина $E_\nu = \sqrt{\Delta^2 + (\epsilon_\nu - \lambda)^2}$ – одноквазичастичные энергии. В системе с нечетным числом частиц выражения (29) и (30) необходимо модифицировать, чтобы учесть эффект блокировки и влияние взаимодействия Кориолиса. Такой рецепт модификации будет дан в дальнейшем. Отметим, что в уравнении (29) уже отделено ложное 0^+-состояние, котому соответствует энергия $W=0$.

Используя уравнения движения для операторов Q_i (которые здесь не выписаны) и уравнения (25) и (29), можно получить выражения для R_i и P_i :

$$[GR_i]^2 = W_i / Z(W_i),$$

$$P_i = -\frac{2d(W_i)}{W_i\, b(W_i)} R_i, \tag{31}$$

где

$$Z(W_i) = \sum_\nu [4E_\nu^2 - W_i^2]^{-2} \{2E_\nu[W_i^2 - 4\Delta^2 +$$

$$+ W_i^2(1 - 4u_\nu^2 v_\nu^2)] - (4E_\nu^2 + W_i^2) \times$$

$$\times (u_\nu^2 - v_\nu^2)\frac{2d(W_i)}{b(W_i)}\}. \tag{31a}$$

в) Взаимодействие квазичастиц с фононами

Взаимодействие квазичастиц с фононами описывается H_{int}, который можно представить в виде:

$$H_{int} = +\frac{1}{2} G \sum_{\nu} u_{\nu} v_{\nu} \sum_{i} \{ B_{\nu}^{+} [R_{i} (Q_{i}^{+} + Q_{i}) - P_{i} (Q_{i}^{+} - Q_{i})] + c.c. \}. \tag{32}$$

Внутреннюю волновую функцию системы нечетного числа частиц теперь запишем в виде:

$$\phi_{\nu K} = \{ N_{\nu K} \alpha_{\nu K}^{+} + \sum_{i} S_{i,\nu K} \alpha_{\nu K}^{+} Q_{i}^{+} \} \Psi_{0} , \tag{33}$$

где $N_{\nu K}$ и $S_{i,\nu K}$ - вещественные амплитуды, нормированные условием

$$N_{\nu K}^{2} + \sum_{i} [S_{i,\nu K}]^{2} = 1 . \tag{34}$$

Считаем операторы α_{ν} и Q_{i} приближенно коммутирующими. Учтем эффект блокировки в фононах в первом порядке путем простого вычеркивания состояния $|\nu K>$ в суммах, входящих в уравнения (29) и (31).

Взаимодействие с фононами приводит к энергетическому сдвигу одноквазичастичных состояний, величина которого может быть получена с помощью вариационного метода. Адиабатическую волновую функцию системы теперь запишем в виде:

$$|IM, \nu K> = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^{2}}} \{ D_{MK}^{I} \phi_{\nu K} + (-1)^{I+\ell+K} D_{M,-K}^{I} \phi_{\nu \tilde{\tilde{K}}} \}. \tag{35}$$

где $\phi_{\nu\tilde{K}}$ сопряжена по времени относительно $\phi_{\nu K}$. Неадиабатическая волновая функция системы по-прежнему имеет вид (13).

Выпишем выражения для матричных элементов различных членов гамильтониана (12) по состояниям (35) в приближение хаотических фаз:

$$
\begin{aligned}
&< IM, \nu K \mid U_0 + H_{sqp} + H_{coll} + H_{int} \mid IM, \nu' K' > \cong \\
&\cong \delta_{\nu\nu'} \delta_{KK'} \{ \mathcal{E}_{\nu K}(I) + \sum_i W_i [S_{i,\nu K}]^2 + \\
&+ 2G u_{\nu K} v_{\nu K} N_{\nu K} \sum_i R_i S_{i,\nu K} \},
\end{aligned}
\tag{36}
$$

$$
2 < IM, \nu K \mid H_c \mid IM, \nu' K' > \cong
$$

$$
\cong - \frac{\hbar^2}{2J} M_{\nu K, \nu' K'} [N_{\nu K} N_{\nu' K'} + \sum_i S_{i,\nu K} S_{i,\nu' K'}] A_{\nu K, \nu' K'} .
\tag{37}
$$

Диагональные матричные элементы (36) определяют внутреннюю и вращательную энергию системы. Выражение (37) показывает, что в общем случае взаимодействие квазичастиц с фононами приводит к уменьшению матричных элементов Кориолисова взаимодействия. Однако оно не меняет одночастичного значения параметра развязывания в отличие от взаимодействия с γ - вибрациями или с октупольными фононами/16/. Отметим, что при получении выражения (37) использована только одноквазичастичная часть оператора H_c, данного выражениями (5) и (11). Учёт членов, выражающихся через операторы $C_{ss'}$, становится важным при включении в (33) трехквазичастичных примесей типа $[\alpha^+_{\nu' K'} C^+_{ss'}]_{\nu K}$. Учёт этих примесей необходим при рассмотрении эффектов спиновой поляризации (перенормировка одночастичных гиромагнитных g_s - факторов и, иногда, параметров развязывания), однако не приводит к существенному энергетическому сдвигу одночастичных состояний/17,18/. Величина примесей, как правило, не превышает 1-2%. Поэтому включение таких примесей, по-видимому, несущественно скажется на величине матричных элементов взаимодействия Кориолиса. Трехквазичастичные примеси типа $[\alpha^{+}_{\nu'K}, C^{+}_{ss'}\ ]_{\nu K}$ могут давать вклад в величину параметра B, вводимого в феноменологической формуле для члена $[I(I+1)-K^2]^2$. Однако расчёты по теории возмущения, проведенные в работе[8], показывают, что их роль мала.

Пренебрегая пока взаимодействием Кориолиса найдем амплитуды $N_{\nu K}$ и $S_{i,\nu K}$ с помощью вариационного метода:

$$\delta \{ < IM, \nu K \mid U_0 + H_{sqp} + H_{coll} + H_{int} \mid IM, \nu K > - \Lambda_{\nu K} [N^2_{\nu K} + \sum_i (S_{i,\nu K})^2 - 1] \} = 0. \tag{38}$$

Здесь множитель Лагранжа $\Lambda_{\nu K}$ играет роль энергетического сдвига состояния $|\nu K>$, обусловленного взаимодействием с парными вибрациями. Секулярное уравнение для определения этой величины имеет вид:

$$u^2_{\nu K} v^2_{\nu K} \sum_i \frac{[G\ R_i]^2}{W_i - \Lambda_{\nu K}} = - \Lambda_{\nu K}, \tag{39}$$

где $[GR_i]^2$ определено уравнениями (31). Нижайшее по энергии решение этого уравнения $\Lambda_{\nu K} < 0$, т.е. взаимодействие с фононами понижает энергию состояния. Из уравнений (38), (39) и условия нормировки (34) найдем выражения для амплитуд:

$$N^{-2}_{\nu K} = 1 + u^2_{\nu K} v^2_{\nu K} \sum_i \frac{[GR_i]^2}{[W_i - \Lambda_{\nu K}]^2}, \tag{40a}$$

$$S_{i,\nu K} = - N_{\nu K} u_{\nu K} v_{\nu K} \frac{GR_i}{W_i - \Lambda_{\nu K}}. \tag{40в}$$

С помощью этих выражений легко показать, что

$$\sum_t (S_{t,\nu K})^2 W_t + 2Gu_{\nu K} v_{\nu K} N_{\nu K} \sum_t S_{t,\nu K} R_t = \tag{41}$$

$$= \Lambda_{\nu K} .$$

c) Полная энергия и уравнения для $\Lambda(I)$ и $\lambda(I)$

Выражение (15) для полной энергии системы имеет теперь вид:

$$\mathcal{E}(I) = \sum_{\nu K} [\mathcal{E}_{\nu K}(I) + \Lambda_{\nu K}] (C^I_{\nu K})^2 +$$

$$+ \sum_{\nu K, \nu' K'} C^I_{\nu K} C^I_{\nu' K'} < IM, \nu K | H_c | IM, \nu' K' > . \tag{42}$$

Матричный элемент взаимодействия Кориолиса определяется выражением (37). Уравнения (16)- (18) для определения амплитуд $C^I_{\nu K}$ и энергий вращательных состояний $\omega(I)$ в случае взаимодействия двух уровней сохраняются при условии замены $\mathcal{E}_1(I)$ на $\mathcal{E}_1(I) + \Lambda_1$ и использовании выражения (37) для матричного элемента взаимодействия Кориолиса, т.е.

$$[\mathcal{E}_1(I) + \Lambda_1 - \omega(I)][\mathcal{E}_2(I) + \Lambda_2 - \omega(I)] = \tag{43}$$

$$= | < IM, 1 | H_c | IM, 2 > |^2$$

$$\frac{C^I_1}{C^I_2} = \frac{< IM, 1 | H_c | IM, 2 >}{\omega(I) - \mathcal{E}_1(I) - \Lambda_1} . \tag{44}$$

Считая $\Lambda_{\nu K}$ и амплитуды $N_{\nu K}$ и $S_{i,\nu K}$ слабо зависящими от u и v, мы получим в первом порядке прежние уравнения (20)-(23) для определения $\Delta(I)$ и $\lambda(I)$, в которых проведена вышеуказанная модификация выражений для матричного элемента взаимодействия Кориолиса и энергий $\mathcal{E}_i(I)$.

Влияние взаимодействия Кориолиса на величины W_i и $\Lambda_{\nu K}$ можно учесть методом итераций, подставляя решения уравнений (20)-(23) в уравнения (29) и (39) и используя исправленные значения W_i и $\Lambda_{\nu K}$ для получения новых $\Delta(I)$ и $\lambda(I)$.

Можно также провести квазиклассическую оценку $\Lambda_{\nu K}$ и модифицировать уравнения (20с) для определения $u_{\nu K}$ и $v_{\nu K}$. Энергетические сдвиги $\Lambda_{\nu K}$, как правило, малы по сравнению с энергией фонона (для нижайших по энергии состояний). Следовательно,

$$[W_i - \Lambda_{\nu K}]^{-1} \cong (W_i)^{-1} + \Lambda_{\nu K}/W_i^2 \tag{45}$$

и из уравнения (39) получаем:

$$\Lambda_{\nu K} \cong -u_{\nu K}^2 v_{\nu K}^2 \sum_i \frac{[GR_i]^2}{W_i}[1 + u_{\nu K}^2 v_{\nu K}^2 \sum_i \frac{[GR_i]^2}{W_i^2}]^{-1}. \tag{39a}$$

При учете эффекта блокировки в фононах величины R_i и W_i в первом порядке не зависят от $u_{\nu K}$ и $v_{\nu K}$. Используя уравнения (20), (43) и (39а), получим модифицированные уравнения для параметров u и v для взаимодействующих состояний $|1\rangle$ и $|2\rangle$ в виде:

$$[\omega(I) - \mathcal{E}_i(I) - \Lambda_i][(u_i^2 - v_i^2)\Delta_j - 2u_i v_i(\epsilon_i - \lambda_j)] +$$

$$+[\omega(I) - \mathcal{E}_j(I) - \Lambda_j]\, u_i v_i (u_i^2 - v_i^2) \sum_\lambda \frac{[GR_\lambda]^2}{W_\lambda} \times$$

$$\times\left[1+u_i^2v_i^2\sum_\lambda\frac{[GR_\lambda]^2}{W_\lambda^2}\right]^{-2}-$$

$$-\left[\frac{\hbar^2}{4J}A_{ij}(I)(N_iN_j+\sum_\lambda S_{\lambda,i}S_{\lambda,j})\right]^2\times \tag{46}$$

$$\times[(u_i^2-v_i^2)u_jv_j-u_iv_i(u_j^2-v_j^2)]=0.$$

Уравнения (46) теперь в явном виде содержат эффекты от взаимодействия квазичастиц с парными вибрациями, которые могут приводить к изменению щели $\Delta(I)$ и химпотенциала $\lambda(I)$, определяемых из уравнений (22) и (23).

Заключение

Таким образом, для случая двух сильновзаимодействующих уровней в нечетных ядрах получены нелинейные уравнения для щели $\Delta(I)$ и химпотенциала $\lambda(I)$, включающие в себя эффекты взаимодействия спаривания и вращения, эффект блокировки и взаимодействия квазичастиц с парными вибрациями кора Полученные результаты могут быть легко обобщены на случай произвольного числа взаимодействующих уровней. Для учета взаимодействия квазичастиц с другими типами коллективных возбуждений кора, индуцированными, например, квадрупольными взаимодействиями, также нет никаких принципиальных трудностей. Более серьезным ограничением является параметризация момента инерции и, следовательно, пренебрежение эффектами изменения его во вращательной полосе. Исследование этого вопроса представляет самостоятельный интерес и выходит за рамки данной работы.

В заключение выражаем благодарность всем сотрудникам отдела теории ядра Лаборатории теоретической физики, принимавшим участие в обсуждении этой работы.

Литература

1. A.K.Kerman. Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk., 30, No. 15 (1956).
2. R.T.Brockmeier, S.Wahlborn, E.J.Seppi, F.Boehm. Nucl. Phys., 63, 102 (1965).
3. О. Бор, Б. Моттельсон. Атомная энергия, 14, 41 (1963). A.Bohr, B.R.Mottelson. Monograph on Nuclear Structure, в печати. Chapter 4.
4. M.Sano, M.Wakai. Nucl. Phys., 67, 481 (1965).
5. R.Y.Chan, J.G.Valatin. Nucl. Phys., 82, 222 (1966).
6. E.R.Marshalek. Phys. Rev., 139, B770 (1965).
7. T.Udagawa, R.K.Sheline. Phys. Rev., 147, 671 (1966).
8. I.Hamamoto, T.Udagawa. Nucl. Phys. A126, 241 (1969).
9. М.И. Черней, В.Д. Овсянников. ЯФ 10, 262 (1969).
10. M.I.Chernej and N.I.Pyatov. Preprint JINR E4-4523, Dubna, 1969.
11. В.Г. Соловьев. Структура сложных ядер, под ред. Н.Н.Боголюбова. Атомиздат, Москва, 1966, стр. 38.
12. J.Hogaasen-Feldman. Nucl. Phys., 28, 258 (1961).
13. D.R.Bes, R.A.Broglia. Nucl. Phys., 80, 289 (1966).
14. A.Bohr. Nuclear Structure, Dubna Symposium 1968. IAEA, Vienna, 1968, p.191.
15. А.А. Кулиев, Н.И. Пятов. Изв. АН СССР, сер. физ., 32, 831 (1968).
16. V.G.Soloviev. Progress in Nuclear Physics, v.10, p.239, Pergamon Pres, 1968.
17. Z.Bochnacki, S.Ogaza. Nucl. Phys., 69, 186 (1965); 83, 619 (1966).
18. А.А. Кулиев, Н.И. Пятов. ЯФ, 9, 313 (1969); Phys. Lett., 28B, 443 (1969).

Рукопись поступила в издательский отдел
16 июня 1969 года.