СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

Р4 - 4376

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Пак Бен Гир

К МЕЗОННОЙ ТЕОРИИ ЯДЕРНЫХ СИЛ

1969

P4 - 4376

Пак Бен Гир

К МЕЗОННОЙ ТЕОРИИ ЯДЕРНЫХ СИЛ

§1. В в е д е н и е

Из весьма общих соображений трансляционной инвариантности, инвариантности относительно вращений и отражений в четырехмерном пространстве следует, что двухнуклонный потенциал может содержать пять независимых членов различной спиновой структуры/1,2/. Такими членами являются: центральный, спин-спиновый, тензорный, спин-орбитальный и спин-импульсный (или квадратичный спин-орбитальный) потенциалы. При этом каждый из потенциалов может зависеть не только от модуля относительного расстояния между нуклонами, но и от квадрата относительного импульса $V_i = V_i(r, \vec{p}^{\,2})$.

Успешно развиваемая в последние годы мезонная модель ядерных взаимодействий, а именно модель потенциала однобозонного обмена (OBEP), приводит к определенным выражениям для каждого из членов двухнуклонного потенциала, отвечающего обмену мезоном с данными квантовыми числами. В частности, спин-импульсный член имеет вид (m – масса нуклона, равная удвоенной приведенной массе в системе двух нуклонов)

$$W = \frac{1}{2m^2}[(\vec{\sigma}_1 \hat{\vec{p}})V_{\sigma p}(r)(\vec{\sigma}_2 \hat{\vec{p}}) + (\vec{\sigma}_2 \hat{\vec{p}})V_{\sigma p}(r)(\vec{\sigma}_1 \hat{\vec{p}})]. \tag{1}$$

Представляет интерес найти явные выражения матричных элементов оператора W для различных спиновых состояний двухнуклонной системы. Эта задача решается в §2.

В §3 рассматривается связь потенциала прямого нуклон-антинуклонного взаимодействия, возникающего при обмене мезоном данной симметрии, с аналогичным потенциалом в системе двух нуклонов. Исследуется вопрос о знаке эффективной константы взаимодействия в системе нуклон-антинуклон.

§2. Матричные элементы ядерного спин-импульсного потенциала

Матричные элементы спин-импульсного потенциала (1), которые обозначим через $K_{JLL'}$, для состояний системы из двух нуклонов с различными полным моментом J и полным спином S определяются следующим образом:

$$K_{JLL'} = \sum_{S_z S'_z} (L J_z - S_z 1 S_z \mid J J_z)(L' J_z - S'_z 1 S'_z \mid J J_z)$$

$$\int_{-1}^{1}\int_{0}^{2\pi} d\cos\theta\, d\phi\; Y^{*}_{L J_z - S_z}(\theta,\phi) < S_z \mid W \mid S'_z > Y_{L' J_z - S'_z}(\theta,\phi) \; . \qquad (2)$$

Здесь $Y_{Lm}(\theta,\phi)$ - сферические функции; $(LJ_z - S_z 1 S_z \mid JJ_z)$ - коэффициент Клебша-Гордона; $< S_z \mid W \mid S'_z >$ - матричные элементы в пространстве спиновых переменных; L - значение орбитального момента количества движения. Полученные в результате довольно громоздких вычислений выражения оказываются равными:

$S = 0$

$$K_{JJJ} = \frac{V_{\sigma p}(r)}{m^2}\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{V'_{\sigma p}(r)}{m^2}\frac{\partial}{\partial r} - \frac{V_{\sigma p}(r)}{m^2}\frac{J(J+1)}{r^2}\; ; \qquad (3)$$

$S = 1$

$$K_{JJJ} = -\frac{V_{\sigma p}(r)}{m^2}\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) - \frac{V'_{\sigma p}(r)}{m^2}\left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r}\right) + \frac{V_{\sigma p}(r)}{m^2}\frac{J(J+1)}{r^2}\; ; \qquad (4)$$

$$K_{JJ+1\,J+1} = \frac{1}{2J+1}\frac{V_{\sigma p}(r)}{m^2}\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{2J+1}\frac{V'_{\sigma p}(r)}{m^2}\left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{J+2}{r}\right) - \frac{V_{\sigma p}(r)}{m^2}\frac{(J+1)(J+2)}{2J+1}\frac{1}{r^2}\; ;$$

$$K_{JJ-1\,J-1} = -\frac{1}{2J+1}\frac{V_{\sigma p}(r)}{m^2}\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) - \frac{1}{2J+1}\frac{V'_{\sigma p}(r)}{m^2}\left(\frac{\partial}{\partial r} - \frac{J-1}{r}\right) + \frac{V_{\sigma p}(r)}{m^2}\frac{J(J-1)}{2J+1}\frac{1}{r^2}\; ; \qquad (6)$$

$$K_{JJ+1\,J-1} = -\frac{2\sqrt{J(J+1)}}{2J+1}\frac{V_{\sigma p}(r)}{m^2}\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{2\sqrt{J(J+1)}}{2J+1}\frac{V_{\sigma p}(r)}{m^2}\frac{\partial}{\partial r} -$$

$$- \frac{2\sqrt{J(J+1)}}{2J+1}\frac{V'_{\sigma p}(r)}{m^2}\left(\frac{\partial}{\partial r} - \frac{J-1}{r}\right) - \frac{V_{\sigma p}(r)}{m^2}\frac{2(J+1)(J-1)\sqrt{J(J+1)}}{2J+1}\frac{1}{r^2}\; ; \qquad (7)$$

$$K_{JJ-1\,J+1} = -\frac{2\sqrt{J(J+1)}}{2J+1}\frac{V_{\sigma p}(r)}{m^2}\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) - \frac{2\sqrt{J(J+1)}}{2J+1}\frac{V_{\sigma p}(r)}{m^2}\frac{\partial}{\partial r} -$$

$$- \frac{2\sqrt{J(J+1)}}{2J+1}\frac{V'_{\sigma p}(r)}{m^2}\left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{J+2}{r}\right) - \frac{V_{\sigma p}(r)}{m^2}\frac{2J(J+2)\sqrt{J(J+1)}}{2J+1}\frac{1}{r^2}\; . \qquad (8)$$

Из формул (3) - (8) видно, что спин-импульсный потенциал приводит к изменению эффективной приведенной массы, различному для разных состояний. Для синглетного спинового состояния

$$m_{эфф}(r) = \frac{m}{1 - \frac{V_{\sigma p}(r)}{m}}\; . \qquad (9)$$

Для несмешивающихся триплетных спиновых состояний

$$L = J\,, \qquad L' = J\,,$$

$$m_{\text{эфф}}(r) = \frac{m}{1 + \dfrac{V_{\sigma p}(r)}{m}}\,, \tag{10}$$

$$L = J+1\,, \quad L' = J+1\,,$$

$$m_{\text{эфф}}(r) = \frac{m}{1 - \dfrac{1}{2J+1}\,\dfrac{V_{\sigma p}(r)}{m}}\,, \tag{11}$$

$$L = J-1\,, \quad L' = J-1\,,$$

$$m_{\text{эфф}}(r) = \frac{m}{1 + \dfrac{1}{2J+1}\,\dfrac{V_{\sigma p}(r)}{m}}\,. \tag{12}$$

Для смешивающихся триплетных спиновых состояний

$$m_{\text{эфф}}(r) = \frac{m}{1 + \dfrac{2\sqrt{J(J+1)}}{2J+1}\,\dfrac{V_{\sigma p}(r)}{m}}\,. \tag{13}$$

Кроме того, из формул (3) - (8) следует, что в радиальных уравнениях Шредингера видоизменяется эффективный центробежный потенциал, появляется дополнительный член с первой производной волновой функции и происходит изменение эффективного тензорного взаимодействия, смешивающего состояния с $L = J \pm 1$.

Найденные выражения для матричных элементов позволяют включит спин-импульсный член (1) в процедуру анализа упругого нуклон-нуклон ного рассеяния наравне с хорошо известными центральным , спин-спино вым , тензорным и спин-орбитальным членами.

Возможно, что учёт этого члена окажется существенным для лучшег описания некоторых параметров (например, параметра смешивания) упру гого нуклон-нуклонного рассеяния.

Когда данная работа готовилась к опубликованию, в печати появилас статья /5/, автором которой также были получены матричные элемент спин-импульсного потенциала.

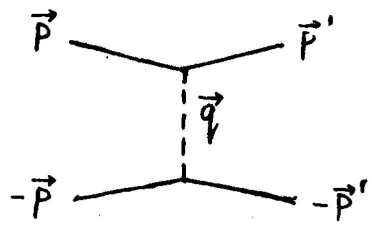
Заметим, однако, что в общем выражении (формула (В.14) работы /5/ поставлен ошибочный знак перед последним членом. Правильное выражение имеет вид

$$\frac{1}{2}[\vec\sigma_1\cdot\vec p\,V(r)\vec\sigma_2\cdot\vec p + \vec\sigma_2\cdot\vec p\,V(r)\vec\sigma_1\cdot\vec p] = V(r)\{\frac{1}{3}(S_{12}+\vec\sigma_1\cdot\vec\sigma_2)\vec p^{\,2} +$$

$$+ [S_{12} + \frac{2}{3}(S_{12}+\vec\sigma_1\cdot\vec\sigma_2)\vec S\,\vec L\,](\frac{1}{r}\,\frac{d}{dr} - \frac{\vec S\,\vec L}{r^2})\} + \frac{dV(r)}{dr}\,\frac{1}{3}(S_{12}+\vec\sigma_1\vec\sigma_2)(\,dr - \frac{\vec S\vec L}{r}$$

§3. *Амплитуда прямого нуклон-антинуклонного взаимодействия и потенциал*

Борновские амплитуды для прямого нуклон-нуклонного и нуклон-антинуклонного взаимодействий, которым соответствуют диаграммы одно-бозонного обмена



имеют следующие выражения:

$$F_{NN}(\vec{q},\ \vec{p}) = g^2 \frac{m^2}{(m^2+\vec{p}^{\,2})^{1/2}} \bar{u}(p')\Gamma_\lambda(p',p)u(p) \frac{\mathcal{P}^{\lambda\lambda'}}{\vec{q}^{\,2}+\mu^2} \bar{u}(n')\Gamma_{\lambda'}(n',n)u(n), \tag{15}$$

$$F_{N\bar{N}}(\vec{q},\vec{p}) = g^2 \frac{m^2}{(m^2+\vec{p}^{\,2})^{1/2}} \bar{u}(p')\Gamma_\lambda(p',p)u(p) \frac{\mathcal{P}^{\lambda\lambda'}}{\vec{q}^{\,2}+\mu^2} \bar{v}(n)\Gamma_{\lambda'}(n,n')v(n'). \tag{16}$$

Здесь

$$q_\lambda = p'_\lambda - p_\lambda\ , \quad n_0 = p_0 = (m^2 + \vec{p}^{\,2})^{1/2}\ , \quad \vec{n} = -\vec{p},$$

Γ_λ – произведения γ -матриц, соответствующих заданной симметрии мезона и его связи с нуклоном, g – константа связи.

Эти амплитуды соответствуют лагранжиану взаимодействия

$$L = \sqrt{4\pi}\ g\bar{\psi}\ \Gamma_\lambda \psi\ \phi_\lambda\ . \tag{17}$$

Для сравнения выражений (15) и (16) преобразуем четырехкомпонентные спиноры $\bar{v}$ и v в u и $\bar{u}$ с помощью зарядового сопряжения C:

$$v = C\bar{u}\ , \quad \bar{v} = C^{-1}u\ . \tag{18}$$

При использовании следующего представления для γ -матриц:

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \tag{19}$$

получаем для матрицы зарядового сопряжения значение

$$C = \gamma_0\ \gamma_2 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_y \\ \sigma_y & 0 \end{pmatrix},$$

причём

$$C^{-1} = C = -\ C^T\ , \quad C^{-1}\gamma_\mu C = -\gamma_\mu^T\ . \tag{20}$$

С помощью соотношений (18) и (20) легко показать, что

$$\bar{v}(\vec{p})\ \gamma_{\mu_1}\ \gamma_{\mu_2} \ldots \gamma_{\mu_n}\ v(\vec{q}) = (-1)^n\ \bar{u}(\vec{q})\ \gamma_{\mu_n} \ldots \gamma_{\mu_2}\ \gamma_{\mu_1}\ u(\vec{p})\ . \tag{21}$$

Используя соотношение (21), из выражения для амплитуды (16) можно заключить, что амплитуды прямого нуклон-антинуклонного взаимодействия в случае обмена скалярным ($\Gamma_\lambda = 1$), псевдоскалярным ($\Gamma_\lambda = \gamma_5$), тензорным ($\Gamma_\lambda = i\gamma_\lambda$, $\Gamma_\lambda = 1$) , псевдовекторным с псевдовекторной связью ($\Gamma_\lambda = i\gamma_5\gamma_\lambda$) и псевдотензорным с псевдотензорноградиентной связью $\Gamma_\lambda = \gamma_5$ мезонами совпадают с амплитудами нуклон-нуклонного рассеяния. В случае обмена векторным ($\Gamma_\lambda = \gamma_\lambda$, $\Gamma_{\lambda\nu} = i\sigma_{\lambda\nu}$), псевдовекторным с псевдотензорной связью ($\Gamma_{\lambda\nu} = \gamma_5\ \sigma_{\lambda\nu}$) и псевдотензорным с псевдовекторноградиентной связью ($\Gamma_\lambda = \gamma_5\ \gamma_\lambda$) мезонами эти амплитуды отличаются только знаком.

Если мезон является изотопическим триплетом, то при зарядовом сопряжении нужно учесть также преобразование изотопической части нуклонной волновой функции. В этом случае матрицей преобразования будет матрица $i\tau_y$:

$$\tau_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad v_\tau = i\,\tau_y\, u^*_\tau\ .$$

Тогда при учёте соотношения

$$v_r^+ \vec{\tau} v_r = -u_r^+ \vec{\tau} u_r \tag{22}$$

у амплитуды прямого нуклон-антинуклонного взаимодействия в случае обмена изотриплетным мезоном появляется дополнительный фактор (-1).

Приведенное выше рассмотрение показывает, что относительный знак потенциалов однобозонного обмена для системы нуклон-нуклон и системы нуклон-антинуклон

$$V_{NN}(\vec{r},\vec{p}) = \int F_{NN}(\vec{q},\vec{p}) e^{i\vec{q}\vec{r}} d^3q , \tag{23}$$

$$V_{N\bar{N}}(\vec{r},\vec{p}) = \int F_{N\bar{N}}(\vec{q},\vec{p}) e^{i\vec{q}\vec{r}} d^3q \tag{24}$$

определяется фактически G -чётностью мезона [6,7]

$$G = C\,(-1)^T . \tag{25}$$

В заключение выражаю благодарность В.В.Бабикову и Р.М.Рындину за полезные советы и замечания.

Литература

1. Л.Пузиков, Р.Рындин, Я.Смородинский. ЖЭТФ, 32, 592 (1957).
2. S.Okubo, R.E.Marshak. Ann. Phys., 4, 166 (1962).
3. D.Y.Wong. Nucl. Phys., 55, 212 (1964).
4. V.V.Babikov. Nucl. Phys., 76, 665 (1966).
5. L.Ingber. Phys. Rev., 174, 1250 (1968).

6. R.A.Bryan, R. I.N.Phillips. Nucl. Phys., B5, 201 (1968).
7. D.B.Lichtenberg, G.C.Summerefield. Phys. Rev., 127, 1806 (1962).

Рукопись поступила в издательский отдел
27 марта 1969 года.