

И-398

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P4 - 4359



Ю.А.Изюмов, Ф.А.Кассан-Оглы

ДИАГРАММНЫЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЙ S-d -  
-ОБМЕННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ  
В ФЕРРОМАГНИТНЫХ МЕТАЛЛАХ

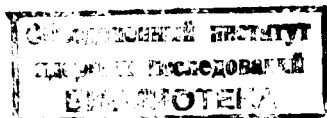
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1969

Р4 - 4359

Ю.А.Изюмов, Ф.А.Кассан-Оглы

ДИАГРАММНЫЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЙ S-d-  
-ОБМЕННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ  
В ФЕРРОМАГНИТНЫХ МЕТАЛЛАХ



4770/2 up

## 1. В в е д е н и е

Эффектам, обусловленным s-d -обменным взаимодействием в переходных металлах, посвящена обширная литература (см., например<sup>/2/</sup>), в которой используются, однако, наименее приближения по параметру  $J_{sd}/\zeta$  ( $J_{sd}$  - так называемый s-d -обменный интеграл,  $\zeta$  - энергия Ферми). Существование эффекта Кондо<sup>/3,4/</sup> в рассеянии электронов на парамагнитной примеси в металле показывает, что в высших приближениях по s-d -обмену могут появиться явления, которые невозможно предсказать, исходя из первого приближения по указанному параметру, поэтому представляет интерес развить математический аппарат для описания ферромагнитного металла, позволяющий исследовать роль высших приближений по s-d -обмену.

Рассмотрим систему электронов проводимости металла, взаимодействующих с атомными локализованными спинами, без учета прямого их взаимодействия друг с другом. Гамильтониан одного электрона проводимости в таком металле

$$H_s = H_0(\bar{\epsilon}) - \sum_n J_{sd}(\bar{\epsilon} - \bar{\epsilon}_n)(\bar{\sigma} \bar{S}_n), \quad (I.1)$$

где  $H_0(\bar{\epsilon})$  - энергия электрона в кристаллической решетке,  $\bar{S}_n$  - оператор спина атома в узле  $n$ ,  $\bar{\sigma}$  - матрицы Паули. Второй

член здесь описывает  $s-d$  -обмен электрона со всеми локализованными спинами. В представлении вторичного квантования ему соответствует оператор:

$$H_{sd} = - \sum_n \int d\bar{r} J_{sd}(\bar{r} - \bar{R}_n) \left\{ \Psi_{\uparrow}^{\dagger}(\bar{r}) \Psi_{\uparrow}(\bar{r}) S_n^{-} + \right. \\ \left. + \Psi_{\uparrow}^{\dagger}(\bar{r}) \Psi_{\downarrow}(\bar{r}) S_n^{+} + (\Psi_{\downarrow}^{\dagger}(\bar{r}) \Psi_{\downarrow}(\bar{r}) - \Psi_{\downarrow}^{\dagger}(\bar{r}) \Psi_{\uparrow}(\bar{r})) S_n^{z} \right\}, \quad (I.2)$$

записанный в системе координат, где ось  $Z$  направлена вдоль спонтанного момента системы. Здесь  $\Psi_{\uparrow}(\bar{r})$  означает волновую функцию электрона со спином, направленным вдоль спонтанного момента, а  $\Psi_{\downarrow}(\bar{r})$  - для электрона с противоположным спином.

Рассматривая  $H_{sd}$  в качестве возмущения, можно построить разложения для интересующих нас температурных функций Грина<sup>/5/</sup>, описывающих систему, однако особенностью этих разложений является появление средних от различного числа спиновых операторов. Используя полученный Ваксом, Ларкиным и Шикиным<sup>/1/</sup> (в дальнейшем для краткости -ВЛП) алгоритм сведения таких средних к среднему от меньшего числа операторов ("теорема Вика" для спиновых операторов), можно непосредственно, без представления операторов спина через фиктивное фермионное поле<sup>/4/</sup>, построить диаграммную технику для функций Грина. Ввиду того, что гамильтониан возмущения (I.2) зависит от электронных и спиновых операторов, получающаяся диаграммная техника является комбинацией техники ВЛП для гайзенберговской модели и обычной техники для электронов.

С помощью диаграммного метода удастся получить систему точных уравнений для электронной и спиновых функций Грина, выражающихся через единую совокупность неприводимых вершинных частей, для которых указывается рецепт написания диаграмм в любом порядке. В качестве приложения метода изучены спин-волновые возбуждения системы при низких температурах и показано, какие приближения соответствуют результатам<sup>/2/</sup>, полученным ранее методом расщепления функций Грина. Другое приложение относится к затуханию электронов проводимости при низких температурах, где анализируется роль определенной последовательности диаграмм для собственной энергии, соответствующей в случае рассеяния на изолированной примеси эффекту Кондо.

## 2. Формулировка диаграммного метода

Гамильтониан системы электронов проводимости и локализованных спинов ферромагнитного металла удобно представить в виде:

$$H = H_0 + H_{int} \quad , \quad (2.1)$$

где

$$H_0 = \int \Psi_{(\tau)}^+ (\bar{\tau}) \{ H_0(\bar{\tau}) + \sum_n \langle S_n^z \rangle J(\bar{\tau} - \bar{R}_n) \} \Psi_{(\tau)}(\bar{\tau}) d\bar{\tau} +$$

С помощью диаграммного метода удастся получить систему точных уравнений для электронной и спиновых функций Грина, выражающихся через единую совокупность неприводимых вершинных частей, для которых указывается рецепт написания диаграмм в любом порядке. В качестве приложения метода изучены спин-волновые возбуждения системы при низких температурах и показано, какие приближения соответствуют результатам<sup>/2/</sup>, полученным ранее методом расщепления функций Грина. Другое приложение относится к затуханию электронов проводимости при низких температурах, где анализируется роль определенной последовательности диаграмм для собственной энергии, соответствующей в случае рассеяния на изолированной примеси эффекту Кондо.

## 2. Формулировка диаграммного метода

Гамильтониан системы электронов проводимости и локализованных спинов ферромагнитного металла удобно представить в виде:

$$H = H_0 + H_{int} \quad , \quad (2.1)$$

где

$$H_0 = \int \Psi_{(t)}^+(\vec{r}) \left\{ H_0(\vec{r}) + \sum_n \langle S_n^z \rangle J(\vec{r} - \vec{R}_n) \right\} \Psi_{(t)}(\vec{r}) d\vec{r} +$$

$$+ \int \Psi_{\alpha}^{\dagger}(\bar{r}) \left\{ H_0(\bar{r}) - \sum_n \langle S_n^z \rangle J(\bar{r} - \bar{R}_n) \right\} \Psi_{\alpha}(\bar{r}) d\bar{r} - \sum_n \int J(\bar{r} - \bar{R}_n) \langle \Psi_{\alpha}^{\dagger}(\bar{r}) \Psi_{\alpha}(\bar{r}) - \Psi_{\alpha}^{\dagger}(\bar{r}) \Psi_{\alpha}(\bar{r}) \rangle d\bar{r} \cdot S_n^z, \quad (2.2)$$

$$H_{int} = - \sum_n \int d\bar{r} J(\bar{r} - \bar{R}_n) \left\{ \Psi_{\alpha}^{\dagger}(\bar{r}) \Psi_{\alpha}(\bar{r}) S_n^z + \Psi_{\alpha}^{\dagger}(\bar{r}) \Psi_{\alpha}(\bar{r}) S_n^z + \right. \\ \left. \left[ (\Psi_{\alpha}^{\dagger}(\bar{r}) \Psi_{\alpha}(\bar{r}) - \langle \Psi_{\alpha}^{\dagger}(\bar{r}) \Psi_{\alpha}(\bar{r}) \rangle) - (\Psi_{\alpha}^{\dagger}(\bar{r}) \Psi_{\alpha}(\bar{r}) - \langle \Psi_{\alpha}^{\dagger}(\bar{r}) \Psi_{\alpha}(\bar{r}) \rangle) \right] (S_n^x - \langle S_n^x \rangle) \right\} \quad (2.3)$$

Здесь часть оператора  $\mathcal{H}_{sd}$  (I.2), связанная с продольной компонентой спина, внесена в гамильтониан  $\mathcal{H}_0$ , который теперь включает эффект подмагничивания электронов проводимости обменным полем, действующим со стороны локализованных спинов, а также молекулярное поле, которое действует на локализованный спин со стороны подмагниченных электронов проводимости. Таким образом,  $\mathcal{H}_0$  является гамильтонианом нулевого приближения самосогласованного поля, а  $\mathcal{H}_{int}$  учитывает возмущение его. Символ  $\langle \dots \rangle$  означает усреднение по статистическому ансамблю с гамильтонианом  $\mathcal{H}$  :

$$\langle \dots \rangle = \text{Sp}(e^{-\beta \mathcal{H}} \dots) / \text{Sp} e^{-\beta \mathcal{H}}. \quad (2.4)$$

Введем в рассмотрение температурные гриновские функции для электронов и локализованных спинов:

$$G_{\alpha, \beta}(\bar{r}, \tau; \bar{r}', \tau') = \langle \hat{T}_{\tau} \tilde{\Psi}_{\alpha}^{\dagger}(\bar{r}, \tau) \tilde{\Psi}_{\beta}(\bar{r}', \tau') \rangle \quad (2.5)$$

$$K^{s's'}(1\tau; 1'\tau') = \langle \hat{T}_\tau \tilde{S}_1^s(\tau) \tilde{S}_1^{s'}(\tau') \rangle, \quad (2.6)$$

где символ  $\tilde{A}(\tau)$  означает "гайзенберговское" представление оператора  $A$  с гамильтонианом  $\mathcal{H}$  :

$$\tilde{A}(\tau) = e^{\mathcal{H}\tau} A e^{-\mathcal{H}\tau}, \quad (0 < \tau < \beta = 1/kT), \quad (2.7)$$

а  $\hat{T}_\tau$  - оператор упорядочения по переменной  $\tau$  /5/.

Как известно /5/, средние типа (2.5) и (2.6) могут быть выражены в представлении взаимодействия:

$$G_{s's'}(\bar{1}\tau; \bar{1}'\tau') = \frac{\langle \hat{T}_\tau \Psi_s^+(\bar{1}\tau) \Psi_{s'}(\bar{1}'\tau') \delta(\beta) \rangle_0}{\langle \delta(\beta) \rangle_0}, \quad (2.8)$$

$$K^{s's'}(1\tau; 1'\tau') = \frac{\langle \hat{T}_\tau S_1^s(\tau) S_1^{s'}(\tau') \delta(\beta) \rangle_0}{\langle \delta(\beta) \rangle_0}, \quad (2.9)$$

где оператор  $A(\tau)$  означает представление (2.7) с гамильтонианом  $\mathcal{H}_0$ , а  $\langle \dots \rangle_0$  - усреднение (2.4) также с гамильтонианом  $\mathcal{H}_0$ ;  $\delta(\beta)$  есть температурная матрица рассеяния:

$$\delta(\beta) = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(-1)^s}{s!} \int_0^\beta \dots \int_0^\beta d\tau_1 \dots d\tau_s \hat{T}_\tau \{ \mathcal{H}_{int}(\tau_1) \dots \mathcal{H}_{int}(\tau_s) \}. \quad (2.10)$$

Поскольку  $\mathcal{H}_0$  аддитивен по спиновым операторам, любое среднее  $\langle \dots \rangle_0$ , порождаемое разложением (2.11) в формулах (2.8) и (2.9), может быть разбито на произведение средних



только от электронных и только от спиновых операторов. Первые вычисляются с помощью теоремы Вика для фермиевских операторов по обычным правилам; техника вычисления средних от спиновых операторов была развита ВЛП/1/. В результате любое среднее в  $S$ -ом порядке теории возмущений выражается через функции Грина (2.8) и (2.9) нулевого приближения:

Для электронной функции нулевого приближения получаем разложение в ряд Фурье по переменным  $\tau - \tau'$  и  $\bar{\tau} - \bar{\tau}'$ :

$$G_{\delta\delta'}^{\circ}(\bar{\tau}\tau; \bar{\tau}'\tau') = \delta_{\delta\delta'} \sum_n e^{i\omega_n(\tau - \tau')} \sum_p e^{i\bar{p}(\bar{\tau} - \bar{\tau}')} G_{\delta}^{\circ}(\bar{p}, i\omega_n) \quad (2.11)$$

$$G_{\delta}^{\circ}(\bar{p}, i\omega_n) = \frac{1}{i\omega_n - \varepsilon_{p\bar{p}}^{\delta}} ; \quad (\omega_n = (2n+1)\pi kT), \quad (2.12)$$

где  $\varepsilon_p^{\delta}$  - энергия электрона проводимости с импульсом  $\bar{p}$  и спином  $\delta$  ( $\delta = \pm 1$ ), отсчитанная от уровня Ферми  $\chi$ , то есть

$$\varepsilon_p^{\delta} = \varepsilon_p^{\circ} + \frac{1}{2} \delta \Delta - \chi ; \quad \Delta = 2 \langle S^z \rangle J_0. \quad (2.13)$$

Здесь  $\varepsilon_p^{\circ}$  - трансляционная энергия электрона в металле,  $\frac{1}{2} \delta \Delta$  - энергия электрона в молекулярном поле, создаваемом локализованными спинами,  $\langle S^z \rangle$  - среднее значение  $Z$ -проекции атомного спина, а  $J_0$  - фурье-компонента  $S$ - $d$ -обменного интеграла (мы пренебрегли зависимостью его от импульса электрона, что соответствует точечному характеру  $S$ - $d$ -обмена в координатном представлении).

Рассмотрим теперь спиновую функцию Грина вида  $K^{-+}(1\tau; 1'\tau')$ . Согласно определению (2.9), получим для функции нулевого приближения выражение:

$$K^{-+}(1\tau; 1'\tau') = \delta_{11'} \mathcal{L} \mathcal{B} K(\tau - \tau'), \quad (2.14)$$

где

$$K(\tau) = e^{y\tau} \begin{cases} n_y, & \tau > 0 \\ n_{y+1}, & \tau < 0 \end{cases}; \quad n_y = \frac{1}{e^y - 1}, \quad (2.15)$$

причем,

$$y = \beta \int \mathcal{J}(\bar{c} - \bar{R}_n) \langle \Psi_{(c)}^+(\bar{c}) \Psi_{(c)}(\bar{c}) - \Psi_{(c)}^+(\bar{c}) \Psi_{(c)}(\bar{c}) \rangle d\bar{c} \quad (2.16)$$

есть величина молекулярного поля (в единицах  $kT$ ), действующего на локализованный спин в узле  $n$  со стороны электронов проводимости. Очевидно, в идеальном кристалле  $y$  не должно зависеть от  $n$ .

Функцию  $G(\tau)$  можно представить рядом Фурье

$$K(\tau) = \sum_n e^{i\omega_n \tau} K(i\omega_n) \quad (2.17)$$

$$K(i\omega_n) = \frac{1}{y - i\omega_n \beta}; \quad (\omega_n = 2n\pi kT). \quad (2.18)$$

Любой член  $S$ -ого порядка для функций Грина (2.8) или (2.9) сводится к произведению определенного числа функций ну-

левого приближения (2.11) и (2.14). Для его написания введем следующую графическую технику. Электронные функции Грина  $G_0(\bar{\tau}\tau; \bar{\tau}'\tau')$  будем изображать сплошной линией, проведенной из точки  $\bar{\tau}\tau$  в точку  $\bar{\tau}'\tau'$  с темной или светлой стрелкой, так что  $\text{---}\blacktriangleright\text{---}$  (соответствует электрону со спином  $(-)$ ), а  $\text{---}\blacktriangleleft\text{---}$  - электрону со спином  $(+)$ . Спиновую функцию  $K(\tau-\tau')$  изобразим сплошной линией, соединяющей точку  $\tau$  с точкой  $\tau'$  с простой стрелкой:  $\text{---}\rightarrow\text{---}$ ; s-d -обменное взаимодействие изобразим волнистой линией без направления  $\text{---}\sim\text{---}$ .

В полученных таким образом диаграммах может содержаться девять типов вершин:



Пять из них (а)-(г) связаны с локализованной спин-системой и соответствуют диаграммной технике ВМ. Таким образом, вершины типа (а) соответствуют оператору  $S^-$ , типа (б) и (в) - операторам  $S^+$ , а вершины (г) и (д) - операторам  $S^z$ . Четыре других (е)-(и) связаны с электронной системой. Линии взаимодействия соединяют вершины следующих типов: вершину (а) с вершиной (ж); вершины (б) и (в) - с вершиной (з), а вершины (г) или (д) - с вершинами типа (е) или (и).

Все вершины типов (а)-(д), соответствующие совпадающим узлам, вместе со спиновыми линиями, соединяющими их, должны обводиться овалом, а соответствующая часть диаграммы называется блоком. Аналогично обычным случаям систем, для которых

Н<sub>int</sub> содержит бозевские или фермиевские операторы, можно показать, что и в данном случае (когда Н<sub>int</sub> зависит от операторов спина) диаграммные ряды, соответствующие разложениям (2.8) и (2.9), содержат только связанные диаграммы, причем вместо соотношений (2.8) и (2.9) имеем:

$$G_{\delta\delta'}(\bar{\tau}\tau; \bar{\tau}'\tau') = \langle \hat{T}_{\tau} \Psi_{\delta}^+(\bar{\tau}, \tau) \Psi_{\delta'}(\bar{\tau}', \tau') \delta(\beta) \rangle_{\text{связ.}} \quad (2.19)$$

$$K^{++}(\bar{1}\tau; \bar{1}'\tau') = \langle \hat{T}_{\tau} S_{\bar{1}}^+(\tau) S_{\bar{1}'}^+(\tau') \delta(\beta) \rangle_{\text{связ.}} \quad (2.20)$$

Сформулируем теперь окончательно правила построения диаграмм для электронной и спиновой гриновских функций. Для определения поправки S-ого порядка к функции  $K^{++}(\bar{1}\tau; \bar{1}'\tau')$  нужно нарисовать все связанные топологически неэквивалентные диаграммы с 2S внутренними вершинами и двумя внешними "спиновыми" вершинами (одна из них - типа (а), другая - типа (б) или (в)<sup>\*/</sup>). Аналогичным образом строятся диаграммы для электронных функций Грина  $G_{++}$  и  $G_{--}$ , только берутся диаграммы с двумя внешними "электронными" вершинами. К сформулированным правилам следует добавить, что в блоках не должно содержаться замкнутых петель из спиновых линий, а также частой, не содержащих внешних вершин, присоединенных к остальной части диаграммы линией взаимодействия. Диаграммы последнего вида исклю-

<sup>\*</sup>/ Построение диаграмм для  $K^{zz}(\bar{1}\tau; \bar{1}'\tau')$ , в отличие от  $K^{++}(\bar{1}\tau; \bar{1}'\tau')$ , предполагает, что внешними вершинами являются в каждой диаграмме две вершины типа (г) или (д).

чаются вследствие сделанной перенормировки гамильтониана нулевого приближения, учитывающего молекулярные поля, действующие на локализованные спины и электроны проводимости.

Вклад в функцию  $K^{-+}(i\tau; i\tau')$  от диаграммы  $S$ -ого порядка равен

$$C_S \int_0^{\beta} \dots \int_0^{\beta} d\tau_1 \dots d\tau_s \int \dots \int d\bar{z}_1 \dots d\bar{z}_s \sum_{R_1} \dots \sum_{R_s} J(\bar{z}_1, \bar{R}_1) \dots J(\bar{z}_s, \bar{R}_s). \quad (2.21)$$

$$\cdot G^{\circ}(\dots) \dots G^{\circ}(\dots) K(\dots) \dots K(\dots) \delta(\dots) \dots \delta(\dots),$$

где произведение  $\delta$ -символов учитывает равенства узлов, отвечающих вершинам, находящимся в одном блоке,  $G^{\circ}$ -функции Грина (2.11), соответствующие электронным линиям, а  $K$ -функции (2.15), отвечающие спиновым линиям.

Коэффициент  $C_S$  дается выражением

$$C_S = B_S \frac{1}{S!} (-1)^{F+L} 2^{m_a+1} \prod_{\alpha} b^{[\beta_{\alpha}-1]}, \quad (2.22)$$

в котором отдельные величины обозначают:  $B_S$  - число топологически эквивалентных диаграмм;  $L$  - общее число вершин типа (в), (д) и (е) в диаграмме;  $F$  - число замкнутых электронных петель;  $m_a$  - число внутренних вершин типа (а),  $\beta_{\alpha}$  - число разрозненных частей в  $\alpha$ -ом блоке диаграммы. Произведение  $\prod_{\alpha}$  берется по всем блокам диаграммы. Величина  $b^{[n]}$  означает  $n$ -производную по  $y$  от функции Бриллюэна. Этот пос-

ледний множитель (произведение производных от  $\bar{v}$ ) точно соответствует технике ВЛП для спиновых операторов.

Вклад от диаграммы  $S$ -ого порядка в электронную функцию Грина  $G_{\alpha\beta}(\bar{\tau}\tau; \bar{\tau}'\tau')$  обозначается тем же символическим выражением (2.21), а коэффициент  $C_S$  определяется формулой (2.22), в которой множитель  $2^{m_{\alpha}+1}$  следует заменить на  $2^{m_{\alpha}}$ . Точно такая же формула (как и для электронной функции Грина) существует для коэффициента при диаграмме функции Грина  $K^{\alpha\alpha'}(\bar{1}\tau; \bar{1}'\tau')$ .

Перейдем теперь в импульсное представление, определив фурье-компоненту гриновских функций:

$$K^{\alpha\alpha'}(\bar{k}, i\omega_n) = \frac{1}{2\beta} \int_{-\beta}^{+\beta} e^{-i\omega_n \tau} d\tau \sum_{(1-1')} e^{-i\bar{k}(\bar{1}-\bar{1}')} K^{\alpha\alpha'}(\bar{1}\tau; \bar{1}'\tau'), \quad (2.23)$$

где мы учли, что функция  $K^{\alpha\alpha'}(\bar{1}\tau; \bar{1}'\tau')$  зависит от разности аргумента  $\tau - \tau'$  и  $\bar{1} - \bar{1}'$  (для идеального кристалла). Вклад в  $K^{\alpha\alpha'}(\bar{k}, i\omega_n)$ , например, соответствующий выражению (2.21), запишется в виде:

$$C_S \beta^s \frac{1}{N} \sum_{\dots \bar{k}_1 \dots} \frac{1}{N} \sum_{\dots \bar{k}_s \dots} \sum_{\dots \omega_1 \dots \omega_s \dots} \prod_{\dots} \int_{\dots} \mathcal{J}_{k_s} \left[ G^{\alpha}(\bar{k}_+, i\omega_+) \right] \left[ K(i\omega) \right] \left[ \delta(\Sigma \bar{R}) \right] \cdot \prod \delta(\Sigma \omega) \quad (2.24)$$

Здесь  $\mathcal{J}_k$  - фурье-компонента  $s$ -d -обменного взаимодействия:

$$\mathcal{J}(\bar{\tau} - \bar{R}_n) = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} e^{i\bar{k}(\bar{\tau} - \bar{R}_n)} \mathcal{J}_{\mathbf{k}}, \quad (2.25)$$

$\delta$  -символы в (2.24) учитывают сохранение импульса и частоты в каждой вершине диаграммы.

### 3. Уравнения для спиновых функций Грина

Составим графический ряд для спиновой функции Грина  $K^{\alpha\alpha'}$  (2.6). Оба оператора спина, входящие в ее определение, относятся к локализованным спинам, т.е. к системе  $d$  -электронов. Чтобы подчеркнуть этот факт, будем функции  $K^{\alpha\alpha'}$  обозначать в дальнейшем  $K_{dd}^{\alpha\alpha'}$ . Любая диаграмма для  $K_{dd}^{\alpha\alpha'}$  содержит две внешних спиновых вершины (типа (а)-(д)). Назовем неприводимой диаграмму, которую нельзя разрезать по одной линии взаимодействия. Полную совокупность таких диаграмм для функции  $K_{dd}^{\alpha\alpha'}$  обозначим  $\sum_{dd}^{\alpha\alpha'}$ . Помимо этих диаграмм, в  $K_{dd}^{\alpha\alpha'}$  должны входить любая диаграмма из  $\sum_{dd}^{\alpha\alpha'}$ , связанная линией взаимодействия  $V_{ds}$  ( $s$ - $d$  -обменом) с некоторой диаграммой, имеющей две внешних вершины: спиновую и электронную. Обозначим полную совокупность таких диаграмм через  $K_{sd}^{\alpha\alpha'}$ . Таким образом, в  $K_{dd}^{\alpha\alpha'}$  входят все диаграммы типа  $\sum_{dd}^{\alpha\alpha'} V_{ds} K_{sd}^{\alpha\alpha'}$ . Обозначим, далее, полную совокупность неприводимых диаграмм для  $K_{ds}^{\alpha\alpha'}$  через  $\sum_{ds}^{\alpha\alpha'}$ . Очевидно, любая диаграмма из множества  $\sum_{ds}^{\alpha\alpha'} V_{sd} K_{dd}^{\alpha\alpha'}$  также будет представлять какую-нибудь диаграмму из ряда для  $K_{dd}^{\alpha\alpha'}$ . Рассмотренными типами диаграмм исчерпываются все возможные построения диаграммного ряда для  $K_{dd}^{\alpha\alpha'}$ . Таким образом, мы приходим к следующему уравнению для  $K_{dd}^{\alpha\alpha'}$  :

$$K_{dd}^{\alpha\alpha'} = \sum_{dd}^{\alpha\alpha'} + \sum_{dd}^{\alpha\alpha'} V_{ds} K_{sd}^{\alpha\alpha'} + \sum_{ds}^{\alpha\alpha'} V_{sd} K_{dd}^{\alpha\alpha'} . \quad (3.1)$$

(Заметим, что  $V_{ds} \equiv V_{sd}$  и обозначает величину  $s-d$  -обменного взаимодействия  $\rho^j_{sd}(r-R)$ ). Рассуждая аналогичным образом, можно составить уравнение для  $K_{sd}^{\alpha\alpha'}$ :

$$K_{sd}^{\alpha\alpha'} = \sum_{sd}^{\alpha\alpha'} + \sum_{sd}^{\alpha\alpha'} V_{ds} K_{sd}^{\alpha\alpha'} + \sum_{ss}^{\alpha\alpha'} V_{sd} K_{dd}^{\alpha\alpha'} , \quad (3.2)$$

где  $\sum_{ss}^{\alpha\alpha'}$  - полная совокупность неприводимых диаграмм с двумя внешними электронными вершинами. Полный ряд всех диаграмм с двумя электронными внешними вершинами обозначим  $K_{ss}^{\alpha\alpha'}$ . Легко показать также, что уравнение для  $K_{ss}^{\alpha\alpha'}$  связывает эту величину с некоторой  $K_{ds}^{\alpha\alpha'}$ , и для обеих величин получается система уравнений, подобная (3.1) и (3.2), в которую входит еще  $\sum_{ds}^{\alpha\alpha'}$ -полная неприводимая совокупность  $K_{ds}^{\alpha\alpha'}$ . Полученную таким образом систему четырех уравнений (распадающихся на совокупности двух связанных уравнений) можно записать в матричном виде:

$$\hat{K} = \hat{\Sigma} + \hat{\Sigma} \hat{V} \hat{K} , \quad (3.3)$$

где

$$\hat{K} = \begin{pmatrix} K_{dd} & K_{ds} \\ K_{sd} & K_{ss} \end{pmatrix}; \quad \hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} \Sigma_{dd} & \Sigma_{ds} \\ \Sigma_{sd} & \Sigma_{ss} \end{pmatrix}; \quad \hat{V} = \begin{pmatrix} 0 & V_{ds} \\ V_{sd} & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.4)$$

Верхние спиновые индексы здесь опущены, так что уравнение (3.3) описывает случаи  $K^{+-}$ ,  $K^{-+}$  и  $K^{z\bar{z}}$ .



Можно показать вдобавок к (3.3), что  $K_{ds}$  и  $K_{sd}$  представляют смешанные функции Грина, а  $K_{ss}$  - электронную двухчастичную функцию Грина следующего вида:

$$K_{sd}^{-+}(\bar{c}\tau; \bar{c}'\tau') = \langle \hat{T}_{\tau} \tilde{\Psi}_{(+)}^{+}(\bar{c}, \tau) \tilde{\Psi}_{(-)}^{-}(\bar{c}', \tau') \tilde{S}_{\tau'}^{+}(\tau') \rangle, \quad (3.5)$$

$$K_{ds}^{-+}(\bar{c}\tau; \bar{c}'\tau') = \langle \hat{T}_{\tau} \tilde{S}_{\tau}^{-}(\tau) \tilde{\Psi}_{(-)}^{+}(\bar{c}', \tau') \tilde{\Psi}_{(+)}^{-}(\bar{c}, \tau) \rangle, \quad (3.6)$$

$$K_{ss}^{-+}(\bar{c}\tau, \bar{c}'\tau') = \langle \hat{T}_{\tau} \tilde{\Psi}_{(+)}^{+}(\bar{c}, \tau) \tilde{\Psi}_{(-)}^{-}(\bar{c}', \tau') \tilde{\Psi}_{(+)}^{+}(\bar{c}', \tau') \tilde{\Psi}_{(-)}^{-}(\bar{c}, \tau) \rangle, \quad (3.7)$$

Из этих определений видно, что, например,  $K_{ds}^{-+}$  представляют корреляции поперечных компонент локализованного спина в узле  $\bar{c}$  и спинового момента электронов проводимости в точке  $\bar{c}'$ ;

$K_{ss}^{-+}$  представляет корреляцию спиновых моментов электронов проводимости в точках  $\bar{c}$  и  $\bar{c}'$ . Таким образом, матрица  $K$ , определенная выражением (3.4), есть полная матрица поперечных спиновых компонент системы  $s$  - и  $d$  - электронов металла.

Уравнение (3.3), с учетом соотношения (3.4), оказывается по структуре таким же, как и для двухподрешеточного гайзенберговского магнетика<sup>/6/</sup>.

Для дальнейшего удобно записать уравнение (3.3) в иной форме:

$$\hat{K} = \hat{\Sigma} + \hat{\Sigma}^* \hat{V} \hat{\Sigma}, \quad (3.8)$$

соответствующей введению эффективного взаимодействия  $\hat{V}^*$ , подчиняющегося уравнению

$$\hat{V}^* = \hat{V} + \hat{V} \hat{\Sigma} \hat{V} \quad , \quad (3.9)$$

в котором  $\hat{V}^*$  означает матрицу

$$\hat{V}^* = \begin{pmatrix} \hat{V}_{dd}^* & \hat{V}_{ds}^* \\ \hat{V}_{sd}^* & \hat{V}_{ss}^* \end{pmatrix} ; \quad (3.10)$$

$\hat{V}_{dd}^*$ ,  $\hat{V}_{ds}^*$  и  $\hat{V}_{ss}^*$  представляют эффективное взаимодействие между локализованными спинами, между ними и электронами проводимости и между электронами проводимости, соответственно.

Заметим, что система уравнений, записанная в виде символического уравнения (3.3), позволяет выразить  $K$ -функции через совокупность неприводимых их частей  $\hat{\Sigma}$ . Для них можно написать диаграммные ряды, наинизшие члены которых записаны в Приложении. Там же даны выражения для  $\hat{\Sigma}_{ss}$ ,  $\hat{\Sigma}_{ds}$  и  $\hat{\Sigma}_{ss}$  через полные неприводимые вершинные части — трехполюсники и четырехполюсники.

В заключение укажем на одну возможность обобщения полученных результатов. Если между локализованными спинами существует прямое обменное взаимодействие  $V_{dd}$ , то с учетом этого обстоятельства вид основного уравнения (3.3) не изменится, только под  $\hat{V}$  следует понимать в этом случае матрицу:

$$\hat{V} = \begin{pmatrix} V_{dd} & V_{ds} \\ V_{sd} & 0 \end{pmatrix} . \quad (3.11)$$

Сами диаграммы усложняются появлением новой линии взаимодействия, соединяющей вершины спиновых линий из разных блоков, как в технике ВЛП. Получающаяся таким образом диаграммная техника является простой комбинацией техник ВЛП и развитой нами в данной статье.

#### 4. Уравнения для электронной функции Грина

Изобразим графически уравнение Дайсона для электронной функции Грина, соответствующей заданному спину электрона. При элементарном  $S$ - $\lambda$ -обменном рассеянии электрон может сохранить свой спин или изменить его. В результате рассеяния во всех порядках теории возмущений возможно также либо сохранение электронного спина, либо изменение его на противоположное, поэтому рассеяние электрона должно описываться вершинными частями двух типов. (одна из них, имеющая две электронных вершины, соответствующие одинаковым значениям спина, связана с  $Z$ -компонентой локализованного спина, другая же - имеющая две электронных вершины, соответствующие разным электронным спинам - связана с  $+$  или  $-$  компонентой локализованного спина. Обозначим графически и аналитически эти вершинные части следующим образом (аналитические выражения соответствуют диаграмме без электронных концов):

$$\begin{array}{c} \bar{R}_1 \\ \circ \\ \bar{z}_2 \quad \bar{z}_3 \\ \swarrow \quad \searrow \\ G \end{array} = \Gamma_{\delta\delta}^z (\bar{R}_1, \tau_1; \bar{z}_2, \tau_2; \bar{z}_3, \tau_3), \quad (4.1)$$

$$\begin{array}{c} \bar{R}_1 \\ \uparrow \\ \bar{z}_2 \quad \bar{z}_3 \\ \swarrow \quad \searrow \end{array} = \Gamma_{+-}^+ (\bar{R}_1, \tau_1; \bar{z}_2, \tau_2; \bar{z}_3, \tau_3), \quad (4.2)$$

$$\begin{array}{c} \bar{R}_1 \\ \downarrow \\ \bar{z}_2 \quad \bar{z}_3 \\ \swarrow \quad \searrow \end{array} = \Gamma_{-+}^- (\bar{R}_1, \tau_1; \bar{z}_2, \tau_2; \bar{z}_3, \tau_3). \quad (4.3)$$

Каждая из величин (4.1)-(4.3) представляет полную совокупность диаграмм с двумя электронными и одной  $d$ -внешними вершинами.

Уравнения Дайсона для электронных функций Грина можно записать через введенные вершинные части следующим образом:

$$\begin{array}{c} \text{---} \blacktriangleright \\ \text{---} \blacktriangleright \\ \text{---} \blacktriangleright \end{array} = \begin{array}{c} \text{---} \blacktriangleright \\ \text{---} \blacktriangleright \\ \text{---} \blacktriangleright \end{array} + \begin{array}{c} \text{---} \blacktriangleright \\ \text{---} \blacktriangleright \\ \text{---} \blacktriangleright \end{array} + \begin{array}{c} \text{---} \blacktriangleright \\ \text{---} \blacktriangleright \\ \text{---} \blacktriangleright \end{array} + \begin{array}{c} \text{---} \blacktriangleright \\ \text{---} \blacktriangleright \\ \text{---} \blacktriangleright \end{array} \quad (4.4)$$

$$\begin{array}{c} \text{---} \blacktriangleright \\ \text{---} \blacktriangleright \\ \text{---} \blacktriangleright \end{array} = \begin{array}{c} \text{---} \blacktriangleright \\ \text{---} \blacktriangleright \\ \text{---} \blacktriangleright \end{array} + \begin{array}{c} \text{---} \blacktriangleright \\ \text{---} \blacktriangleright \\ \text{---} \blacktriangleright \end{array} + \begin{array}{c} \text{---} \blacktriangleright \\ \text{---} \blacktriangleright \\ \text{---} \blacktriangleright \end{array} + \begin{array}{c} \text{---} \blacktriangleright \\ \text{---} \blacktriangleright \\ \text{---} \blacktriangleright \end{array} .$$

Вершинные части (4.1-4.3) тесно связаны с рассмотренными ранее смешанными спиновыми функциями Грина  $K_{sd}$  и  $K_{ds}$ . Можно убедиться, что  $K_{sd}$  и  $K_{ds}$  определяются графиками (4.1-4.3) со сведенными электронными концами, то-есть:

$$\begin{array}{c} \bar{z}_2 \\ \bar{R} \text{---} \blacktriangleright \\ \bar{z}_1 \end{array} = K_{ds}^{-+} (\bar{R}, \tau; \bar{z}_1, \tau) = K_{sd}^{+-} (\bar{z}_2, \tau; \bar{R}, \tau) = \quad (4.5)$$

$$= \int d\bar{z}_1 d\bar{z}_2 \int_0^{\beta} dt_1 dt_2 \Gamma_{-+}^- (\bar{R}, \tau; \bar{z}_1, \tau_1; \bar{z}_2, \tau_2) G_{\sigma\sigma'}(\bar{z}_2, \tau_2; \bar{z}_1, \tau_1) G_{\sigma'\sigma}(\bar{z}_1, \tau_1; \bar{R}, \tau)$$

$$\vec{c} \left( \begin{array}{c} \leftarrow \\ \rightarrow \\ \leftarrow \end{array} \right) \vec{R} = K_{sd}^{++} (\vec{c}' ; \vec{R}' \vec{c}') = K_{ds}^{+-} (\vec{R} \vec{c} ; \vec{c}' \vec{c}') .$$

(4.6)

Аналогичные соотношения имеют место и для  $K_{ds}^{zz}$ .

Среди диаграмм, составляющих вершинные части (4.1-4.3), есть неприводимые и приводимые (т.е. перерезаемые по одной линии взаимодействия). С учетом этого обстоятельства оказывается возможным переписать уравнения Дайсона в терминах неприводимых вершинных частей (см. Приложение -заштрихованные элементы): трехполюсников и четырехполюсников, а также линий эффективного взаимодействия. Так, например, первое из уравнений (4.4) становится следующим:

(4.7)

Уравнение для другой функции Грина получается заменой черных электронных стрелок на светлые и обратно, а также изменением направления стрелки в предпоследнем графике. Жирные пунктирные линии означают эффективные взаимодействия, определяемые уравнением (3.9). Этим пунктирам соответствуют различные аналитические выражения в зависимости от вершин графика, которые они соединяют.

Уравнение (4.7) можно сравнить с уравнением для функций Грина при учете двухчастичных взаимодействий (/5/, рис. 53),

а также при учете взаимодействия с фононами (15), рис. 54). Полученное нами уравнение является как бы своеобразной комбинацией этих двух уравнений.

Это связано со специфическим характером  $s-d$  - взаимодействия, имеющего черты электрон-фононного и двухчастичного электронного взаимодействий. В качестве итога проведенного общего исследования укажем, что уравнения для спиновых функций Грина  $K$  и электронных функций Грина  $G$  удалось выразить через единую систему неприводимых вершинных частей: трехполюсников и четырехполюсников, для которых существуют диаграммные ряды, в которых можно выполнить выборочное суммирование.

### 5. Спиновые волны и их затухание

Сейчас мы исследуем полюса спиновой функции Грина  $K$ , удовлетворяющей уравнению (3.3). Разлагая все величины в (3.3) в ряд Фурье, сведем это символическое уравнение к системе из четырех уравнений для величин  $K_{dd}(\bar{k}, i\omega_n)$ ,  $K_{sd}(\bar{k}, i\omega_n)$ ,  $K_{ds}(\bar{k}, i\omega_n)$  и  $K_{ss}(\bar{k}, i\omega_n)$ , связанных лишь попарно: первая со второй, третья с четвертой. Из первой пары полученных таким образом уравнений немедленно находим:

$$K_{dd}(\bar{k}, i\omega_n) = \frac{\sum_{dd} V_{dd}}{(1 - \sum_{ds} V_{sd})(1 - \sum_{sd} V_{ds}) - \sum_{ss} \sum_{dd} V_{sd} V_{ds} - \sum_{dd} V_{dd}} \quad (5.1)$$

где в правой части для краткости опущены аргументы  $\bar{k}$ ,  $i\omega_n$  у всех величин.

Рассмотрим теперь  $K_{dd}^{-+}(\bar{k}, i\omega_n)$  в наимизшем приближении. Учитывая, что  $\sum_{sd}$  и  $\sum_{sd}$  начинаются с квадратичных членов по  $S-d$  -обмену, получим из (5.1), в частности, для  $\sum_{dd}^{-+}$ ,

$$K_{dd}^{-+} = \frac{\sum_{dd}^{-+}(\bar{k}, i\omega_n)}{1 - \sum_{ss}^{-+(0)}(\bar{k}, i\omega_n) \sum_{dd}^{-+(0)}(\bar{k}, i\omega_n) (\beta \gamma \bar{k})^2 - \sum_{dd}^{-+}(\bar{k}, i\omega_n) \beta I_{dd}(\bar{k})}. \quad (5.2)$$

Здесь  $I_{dd}(\bar{k})$  - (урье-компонента обменного интеграла прямого взаимодействия.  $\sum^{(0)}$  означает, что величина  $\sum$  взята в нулевом по  $S-d$  -обмену приближении. Величине  $\sum_{dd}^{-+(0)}$  соответствует простой блок на диаграмме, а  $\sum_{ss}^{-+(0)}$  - электронная петля. Используя правила написания аналитических выражений по диаграммам, получим после выполнения суммирования по частотам:

$$\sum_{dd}^{-+(0)}(\bar{k}, i\omega_n) = 2 \beta K(i\omega_n), \quad (5.3)$$

$$\sum_{ss}^{-+(0)}(\bar{k}, i\omega_n) = -\frac{1}{N} \sum_q \frac{n_{q-k} - n_q^+}{i\omega_n \beta - \varepsilon_q^+ \beta + \varepsilon_{q-k} \beta}, \quad (5.4)$$

где  $n_q^+$  - фермиевская функция распределения.

Для того, чтобы получить все члены в знаменателе  $K_{dd}^{-+}$ , квадратичные по  $V_{sd}$ , необходимо найти с такой же точностью знаменатель  $\sum_{dd}^{-+}$ , а это означает, что мы должны просуммировать ряды диаграмм в  $\sum_{dd}^{-+}$ , приводящие к геометрической прогрессии со знаменателем  $\beta$  не выше второй сте-

пени по  $V_{sd}$ . Мы ограничимся сейчас низкими температурами ( $T \ll T_c$ ) и учтем поэтому в ряду  $\sum_{dd}^{-+}$  только те члены, которые не содержат произведения от функции Бриллюэна  $\mathcal{V}$ ; такими будут графики, не содержащие разрозненных элементов в блоках. Поэтому для низких температур нужно оставить лишь первый, второй, третий, шестой и седьмой графики в  $\sum_{dd}^{-+}$  (см. Приложение (I)). Продолжая этот ряд дальше, действительно, можем получить геометрическую прогрессию со знаменателем, отвечающим четырем графикам: второму, третьему, шестому и седьмому.

По сравнению с выражением (5.4), соответствующим простой петле, в указанных графиках второго порядка содержится дополнительное интегрирование по импульсам, поэтому они дают вклад, обратно-пропорциональный объему взаимодействия. В данном случае речь идет об эффективном  $d-d$ -взаимодействии, изображаемом петлей с двумя линиями  $s-d$ -обмена на концах, а оно, как известно, носит дальнедействующий характер. Поэтому указанные графики дадут в знаменателе  $K_{dd}^{-+}$  вклад, меньший (на параметр обратного эффективного объема взаимодействия), чем член  $\sum_{ss}^{-+} \sum_{dd}^{-+} (\beta \bar{K})^2$ . Таким образом, при низких температурах мы можем взять в (5.2)  $\sum_{dd}^{-+}$  в нулевом приближении. Учтем, что величина  $K(i\omega_n)$ , определяемая формулой (2.18), содержит  $\chi$ . В отсутствие прямого обмена  $\chi$  дается формулой (2.16). При наличии прямого обмена в  $\chi$  появляется слагаемое

$$2\mathcal{V} \sum_{\bar{R}} \chi_{dd}(\bar{R}),$$

соответствующее молекулярному полю, действующему на локализованный спин со стороны других локализованных спинов. Переходя



к фурье-разложению в (2.16), запишем выражение для  $\chi$  в следующей форме:

$$\chi/\rho = \frac{1}{N} \sum_q \gamma_q (n_q^- - n_q^+) + 2b \gamma_{dd}(0). \quad (5.5)$$

Подставляя (5.3) и (5.4) в (5.2) (с учетом соотношения (5.5)) и делая аналитическое продолжение  $i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta \cdot \text{sign}(\omega)$ , получим для спиновой функции Грина  $K_{dd}^{-+}(\bar{\kappa}, \omega)$  выражение:

$$K_{dd}^{-+}(\bar{\kappa}, \omega) = \frac{1}{\rho} \frac{2b}{\varepsilon^0(\bar{\kappa}) + \frac{1}{N} \sum_q \gamma_q (n_q^- - n_q^+) + \frac{2b}{N} \sum_q \frac{\gamma_q^2 (n_{q-\kappa}^- - n_q^+)}{\omega + \varepsilon_{q-\kappa}^- - \varepsilon_q^+} - \omega}, \quad (5.6)$$

в котором

$$\varepsilon^0(\kappa) = 2b [I_{dd}(0) - \gamma_{dd}(\bar{\kappa})] - \quad (5.7)$$

энергия спиновой волны в системе локализованных спинов с учетом только прямого взаимодействия.

выражение типа (5.6) было получено ранее Вонсовским и Изюмовым<sup>/2/</sup> методом расщепления запаздывающих функций Грина. Ими был изучен спектр двух ветвей спиновых возбуждений, являющихся полюсами функции  $K_{dd}^{-+}(\bar{\kappa}, i\omega_n)$ , и их затухание.

## 6. Затухание электронов проводимости

Вычислим собственно-энергетическую часть  $\Sigma_{\mp}$  электронов. Сначала проведем расчет для низких температур ( $T \ll T_c$ ), когда можно отбросить все графики, содержащие разрозненные элементы в блоках, поскольку они дают вклад, пропорциональный производным от функции Бриллюэна. Используя уравнение Дайсона (4.7) и графическое изображение трехполосников и четырехполосников, данное в Приложении, выпишем все графики для  $\Sigma_{-}$  в наинизших порядках, не содержащие блоков с разрозненными частями:

$$\Sigma_{-} = \text{[Diagram 1]} + \text{[Diagram 2]} + \text{[Diagram 3]} + \text{[Diagram 4]} + \dots \quad (6.1)$$

Второй график можно рассматривать как простое усложнение первого. Выпишем из предпоследнего члена уравнения (4.7) все графики, являющиеся последовательным усложнением первого, отбросив временно все остальные. Получающийся таким образом ряд

$$\Sigma_{-} = \text{[Diagram 1]} + \text{[Diagram 2]} + \text{[Diagram 3]} + \dots \quad (6.2)$$

описывает виртуальный процесс однократного переворота электронного спина с последующим рассеянием на флуктуациях  $Z$ -компоненты намагниченности атома во всех порядках по  $s$ - $d$  взаимодействию. В процессах, изображаемых диаграммами (6.2), рас-

сеяние электрона происходит на отдельном изолированном атоме, и переверот спина электрона связан с переходом локализованного спина между зеемановскими уровнями в молекулярном поле. Ряд (6.2) может быть легко просуммирован, если пренебречь зависимостью  $S-d$  -обменного интеграла от импульса, т.е. полагать

$\gamma_q \equiv \gamma_0$ , ибо в этом случае ряд представляет геометрическую прогрессию, сумма которой

$$\sum_{\mp} (\bar{k}, i\omega_n) = \frac{\beta^2 \gamma_0^2 2b \frac{1}{N} \sum_{\bar{p}} \sum_{\pm} G_{\pm}^0(\bar{k} \pm \bar{p}, i\omega_n \pm i\omega_n) K(\bar{p}, i\omega_n)}{1 \mp \beta^2 \gamma_0 \frac{1}{N} \sum_{\bar{p}} \sum_{\pm} G_{\pm}^0(\bar{k} \pm \bar{p}, i\omega_n \pm i\omega_n) K(\bar{p}, i\omega_n)} \quad (6.3)$$

Нижний знак относится к электронам со спином (+), для которых ряд, аналогичный (6.2), будет получаться из (6.2) заменой темных электронных стрелок на светлые и изменением направления спиновых линий. Выполнив суммирование по частотам, получим:

$$\sum_{\mp} (\bar{k}, i\omega_n) = \beta^2 \gamma_0^2 b \frac{g_{\mp}(\bar{k}, i\omega_n)}{1 \mp \gamma_0 g_{\mp}(\bar{k}, i\omega_n)} \quad (6.4)$$

$$g_{-}(\bar{k}, i\omega_n) = \frac{1}{N} \sum_{\bar{p}} \frac{n_{\pm} + n_{\bar{k}+\bar{p}}}{i\omega_n - \epsilon_{\bar{k}+\bar{p}}^{\pm} + \eta/\beta}; \quad g_{+}(\bar{k}, i\omega_n) = \frac{1}{N} \sum_{\bar{p}} \frac{1 + n_{\pm} - n_{\bar{k}-\bar{p}}}{i\omega_n - \epsilon_{\bar{k}-\bar{p}}^{\pm} - \eta/\beta} \quad (6.5)$$

Сделаем аналитическое продолжение  $i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta \cdot \text{sign} \omega$  в формуле (6.4), после чего получаем для величин затухания электронов  $\gamma_{\mp}(\bar{k}, \omega) \equiv \frac{1}{\beta} \text{Im} \sum_{\mp} (\bar{k}, \omega)$  выражение:

$$\gamma_{\mp}(\bar{k}, \omega) = 2\gamma_0^2 b \frac{\text{Im} g_{\mp}(\bar{k}, \omega)}{[1 \mp \gamma_0 \text{Re} g_{\mp}(\bar{k}, \omega)]^2 + [\gamma_0 \text{Im} g_{\mp}(\bar{k}, \omega)]^2} \quad (6.6)$$

Выпишем выражение (6.5) для  $K$  вблизи поверхности Ферми; имеем для  $T=0$

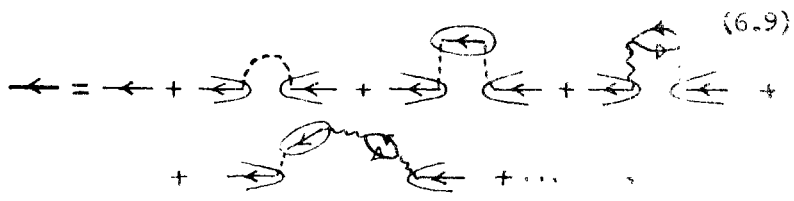
$$\operatorname{Re} g_{-}(\bar{k}, \epsilon_{\bar{k}}) \approx -\rho_0 \ln \left| \frac{K_F - k_0 - K}{K_F} \right|; \operatorname{Re} g_{+}(\bar{k}, \epsilon_{\bar{k}}) \approx -\rho_0 \ln \left| \frac{K_F + k_0 + K}{K_F} \right| \quad (6.7)$$


$$\operatorname{Im} g_{-}(\bar{k}, \epsilon_{\bar{k}}) = \rho_0 \begin{cases} 1, & K < K_F - k_0 \\ 0, & K > K_F - k_0 \end{cases}; \operatorname{Im} g_{+}(\bar{k}, \epsilon_{\bar{k}}) = \rho_0 \begin{cases} 0, & K < K_F + k_0 \\ 1, & K > K_F + k_0 \end{cases} \quad (6.8)$$

где  $\rho_0$  - плотность состояний вблизи поверхности Ферми, а  $k_0 = \frac{v}{\beta} \frac{m}{K_F} \sim K_F \left( \frac{T_0}{T} \right)^2$  - малая добавка к импульсам Ферми  $K_F^-$  и  $K_F^+$  для электронов со спинами (-) и (+).

Выражение (6.6) совместно с (6.7) очень близко к соответствующему выражению для электронного затухания на парамагнитной примеси, описывающему эффект Кондо<sup>/4/</sup>.

Появление логарифмической особенности в собственной энергии электрона связано в нашем случае с тем фактом что система локализованных спинов рассмотрена в процессах (6.1) в приближении молекулярного поля (см. аналитическое выражение, отвечающее спиновой линии), в котором локализованный спин ведет себя независимо. В следующем приближении энергетический спектр ферромагнитной системы описывается спиновыми волнами, и при низких температурах рассеяние электронов будет происходить именно на них. Чтобы получить эти процессы, усложним графики (6.2), заменив в них тонкие спиновые линии жирными:



где пунктирные линии обозначают прямое взаимодействие, а  - косвенное взаимодействие локализованных спинов. Это соответствует замене аналитического выражения  $K(\omega)$  в формуле (6.3) на

$$\tilde{K}(\bar{k}, \omega) \equiv \frac{1}{\varepsilon_{\bar{k}\beta} - i\omega_n \beta} \quad (6.10)$$

где  $\varepsilon_{\bar{k}}$  - энергия спиновой волны. Она является полюсом функции (5.6). В результате такой замены для величины затухания электрона, которую обозначим  $\tilde{\gamma}_{\mp}(\bar{k}, \omega)$ , получается также формула (6.6), в которой вместо  $g_{\mp}(\bar{k}, \omega)$  должны стоять величины:

$$\begin{aligned} \tilde{g}_{-}(\bar{k}, i\omega_n) &= \frac{1}{N} \sum_{\bar{p}} \frac{n_{\bar{p}} + n_{\bar{k}+\bar{p}}}{i\omega_n - \varepsilon_{\bar{k}+\bar{p}} + \varepsilon_{\bar{p}}}, \\ \tilde{g}_{+}(\bar{k}, i\omega_n) &= \frac{1}{N} \sum_{\bar{p}} \frac{1 + n_{\bar{p}} - n_{\bar{k}-\bar{p}}}{i\omega_n - \varepsilon_{\bar{k}-\bar{p}} - \varepsilon_{\bar{p}}}, \end{aligned} \quad (6.11)$$

где  $n_{\bar{p}}$  - бозевская функция распределения спиновых волн с энергией  $\varepsilon_{\bar{p}}$ . Сравнивая теперь эти выражения с выражениями (6.5), видим, что они получаются из (6.5) простой заменой  $\eta \rightarrow \varepsilon_{\bar{p}}$ . Таким образом, при учете процессов (6.9) дискретный спектр локализованной спин-системы заменяется на непрерывный с шириной порядка  $kT_c$ . Исследуем теперь, как в результате этого изменятся выражения (6.7) и (6.8). Предполагая квадратичный закон дисперсии спиновых волн ( $\varepsilon_{\bar{p}} = \frac{p^2}{2m^*}$ ,  $m^* \gg m$ ), получим после интегрирования по  $\bar{p}$  (6.11) для электронов, лежащих вблизи поверхности Ферми в интервале энергий  $kT_c$ ,

$$\text{Im } \tilde{q}_{\mp}(\vec{k}, \varepsilon_{\vec{k}}^{\mp}) = -\text{sign} \varepsilon_{\vec{k}}^{\mp} \pi \rho_0 c \frac{T}{T_c} \ln \left| \frac{1 + e^{\frac{\mp \varepsilon_{\vec{k}}^{\mp} - \varepsilon_{p_1}}{kT}}}{1 - e^{-\varepsilon_{p_1}/kT}} \right| \quad (6.12)$$

где  $C$  -числовая константа порядка 1, а  $p_1 \approx \langle v \frac{\Delta}{2c} \rangle$ , так что

$$\varepsilon_{p_1} \approx \frac{m}{m^*} \frac{\Delta^2}{4c} \quad (6.13)$$

При  $T=0$  (6.12) переходят в выражения:

$$\text{Im } \tilde{q}_{-}(\vec{k}, \varepsilon_{\vec{k}}^{-}) = -\text{sign} \varepsilon_{\vec{k}}^{-} \pi \rho_0 c \frac{|\varepsilon_{\vec{k}}^{-} + \varepsilon_{p_1}|}{kT_c} \begin{cases} 0; & -\varepsilon_{\vec{k}}^{-} < \varepsilon_{p_1} \\ 1; & \varepsilon_{p_1} < \varepsilon_{\vec{k}}^{-} < kT_c \end{cases} \quad (6.14)$$

$$\text{Im } \tilde{q}_{+}(\vec{k}, \varepsilon_{\vec{k}}^{+}) = -\text{sign} \varepsilon_{\vec{k}}^{+} \pi \rho_0 c \frac{\varepsilon_{\vec{k}}^{+} - \varepsilon_{p_1}}{kT_c} \begin{cases} 1; & \varepsilon_{p_1} < \varepsilon_{\vec{k}}^{+} < kT_c \\ 0; & \varepsilon_{\vec{k}}^{+} < \varepsilon_{p_1} \end{cases} \quad (6.15)$$

Отсюда (имея в виду выражение (6.6) для  $\tilde{\chi}_{\mp}(\vec{k}, \omega)$ ) видим, что при  $T=0$  электроны со спинами, направленными вдоль спонтанного момента кристалла, не затухают, а электроны с противоположной ориентацией спина испытывают S-d -обменное затухание. Физически это становится понятным, если учесть, что в первом случае электрон может только поглощать спиновую волну (а их нет при  $T=0$ ), а во втором - только испускать, что вытекает из сохранения суммарного спина системы при S-d -обменном взаимодействии.

Займемся теперь величинами  $\text{Re } \tilde{g}_{\mp}(\bar{k}, \varepsilon_{\bar{k}}^{\mp})$ . Интегрируя в (6.11) по  $P$  и пренебрегая всеми членами порядка  $I$  по сравнению с большим параметром  $m^*/m$ , можем представить эти выражения для  $K$ , лежащих вблизи поверхности Ферми, в следующей форме:

$$\text{Re } \tilde{g}_{\mp}(\bar{k}, \varepsilon_{\bar{k}}^{\mp}) = -\rho_0 \frac{m}{m} \left\{ \pm \frac{K_{\bar{F}} - K}{2K_{\bar{F}}} \ln \left| \frac{K_{\bar{F}} - K}{2K_{\bar{F}}} \right| \mp \left[ \frac{K_{\bar{F}} - K}{2K_{\bar{F}}} + \frac{m}{m^*} \right] \ln \left| \frac{K_{\bar{F}} - K}{2K_{\bar{F}}} + \frac{m}{m^*} \right| \right\} \quad (6.16)$$

Исследуем теперь условие появления резонанса, который наступает (согласно выражению (6.6)), если

$$1 \mp \gamma_0 \text{Re } \tilde{g}_{\mp}(\bar{k}, \varepsilon_{\bar{k}}^{\mp}) = 0. \quad (6.17)$$

Для импульсов  $K$ , лежащих вблизи  $K_{\bar{F}}$ , из (6.16) следует, что

$$\text{Re } g_{\mp}(\bar{k}, \varepsilon_{\bar{k}}^{\mp}) \sim \rho_0 \ln \frac{m^*}{m}. \quad (6.18)$$

Условие (6.17), скажем для (+)-электронов, может выполняться, если только

$$\frac{m^*}{m} \geq e^{-\frac{1}{\gamma_0 \rho_0}}. \quad (6.19)$$

По нашему предположению  $|\gamma_0| \rho_0 \ll 1$  и при  $\gamma_0 < 0$  условие (6.19) выполняется фактически лишь в пределе  $m^* \rightarrow \infty$ , т.е. в случае крайне узкой спин-волновой зоны. В этом предельном случае, как показывают формулы (6.7), действительно, имеет место логарифмический резонанс.

Однако в переходном металле при возникновении ферромагнетизма ширина спин-волновой зоны становится в реальности слишком

большой, чтобы удовлетворить условию (6.19), так что логарифмический резонанс в рассеянии электронов исчезает. Таким образом, в ферромагнитном металле при условии  $|\mathcal{J}_0 \rho_0| \ll 1$  затухание электронов проводимости при низких температурах описывается первым борновским приближением.

В случае разбавленного сплава переходного металла с простым (например, в таких системах как Си-Мп, Аг-Ми и т.д.) также может возникать ферромагнитное упорядочение при малых концентрациях парамагнитных атомов второй компоненты из-за косвенного взаимодействия их спинов через электроны проводимости. Температура Кюри (а следовательно, и ширина спин-волновой полосы в таких системах) оказывается пропорциональной концентрации магнитной компоненты  $C$ , так что  $T_C \sim C \mathcal{J}_0^2 \rho_0$ , откуда  $m^*/m = A/C \mathcal{J}_0^2 \rho_0^2$ , где  $A$  — некоторый численный параметр, зависящий от величины локализованного спина. Подставляя это соотношение для  $m^*/m$  в (6.19), получаем условие на концентрацию:

$$C \leq A e^{-1/|\mathcal{J}_0 \rho_0|} / (\mathcal{J}_0 \rho_0)^2 \equiv C_0, \quad (6.20)$$

при которой возникает логарифмический резонанс в рассеянии электронов в ферромагнитном разбавленном сплаве. При самых больших значениях параметра  $|\mathcal{J}_0 \rho_0|$ , еще совместимых с условием  $|\mathcal{J}_0 \rho_0| \ll 1$ ,  $C_0$  оказывается весьма малой. Например, при  $|\mathcal{J}_0 \rho_0| \approx \frac{1}{3}$ ,  $C_0 \approx 10^{-2} A$ . В этих условиях следует иметь в виду, что в разбавленном сплаве ферромагнетизм начинается не с нулевой концентрации, а с некоторой критической (вообще говоря, малой) концентрации  $C^*$ , так что условием эффекта Кондо в ферромагнитном



разбавленном сплаве являются ограничения на концентрацию сверху и снизу:

$$C^* < C < C_0. \quad (0.21)$$

Полученные оценки для разбавленных сплавов сделаны без учета хаотичности в распределении парамагнитных примесей по кристаллу, однако это не может изменить качественного вывода о влиянии ферромагнетизма на характер электронного рассеяния при низких температурах.

#### Л и т е р а т у р а

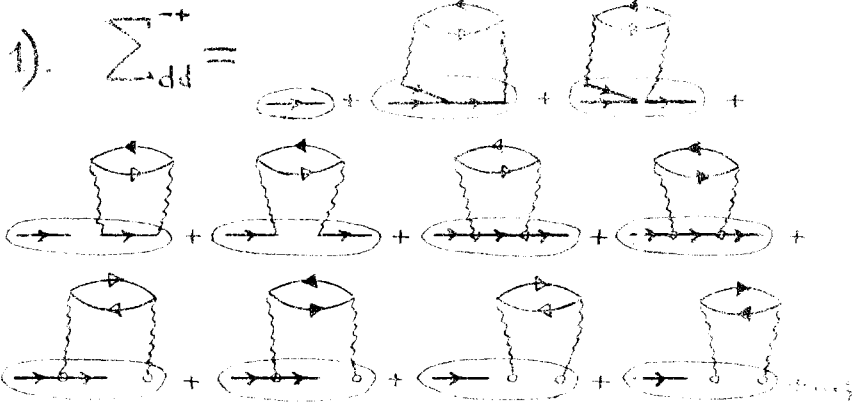
1. В.Р. Вакс, А.Н. Ларкин, С.А. Никин. ЖЭТФ, 53, 281, 1967; 53, 1089, 1967.
2. С.В. Вонсовский, Ю.А. Изюмов. УФН, 78, 3, 1962.
3. J. Kondo Prog. Theor. Phys. 32, 37, 1964.
4. А.А. Абрикосов. Physics 2, 5, 71, 1965.
5. А.А. Абрикосов, Л.Н. Горьков, И.Е. Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике. Ф.М., Москва, 1962.
6. Ю.А. Изюмов, О.А. Кассан-Оглы. ФММ, 26, 385, 1968.

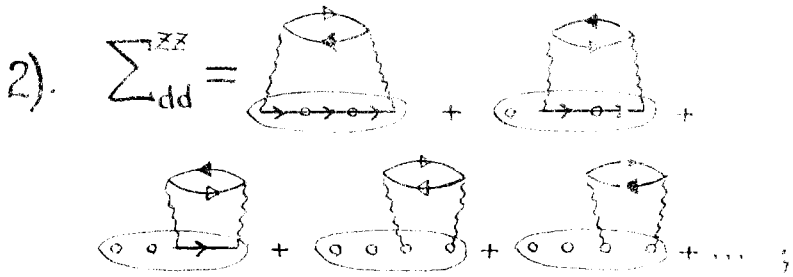
Рукопись поступила в издательский отдел

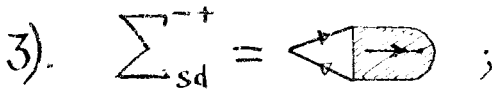
25 февраля 1969 года.

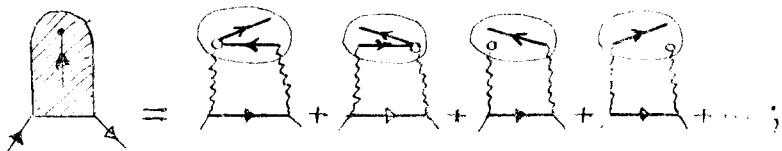
Опубликование задержано авторами.

Приложения

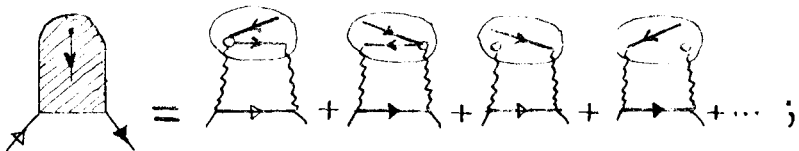
1).  $\sum_{dd}^{-+} =$  

2).  $\sum_{dd}^{zz} =$  

3).  $\sum_{sd}^{-+} =$  



4).  $\sum_{ds}^{-+} =$  



$$5). \sum_{sd}^{zz} = \text{diagram 1} + \text{diagram 2} ;$$

$$\text{diagram 1} = \text{diagram 1.1} + \text{diagram 1.2} + \text{diagram 1.3} + \dots ;$$

$$\text{diagram 2} = \text{diagram 2.1} + \text{diagram 2.2} + \text{diagram 2.3} + \dots ;$$

$$6). \sum_{ds}^{zz} = \text{diagram 3} + \text{diagram 4} ;$$

$$7). \sum_{ss}^{-+} = \text{diagram 5} + \text{diagram 6} ;$$

$$8). \sum_{ss}^{zz} = \text{diagram 7} + \text{diagram 8} +$$

$$\text{diagram 9} + \text{diagram 10} + \text{diagram 11} + \text{diagram 12} ;$$

$$\text{diagram 13} = \text{diagram 14} + \text{diagram 15} + \dots$$