

СЗУ301

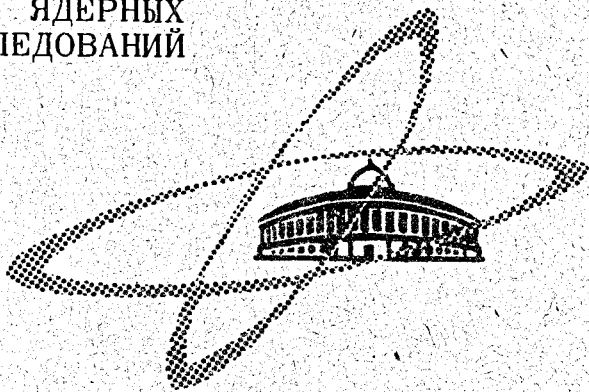
Ф-422

18/XI-69

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P4 - 4511



Ю. И. Фенин

ЛАБОРАТОРИЯ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ

ОПТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ С ИСТОЧНИКОМ

1969

P4 - 4511

Ю.И.Фенин

ОПТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ С ИСТОЧНИКОМ

8084/2 нр.

ОБОЗНАЧЕНИЕ КНИЖКИ
СПЕЦИАЛЬНАЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ
БИБЛИОТЕКА

В в е д е н и е

В последнее время много внимания уделяется методам учёта многих каналов в теории ядерных реакций. Достигнуто более глубокое понимание механизма взаимодействия многих частиц. Благодаря последним успехам теории стало возможным обогатить арсенал средств феноменологического описания реакций.

Так, для поглощения частиц во входном канале вводят мнимую добавку к потенциалу, что соответствует оптической модели. Но есть и другой способ нарушения эрмитовости гамильтониана – введение источника. Например, в теории реакций с перераспределением частиц^{/1/} естественным образом появляется источник.

В данной работе предлагается в дополнение к оптическому потенциалу ввести источник в уравнение Шредингера для учета некоторых особенностей поглощения в потоке падающих частиц, т.е. записать уравнение Шредингера в виде

$$(H_{\text{опт.}} - E) \Psi + J = 0 \quad (1)$$

и аппроксимировать J какой-либо простой функцией.

Решение уравнения с источником

Независимо от степени обоснованности его введения уравнение с источником имеет то преимущество, что его решение записывается

сразу через нерегулярное u_1 и регулярное в нуле u_2 решения однородного уравнения Шредингера. Достаточно один раз получить u_1 и u_2 , чтобы путем простого интегрирования вычислить решения для всевозможных источников.

Для наглядности рассмотрим пример рассеяния s - нейтронов (с орбитальным моментом $\ell = 0$) на потенциале с источником. Проведенный ниже расчёт легко может быть обобщен для случая заряженных частиц и для любой парциальной волны ℓ . Выражение для матрицы рассеяния (без кулоновского взаимодействия) для произвольного ℓ приведено в приложении.

Для s - нейтронов уравнение (1) для радиальной части $\chi = \chi_0(r)$ волновой функции $\Psi = \sum_{\ell} (2\ell + 1) P_{\ell}(\theta) \chi_{\ell}(r) / r$ запишется в виде

$$\chi'' + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(r)) \chi = J_0(r), \quad (2)$$

где

$$J = \sum_{\ell} (2\ell + 1) P_{\ell}(\theta) J_{\ell}(r) / r.$$

Решения однородного уравнения u_1 , u_2 выберем так, чтобы вне ядра, т.е. там, где потенциал $V(r) = 0$, они имели вид

$$u_1 = a \cos(kr + \delta), \quad k = (2mE/\hbar^2)^{1/2}, \quad u_2 = b \sin(kr + \delta).$$

Тогда общий вид решения неоднородного уравнения (2) будет

$$\begin{aligned} \chi = c_1 u_1 + c_2 u_2 - \frac{u_1}{abk} \int_0^r u_2(r') J_0(r') dr' - \\ - \frac{u_2}{abk} \int_r^{\infty} u_1(r') J_0(r') dr'. \end{aligned} \quad (3)$$

Из ограниченности Ψ в нуле следует, что $c_1 = 0$. Другое граничное условие требует, чтобы на больших расстояниях функция Ψ имела вид

$$\Psi = e^{ikz} + fe^{ikr}/r, \quad (4)$$

где f - амплитуда рассеяния.

Тогда

$$\chi(r \rightarrow \infty) = c \frac{\sin(kr + \delta)}{k} + \frac{\cos(kr + \delta)}{k} I, \quad (5)$$

где

$$I = - \int_0^{\infty} J_0(r) \left\{ \begin{array}{ll} \sin(kr + \delta) & \text{при } V(r) = 0 \\ \frac{1}{b} u_2(r) & \text{при } V(r) \neq 0 \end{array} \right\} dr. \quad (6)$$

Сравнивая (4) и (5), получим

$$f = \frac{1}{2ik} (\eta - 1) \quad (7)$$

и

$$\eta = e^{i\delta} (e^{i\delta} - 2I). \quad (8)$$

Видно, что в отсутствие источника ($I = 0$) формула (8) переходит в известное выражение для матрицы рассеяния через сдвиг фазы $\eta = e^{2i\delta}$, а источник простым образом входит в формулу (8) для матрицы рассеяния, причём в результат входит не сама величина J_0 , а интеграл от нее I . С одной стороны, это усложняет восстановление источника по матрице рассеяния так же, как в задаче восстановления потенциала по фазе, но, с другой стороны, в феноменологическом описании реакций нужно аппроксимировать уже I , а не J_0 , что возможно с помощью более простых функций.

Рассеяние s - и p - нейтронов на прямоугольном комплексном потенциале с δ - образным источником

Для иллюстрации результатов, которые получаются при введении источника, рассмотрим пример прямоугольного комплексного потенциала, решение для которого можно получить в аналитическом виде:

$$V(r) = \begin{cases} -V_0(1 + i\zeta) & \text{при } r \leq R \\ 0 & \text{при } r > R \end{cases}$$

Сшивая решения внутри и вне ядра, получим для сдвига фазы

$$e^{2i\delta} = e^{-2ix} (A + ix) / (A - ix)$$

и для интеграла от источника

$$I = -\int_0^{\infty} J_0(r) \begin{cases} \sin(kr + \delta) & \text{при } r > R \\ \frac{\sin(x + \delta) \sin kr}{\sin x} & \text{при } r \leq R \end{cases} dr,$$

где

$$x = kR, X = KR, A = X \operatorname{ctg} X \quad K = [2m(E + V_0)/\hbar^2]^{1/2}$$

Для сравнения с экспериментальными данными по силовым функциям s - нейтронов необходимо знать значение пропорционального силовой функции так называемого коэффициента прилипания $T = 1 - |\eta|^2$ при малых энергиях, когда $x \ll 1$. Тогда $\sin(x + \delta) \approx (a - i\beta)x$, где $a = \operatorname{Re} A / |A|^2$, $\beta = \operatorname{Im} A / |A|^2$ и $T = T_{\text{оптич.}} + 4\operatorname{Re} I + O(x^2)$, где $T_{\text{оптич.}} = -4x\beta$ (см. /2/), а $I \approx x$. Считается, что I имеет тот же порядок малости по x , что и $T_{\text{оптич.}}$

Рассмотрим теперь $J_0 = D \delta(r - R)$, тогда $I = -x D (a - i\beta)$. Из последнего выражения и формулы для T и $T_{\text{опт.}}$ видно, что достаточно D взять действительным, так как доля $\operatorname{Re} I$, пропорциональная β , может быть учтена в $T_{\text{оптич.}}$ перенормировкой параметров оптического потенциала; при этом перенормировка должна быть незначительной, так как добавка от источника ожидается небольшой.

Тогда

$$T = T_{\text{оптич.}} \left(1 + D \frac{\alpha}{\beta} \right). \quad (9)$$

Такое же соотношение (9) будет и для силовой функции. При общепринятых параметрах оптического потенциала $\bar{X} = (2m \cdot V_0 / \hbar^2)^{1/2} R > 1$ и $\zeta \leq 0,1 \ll 1$ получим $X = \bar{X} + i \xi$, где $\xi = \zeta \bar{X} / 2$ и

$$\frac{\alpha}{\beta} = - \frac{\bar{X} \cdot \sin 2X + \xi \operatorname{sh} 2\xi}{\bar{X} \operatorname{sh} 2\xi - \xi \sin 2\bar{X}}. \quad (10)$$

Зависимость последней величины от атомного веса A (через $\bar{X} = R = A^{1/3}$) определяется $\sin 2\bar{X}$ в числителе и имеет частоту в два раза большую по \bar{X} , чем обычное $T_{\text{оптич.}}$. Это дает более тонкую структуру силовых функций.

При сравнении кривой, получаемой по оптической модели, с экспериментальными значениями силовых функций s - нейтронов (вне области деформированных ядер) наиболее заметные расхождения - это провал в экспериментальных значениях вблизи $A \approx 110 + 120$ и подъем вблизи $A \approx 70$. При введении поверхностного поглощения в оптическом потенциале теоретическая кривая понижается при $A \approx 110 + 120$, но удовлетворительного согласия достичь не удастся. Подъем вблизи $A \approx 70$ никакими вариациями параметров оптического потенциала не описывается^{х/}.

На рис. 1 приведены экспериментальные значения силовой функции s - нейтронов^{4/} (кривая 1), рассчитанной по обычной оптической модели^{2/}, и ее модификация 2, полученная за счёт введения источника и рассчитанная с помощью формул (10) и (9) с $V_0 = 50$ Мэв, $\zeta = 0,1$ и $R = 1,25 A^{1/3}$ ф для $D = 0,5$. Ожидается, что соотношение (9) с достаточной точностью должно сохраниться и для непрямоугольного оптического потенциала, хотя конкретный расчёт был бы желателен.

^{х/} В работе^{3/}, где рассматривается более детализированная, чем обычно, оптическая модель и явным образом учитывается возможность возбуждения трехквaziчастичных состояний, описываются обе отмеченные тенденции.

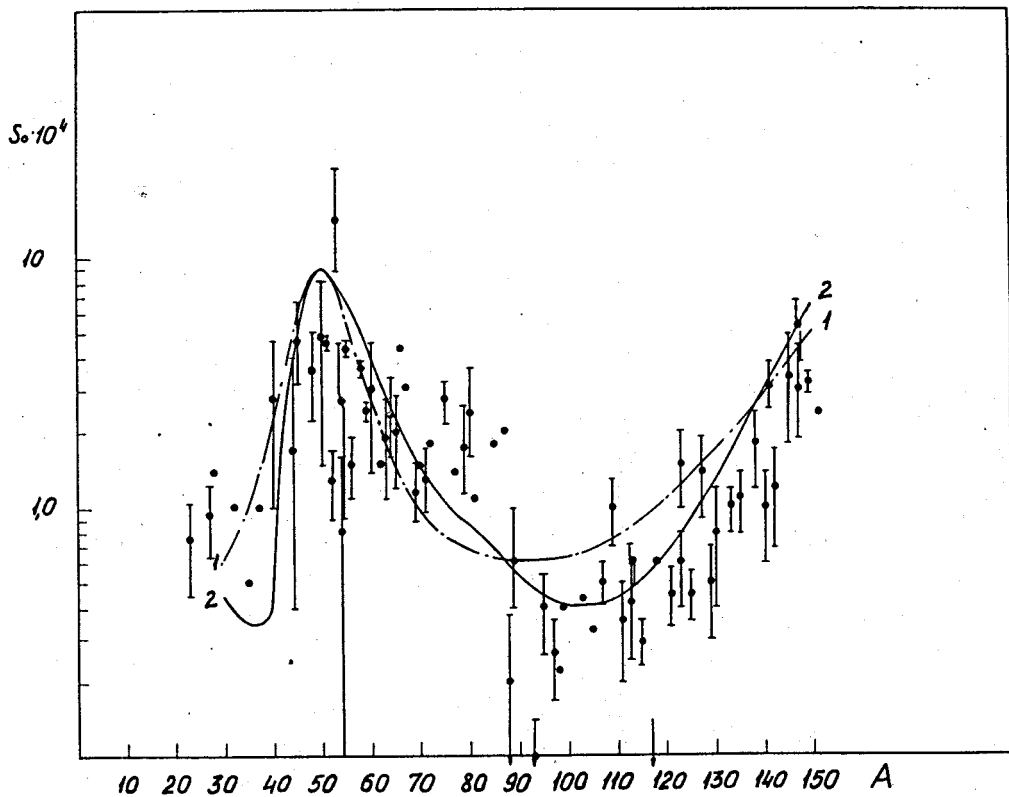


Рис. 1.

Видно, что уже с помощью такой простой модели лучше описываются обе отмеченные выше тенденции - подъем в экспериментальных значениях силовых функций s - нейтронов при $A \approx 70$ и провал вблизи $A \approx 110 + 120$.

Для p - нейтронов формулы аналогичны вышеприведенным. Здесь был выбран источник $J_1 = \chi \bar{D} \delta (\gamma - R)$ и получено выражение

$$T' = T'_{\text{оптич.}} \left(1 + \bar{D} \frac{\alpha'}{\beta'} \right), \quad (11)$$

где

$$\frac{\alpha'}{\beta'} = - \frac{1}{\xi} \frac{\frac{1}{2} \sin 2\bar{X} - \frac{1}{\bar{X}} \sin^2 \bar{X} - \xi^2 / 4\bar{X}}{\frac{2}{\bar{X}^2} \sin^2 \bar{X} - \cos 2\bar{X} - \frac{1}{\bar{X}} \sin 2\bar{X}}. \quad (12)$$

На рис. 2 приведены экспериментальные значения силовой функции p - нейтронов^{5,6/}, кривая 1 для обычной оптической модели^{2/}, ее модификация 2, рассчитанная по формулам (12) и (11) для $V_0 = 50$ Мэв, $\zeta = 0,1$, $R = 1,25$, $A^{1/3} \phi$ и $\bar{D} = 0,1$. Кривая 2 описывает качественно провал в экспериментальных значениях силовых функций p - нейтронов вблизи $A \approx 100 + 110$. Чтобы описать этот провал по обычной оптической модели приходится вводить поверхностное поглощение, брать параметр размытия края ямы в два раза меньшим, чем для s - нейтронов и спин-орбитальное взаимодействие, превышающее в два раза значение, полученное из расщепления низколежащих уровней^{7/}.

Можно думать, что в более реалистическом, чем прямоугольная яма, потенциале можно получить лучшие результаты.

Кроме того, так как источник вводится феноменологически, можно расширять класс источников, например, можно брать набор δ - образных источников. Такой выбор будет так же прост в обращении, как и один

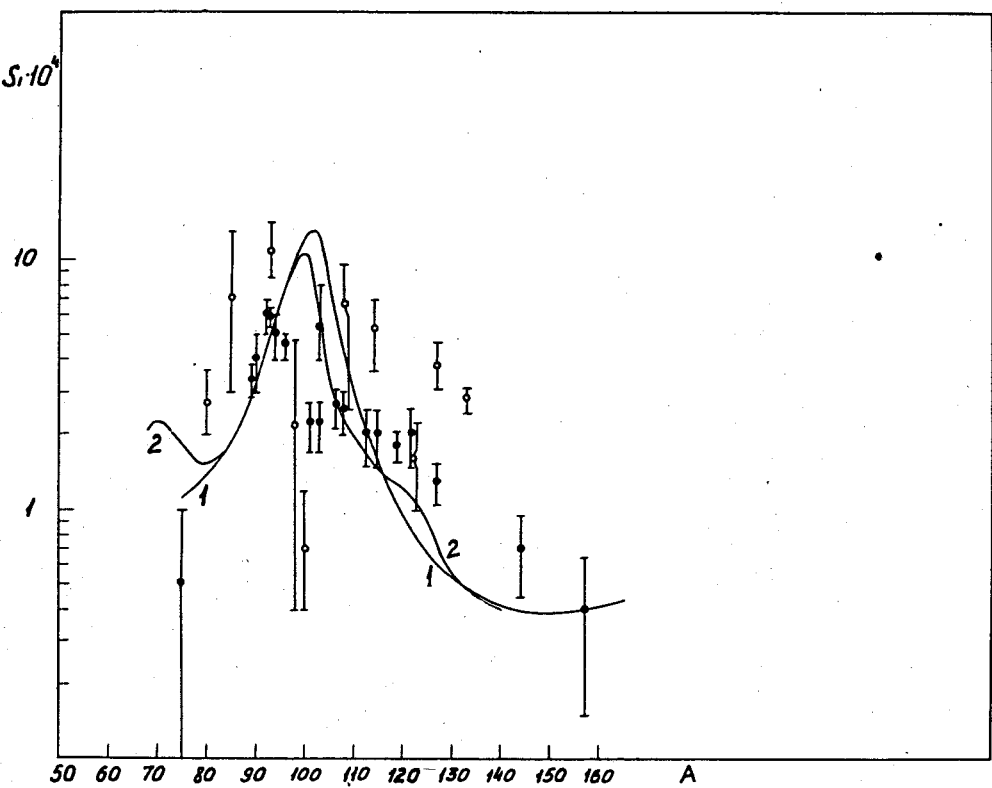


Рис. 2.

δ - образный источник и поможет расширить возможности метода. Источник может оказаться полезным и при учёте коллективных (реальных и виртуальных) возбуждений в ядре.

Формулы для прямоугольной ямы дают лишь пример применения метода источников. Естественно, что для выяснения возможностей этого метода потребуются дальнейшие исследования.

В заключение автор считает своим приятным долгом поблагодарить Б.Н.Захарьева за предложенную тему и постоянный интерес к данной работе.

Приложение

Переходя к разложению по полиномам Лежандра для

$$\Psi(\bar{r}) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) P_{\ell}(\theta) \chi_{\ell}(r) / r \quad (\text{П1})$$

и

$$J(\bar{r}) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) P_{\ell}(\theta) J_{\ell}(r) / r, \quad (\text{П2})$$

из уравнения (1) для сферически симметричного оптического потенциала получим

$$\chi_{\ell}'' + \left[-\frac{\ell(\ell+1)}{r^2} - \frac{2m}{\hbar^2} V(r) + \frac{2m}{\hbar^2} E \right] \chi_{\ell}(r) = J_{\ell}(r). \quad (\text{П3})$$

Общее решение этого неоднородного уравнения для любого ℓ записывается через регулярное в нуле u_1 и нерегулярное u_2 решения однородного уравнения ((П3) с равной нулю правой частью):

$$\chi(r) = c_1 u_1 + c_2 u_2 + \frac{u_1}{D} \int_0^r J(r') u_2(r') dr + \frac{u_2}{D} \int_r^{\infty} J(r') u_1(r') dr', \quad (\text{П4})$$

где постоянная D (вронскиан уравнения (П3) без правой части) определяется из соотношения

$$D = u_1' u_2 - u_1 u_2' . \quad (\text{П5})$$

Здесь индекс ℓ для простоты написания опущен.

Справедливость последних соотношений легко проверяется подстановкой в уравнение (П3). Так как $\chi(0) = 0$, то постоянная c_1 должна быть равна нулю. Функции u выберем такими, чтобы на асимптотике, когда $r \rightarrow \infty$ и в квадратных скобках (П3) остается только $k^2 = 2mE/\hbar^2$, они вели себя как

$$u_1 = a \cos(kr + \delta - \ell\pi/2) \quad (\text{П6})$$

$$u_2 = b \sin(kr + \delta - \ell\pi/2) .$$

Функция $\chi(r \rightarrow \infty)$ должна иметь вид:

$$\chi(\infty) \approx e^{-i(kr - \ell\pi/2)} - \eta e^{i(kr - \ell\pi/2)} , \quad (\text{П7})$$

где η - матрица рассеяния.

Остается только сравнить последнее выражение с $\chi(\infty)$, полученной из (П4) и (П6)

$$\chi(\infty) = \frac{c}{k} \sin(kr + \delta - \frac{\ell\pi}{2}) + \frac{\cos(kr + \delta - \frac{\ell\pi}{2})}{k} I , \quad (\text{П8})$$

где с учётом (П4), (П5), (П6) постоянная I может быть представлена в виде

$$I = \frac{ak}{D} \int_0^\infty J(r) u_2(r) dr = - \frac{1}{b} \int_0^\infty J(r) u_2(r) dr . \quad (\text{П9})$$

Сравнивая (П7) с (П8), получим искомый вид матрицы рассеяния

$$\eta = e^{i\delta} (e^{i\delta} - 2I) . \quad (\text{П10})$$

Л и т е р а т у р а

1. Т.Г.Ефименко, В.П.Жигунов, Б.Н.Захарьев. ЯФ, 7, 76, 1968.
2. П.Э.Немировский. Современные модели атомного ядра, Атомиздат, 1960.
3. В.Block and H.Feshbach, Ann. Phys. (N.Y) 23, 47 (1963).
4. И.В.Гордеев, Д.А.Кардашев, А.В.Малышев. Ядерно-физические константы, Атомиздат, 1963.
5. Ю.П.Попов, Ю.И.Фенин. ЖЭТФ, 43, 2000, 1962.
6. K.K.Seth, R.H.Tabony, E.G.Bilpuch and H.W.Newson, Phys. Lett., 13, 70, 1964.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 мая 1969 года.