

П-538

Я.ф., 1969, т. 10, в. 4,

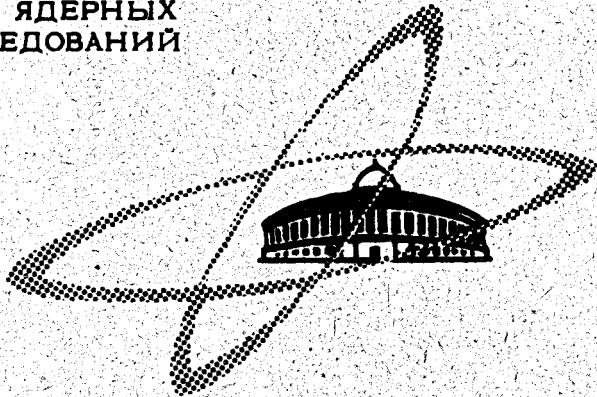
16/IV-68

С. 771-780

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна.

P4 - 4353



Ю.С.Поль

РАДИАЛЬНЫЕ ВАРИАЦИИ ПЛОТНОСТИ ЗАРЯДА
И ПРЯМОЙ АНАЛИЗ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ
ЭЛЕКТРОНОВ НА ЯДРАХ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1969

P4 - 4353

Ю.С.Поль

РАДИАЛЬНЫЕ ВАРИАЦИИ ПЛОТНОСТИ ЗАРЯДА
И ПРЯМОЙ АНАЛИЗ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ
ЭЛЕКТРОНОВ НА ЯДРАХ

Направлено в ЯФ

7478/2 нр.

СЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
БИБЛИОТЕКА

В последнее время исследования структуры ядра при помощи рассеяния электронов получили новое развитие^{/1,2,3/}. В частности, удается изучать изотопические различия в распределениях плотности зарядов (р.п.з.) по ряду соседних ядер, а эксперименты при больших переданных импульсах позволяют выявлять "тонкие детали" р.п.з., отражающие индивидуальные особенности структуры ядра. В связи с этим появился ряд теоретических работ (например, ^{/4,5,6/}), где авторы, исходя из различных моделей, пытаются одновременно согласовать с экспериментом как данные по одночастичным состояниям, так и данные по р.п.з., найденные из упругого рассеяния электронов. Основная трудность в проведении таких исследований состоит в необходимости каждый раз заново по найденному р.п.з. рассчитывать сечение упругого рассеяния электронов и сравнивать его с соответствующими экспериментальными данными. Очевидно, что проводить подобные расчёты на базе метода фазового анализа, где для каждого пробного р.п.з. приходится численно решать уравнение Дирака и суммировать парциальный ряд для амплитуды рассеяния, сложно технически, поэтому получить требуемое согласие очень затруднительно.

Аналогичная трудность возникает при феноменологическом анализе экспериментальных данных с целью извлечения из них сведений о р.п.з. Действительно, в каждом конкретном случае измерение проводится лишь в ограниченном интервале переданных импульсов $q_0 < q < q_f$, а это приводит, в свою очередь, к некоторой неопределенности в получаемых из этих данных р.п.з. Иными словами, одним и тем же данным оказывается возможно сопоставить большое число различных р.п.з. Все они

приводят к сечениям рассеяния, удовлетворительно описывающим данные в измеренной области $q < q_c$ и отличающимся друг от друга лишь в области $q > q_c$.

В настоящей работе предлагается метод "прямого" анализа экспериментальных данных упругого рассеяния электронов на ядрах. Метод основан на результатах работы /7/, где в высокоэнергетическом приближении получено аналитическое выражение сечения рассеяния электронов на ядрах с произвольным ферми-подобным р.п.э. Пробная функция р.п.э. представляется в виде разложения по системе функций, образованной из производных ферми-плотности. Экспериментальные данные анализируются с помощью ЭВМ по методу наименьших квадратов /8/ (χ^2 -метод), в котором коэффициенты разложения пробного р.п.э. выступают как подгоночные параметры для сечения рассеяния. В разделе II коротко излагается формализм метода и постановка задачи прямого анализа. В разделе III обсуждаются результаты прямого анализа экспериментальных данных упругого рассеяния электронов на ^{40}Ca при энергии 250 Мэв /1/ (данные I) и ядрах ^{40}Ca и ^{48}Ca при энергии 750 Мэв /3/ (данные II).

II

Подробно высокоэнергетический метод вычисления сечения рассеяния электронов для произвольного ферми-подобного р.п.э. рассматривается в работе /7/, где даны условия его применимости и сравнение с точными расчётами фазового анализа.

Дифференциальное сечение рассеяния в этом методе имеет следующий вид /7/:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = T(k, \theta) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_m \left| \sum_{n=0}^N a_n F^{(n)}(k, \theta) \right|^2, \quad (1)$$

где $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_m = \left(\frac{2k\gamma}{q} \right)^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}$ - сечение рассеяния на точечном

заряде, θ - угол рассеяния, $k = \frac{E}{hc}$, E - энергия электронов;

$q = 2k \sin \frac{\theta}{2}$ - переданный ядру импульс, $\gamma = \frac{e^2}{hc} = \frac{1}{137}$. $F^{(n)}(k, \theta)$ - известные в явном виде функции /7/.

$$F^{(n)}(k, \theta) = 4\pi^2 q b^2 \rho_0 \sum_{\epsilon=\pm 1} (-i)^{n-1} \frac{G(x_0^\epsilon, \epsilon)}{q^2(x_0^\epsilon, \epsilon)} [b q_{\text{ЭФ}}(x_0^\epsilon, \epsilon)]^{n-1} \quad (2)$$

$$\cdot [n + q_{\text{ЭФ}}(x_0^\epsilon, \epsilon)(iR - \epsilon\pi b \operatorname{cth} \pi qb)] \frac{\exp i(\epsilon q R + \Phi(x_0^\epsilon, \epsilon))}{2 \operatorname{sh} \pi qb}$$

Функции $\Phi(x_0^\epsilon, \epsilon)$, $G(x_0^\epsilon, \epsilon)$ и $q_{\text{ЭФ}}(x_0^\epsilon, \epsilon)$ учитывают искажение волновой функции электрона в кулоновском поле ядра и в явном виде выписаны в работе /9/ (частный случай борновского приближения следует из (2), если положить $\Phi = 0$, $G = 1$, $q_{\text{ЭФ}} = q$). Коэффициенты a_n задают р.п.э. ядра

$$\rho(x) = \rho_0 \sum_{n=0}^N a_n \phi^{(n)}(x; R, b), \quad (3)$$

где ρ_0 определяется из условия сохранения объема

$$\rho_0 = \frac{Z}{4\pi \sum_{n=0}^N a_n I_n}, \quad I_n = \int_0^\infty \phi^{(n)}(x; R, b) x^2 dx \quad (4)$$

и всегда можно положить $a_0 = 1$.

Базисные функции разложения (3) имеют следующее явное выражение:

$$\begin{aligned} \phi^{(n)}(x; R, b) &= \frac{d^n}{dz^n} \phi^{(0)}(z) = \\ &= \frac{e^z}{(1 + e^z)^2} \sum_{k=0}^{n-1} (k+1) \sum_{i=0}^k (-1)^{i+1} (i+1)^{n-1} C_1^k \left(\frac{e^z}{1 + e^z} \right)^k, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\phi^{(0)}(z) = \frac{1}{1 + e^z}, \quad z = \frac{x - R}{b},$$

здесь R и b — параметры производящей функции Ферми.

Отметим, что (3) при $N \rightarrow \infty$ переходит в точное разложение функции $\rho(x)$ в ряд по ортонормированной системе функций, образованной из $\phi^{(n)}$, а коэффициенты a_n связаны с фурье-коэффициентами такого разложения.

Параметры R, b и число членов ряда N выбираются из условия достаточной сходимости точного разложения к любой наперед заданной пробной функции р.п.з. Например, в работе^{/7/} было установлено, что выбирая для ядра S_a параметры R и b равными половинному радиусу c и размазки поверхности z ферми-плотности и число членов ряда

$N = 10-12$, можно описать ферми-подобное (т.е. имеющее приблизительно фермиевский спад) р.п.з. с 2-3 осцилляциями в центральной области ядра.

Сравнивая экспериментальные сечения упругого рассеяния электронов и выражение (1), можно в принципе находить коэффициенты a_n в р.п.з. (3). Практически это осуществляется с помощью численного метода наименьших квадратов (χ^2 — метода)^{/8/}, в котором коэффициенты a_n разложения р.п.з. выступают как подгоночные параметры в сечении рассеяния.

ЭВМ находит набор коэффициентов a_1, \dots, a_N , при котором функция (1) лучше всего проходит по экспериментальным точкам $\Sigma_j(k_j, \theta_j)$ с ошибками σ_j , соответствующими координатам k_j, θ_j из условия минимума суммы

$$\chi^2 = \sum_j^M \left[\frac{\Sigma_j(k_j, \theta_j) - T(k_j, \theta_j; a_1, \dots, a_N)}{\sigma_j} \right]^2. \quad (6)$$

Для исключения нефизических решений, приводящих к знако-переменным функциям для р.п.з., вводится дополнительное условие

$$\chi_{\rho}^2 = \sum_1 \left[\frac{\rho_1 - \rho_0 \sum_{n=0}^N a_n \phi^{(n)}(x_1)}{\delta_1} \right]^2, \quad (7)$$

которое требует, чтобы оптимальный набор a_1, \dots, a_N определял р.п.э., лежащее в заданном коридоре $\rho_1 \pm \delta_1$. Практически для этого оказывается достаточным задать несколько ограничивающих точек в области поверхностного спада р.п.э. ядра.

В качестве исходного приближения для р.п.э. удобно для каждого конкретного ядра выбирать фермиевскую плотность. В этом случае, если параметры R и b системы (5) совпадают с фермиевскими, начальный набор предметов следующий:

$$a_0 = 1, \quad a_1^{(0)} = a_2^{(0)} = \dots = a_N^{(0)} = 0. \quad (8)$$

В других случаях он определяется из разложения

$$\rho^{(0)}(x) = \rho_0 \sum_{n=0}^N a_n^{(0)} \phi^{(n)}(x; R, b). \quad (9)$$

Для исследования неоднозначности р.п.э. в анализ наряду с экспериментальными точками задавалось несколько точек из области больших переданных импульсов $q > q_1$, где уже нет данных эксперимента. Различные выборы этих точек приводят к различным р.п.э., одинаково хорошо описывающим экспериментальные данные. Другая возможность получать различные наборы р.п.э. состоит в изменениях коридора (7) в отдельных отрезках переменной x .

Анализируя таким образом экспериментальные данные при различном выборе параметров пробных р.п.э. R, b, N и различном "продолжении" экспериментальных данных за измеренную область $q > q_f$, можно выделить набор р.п.э., дифференциальные сечения которых проходят по (только) экспериментальным точкам с примерно одинаковым значением χ^2 . Этот набор иллюстрирует неопределенность информации о р.п.э. исследуемого ядра связанной с ограниченностью данных эксперимента в области $q_0 < q < q_f$. Для выделения из этого набора "истинного" р.п.э. ядра необходимо привлекать дополнительные условия. Можно, например, использовать для этого данные других экспериментов по определению размеров ядра. Такая возможность обсуждается в работах /10/. Другая возможность состоит в отыскании дополнительных ограничений на пробные р.п.э., например, использовании данных по расчётам р.п.э. в рамках различных моделей ядра.

III

Изложенный метод применялся для анализа данных упругого рассеяния электронов на ядрах ^{40}Ca и ^{48}Ca . Наличие экспериментальных данных на ядре ^{40}Ca при энергии электронов 250 Мэв^{/1/} (данные I) и 750 Мэв^{/3/} (данные II) позволяет проследить, как сужается неопределенность в получаемых р.п.э. с расширением измеренной области переданных импульсов q от $q_f = 2 \phi^{-1}$ до $q_f = 3,3 \phi^{-1}$. Неопределенность остается и при анализе данных II для изотопов ^{40}Ca и ^{48}Ca , причем для ^{48}Ca наш анализ данных II дает р.п.э., значительно отличающиеся от р.п.э., полученного в работе /3/. Здесь интересно выяснить, насколько точно можно извлекать сведения об изотопических различиях в р.п.э. этих ядер и провести сравнение с теоретическими предсказаниями.

Пробные функции для р.п.э. определялись следующими двумя выборами параметров: $R = 3,602, b = 0,576$ для ^{40}Ca и $R = 3,7369, b = 0,5245$ для ^{48}Ca , что совпадает с параметрами c и z ферми-плотности этих ядер и $R = 3,0, b = 0,6$ для обоих ядер. Число членов ряда $N = 10-12$. Такой выбор параметров обеспечивает описание ферми-подобной плотности с 3-4 радиальными вариациями в центральной области ядра.

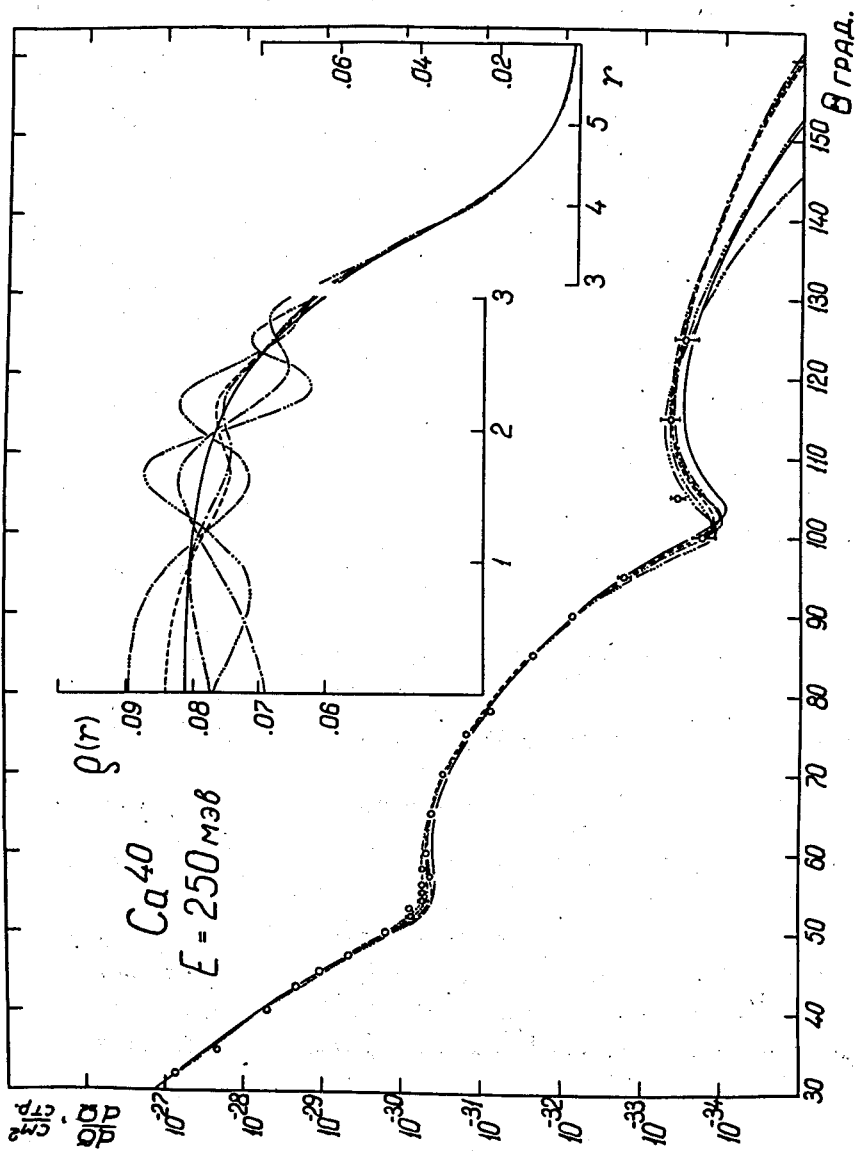


Рис. 1. Анализ данных упругого рассеяния электронов с энергией 250 МэВ на ядре ^{40}Ca /1/. Вверху изображены распределения плотности заряда, внизу - соответствующие дифференциальные сечения и экспериментальные точки. Сплошная кривая - ферми-плотность, пунктирная и штрих-пунктирные - распределения плотности заряда, полученные в нашем анализе.

На рис. 1 изображены некоторые типичные результаты прямого анализа данных 1 ядра ^{40}Ca . В верхней части рисунка изображены нормированные ферми-плотность (сплошная кривая) с параметрами $c = 3,602$ и $z = 0,576$ и р.п.э., восстановленные по наборам коэффициентов a_1, \dots, a_n полученных из прямого анализа (пунктирная и штрих-пунктирные кривые). Ниже приведены экспериментальные точки и рассчитанные кривые дифференциальных сечений рассеяния. Как видно, согласно с экспериментом для всех р.п.э. почти полное, но в области $\theta > 125^\circ$ рассчитанные кривые сечений заметно отличаются друг от друга. Таким образом, можно сделать вывод, что на базе имеющихся экспериментальных данных при энергии электронов $E = 250$ Мэв можно с хорошей точностью определить р.п.э. ядра ^{40}Ca только в области поверхностного спада. Возможные же вариации р.п.э. в центральной области ядра порядка $\pm 20\%$ от его среднего значения не приводят к расхождению соответствующих рассчитанных сечений с экспериментальными данными.

В таблице 1 приведены значения среднеквадратичных радиусов (с.к.р.) $(\bar{R}^2)^{1/2} = \bar{R}$

$$\bar{R}^2 = \frac{\int \rho(x) x^2 d^3 x}{\int \rho(x) d^3 x}$$

и величины χ^2 (только по экспериментальным точкам) рассчитанных р.п.э.

Вследствие условия сохранения объема довольно большие вариации р.п.э. не приводят к значительному разбросу в с.к.р. Отклонения от среднего значения с.к.р. по различным вариантам р.п.э.

$$\bar{R}_{\text{ср}} = 3,4843 \pm 0,038$$

составляют $\approx 1,5\%$, что согласуется со значениями с.к.р. полученных ранее из анализа экспериментальных данных на базе ферми- и параболической ферми-плотности. (см. таблицу 1). Довольно большие значения χ^2 , полученные в нашем анализе, вызваны большим разбросом экспериментальных точек в работе ^{/11/}, в основном при 32, 40, 53, 78 и 105°. Новые, более точные экспериментальные данные ^{/11/}, которые опубликованы уже после

выполнения настоящих расчётов, целиком ложатся на наши кривые и приводят к значениям $\chi^2 \approx 20-30$.

Таблица 1

ρ	^{40}Ca 250 МэВ		ρ	^{40}Ca 750 МэВ		ρ	^{48}Ca 750 МэВ	
	\bar{R}	χ^2		\bar{R}	χ^2		\bar{R}	χ^2
—	3.516		—	3.49		—	3.467	
- - -	3.496	209	- - -	3.516		- - -	3.490	
. . -	3.507	179	. . -	3.442	12	. . -	3.514	7
- .. -	3.485	182	- .. -	3.497	16	- .. -	3.541	5.7
- ... -	3.522	193	- ... -	3.471	12.6	- ... -	3.515	6.8
-	3.446	198	-	3.480	14	-	3.498	9.5
/11/	3.4889		/11/	3.4869		/11/	3.4762	
/11/	3.526		/11/	3.526		/11/	3.517	
			/3/	3.49		/3/	3.467	

Таким образом, прямой анализ данных упругого рассеяния электронов с энергией 250 МэВ качественно иллюстрирует коридор возможных р.п.э. и разброс в с.к.р. исследуемого ядра. Для выяснения более детального хода р.п.э. в центральной области ядра необходимо привлекать дополнительную физическую либо экспериментальную информацию, например, расширить область измеренных $q_0 < q < q_f$, фиксировать значение с.к.р., наложить физические ограничения на пробные функции р.п.э.

Перейдем к обсуждению результатов прямого анализа данных II упругого рассеяния электронов с энергией 750 МэВ на ядрах ^{40}Ca и ^{48}Ca /3/. В отличие от работы /3/, где для улучшения согласия на малых углах в рассчитываемых сечениях бралась энергия 757,7 МэВ, в наших расчётах энергия всюду бралась равной 750 МэВ. В анализе участвовали все 31 экспериментальные точки для ^{40}Ca и 30 экспериментальных точек для ^{48}Ca .

Соответствующие значения χ^2 и с.к.р. полученных р.п.э. даны в таблице 1. На рисунках 2 и 3 сплошными кривыми изображены р.п.э., полученные в работе /3/, пунктирными кривыми - ферми-плотности этих ядер с параметрами $c = 3,602$, $z = 0,576$ для ^{40}Ca и $c = 3,7369$, $z = 0,5245$ для ^{48}Ca и соответствующие дифференциальные сечения, рассчитанные по методу /7/ (при энергии электронов $E = 750$ Мэв). Штрих-пунктирные кривые - результат прямого анализа экспериментальных точек вместе с добавленными точками, лежащими за областью измерений $53^\circ < \theta < 60^\circ$. Из рис. 2 и 3 из значений χ^2 (только по экспериментальным точкам) видно, что имеется полное согласие рассчитанных и экспериментальных сечений в измеренной области $q < q_1 = 3,3 \text{ ф}^{-1}$. Неопределенность в р.п.э. сузилась по сравнению с данными 1 и позволяет судить о качественном ходе р.п.э. внутри ядра.

Для ядра ^{40}Ca наш анализ дает р.п.э., которые находятся в качественном согласии с плотностью, полученной в работе /3/. Отклонения от среднего значения с.к.р., взятого по различным вариантам р.п.э.

$$\bar{R}_{\text{ср}} = 3,4792 \pm 0,02,$$

составляют $\approx 0,8\% + 1,0\%$ и согласуются с результатами анализа данных 1 и работой /11/. В нижней части рис. 2 приводится сравнение данных I и дифференциальных сечений рассеяния при $E = 250$ Мэв, соответствующих изображенным вверху р.п.э. Как и следовало ожидать, все р.п.э., полученные из анализа данных при энергии $E = 750$ Мэв, хорошо согласуются с данными I при $E = 250$ Мэв. Небольшое отклонение в области углов $80 - 100^\circ$, возможно, указывает на необходимость учета в расчетах дисперсионных поправок /12/. Отметим здесь, что нами проводился прямой анализ данных II и при энергии $E = 757,5$ Мэв. Оказалось, что полученные в этом случае р.п.э. качественно не отличаются от найденных при $E = 750$ Мэв, но все же лучше описывают данные I при $E = 250$ Мэв и отклонение в области $80 - 100^\circ$ исчезает.

Для ядра ^{48}Ca наш анализ дает наборы р.п.э., отличающиеся по виду и форме от р.п.э., полученного в работе /3/. Независимо от выбора входных данных наш метод приводит к р.п.э., близким к ферми-плотности, но с небольшой осцилляцией в районе $1-2 \text{ ф}$ и более пологим поверхностным спадом. Среднее значение с.к.р., взятое по найденному набору

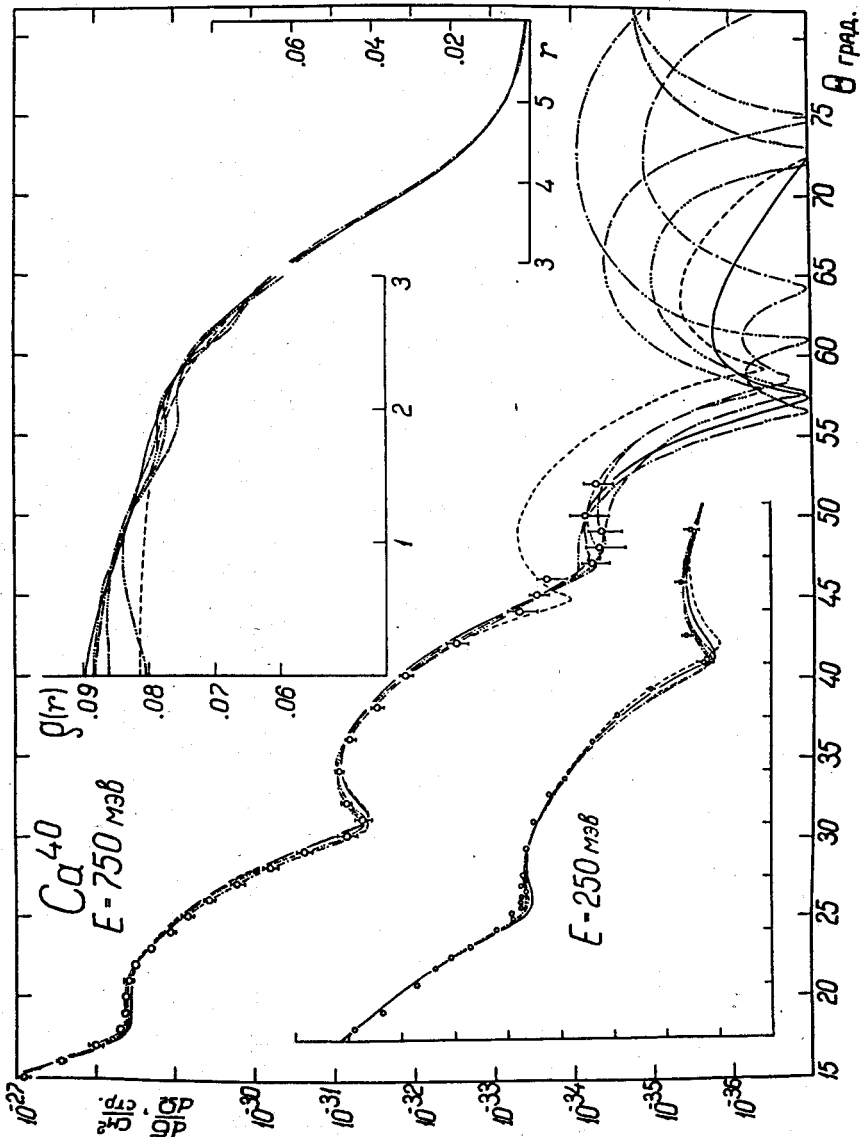


Рис. 2. Анализ данных упругого рассеяния электронов с энергией 750 Мэв на ядре ^{40}Ca /3/. Вверху изображены сплошной кривой р.л.э., полученное в работе /3/, пунктирной - ферми-плотность с параметрами $c = 3,602$, $z = 0,576$, штрих-пунктирной - р.л.э., полученные в нашем анализе. Внизу соответствующими кривыми изображены дифференциальные сечения, рассчитанные при энергии электронов 750 и 250 Мэв.

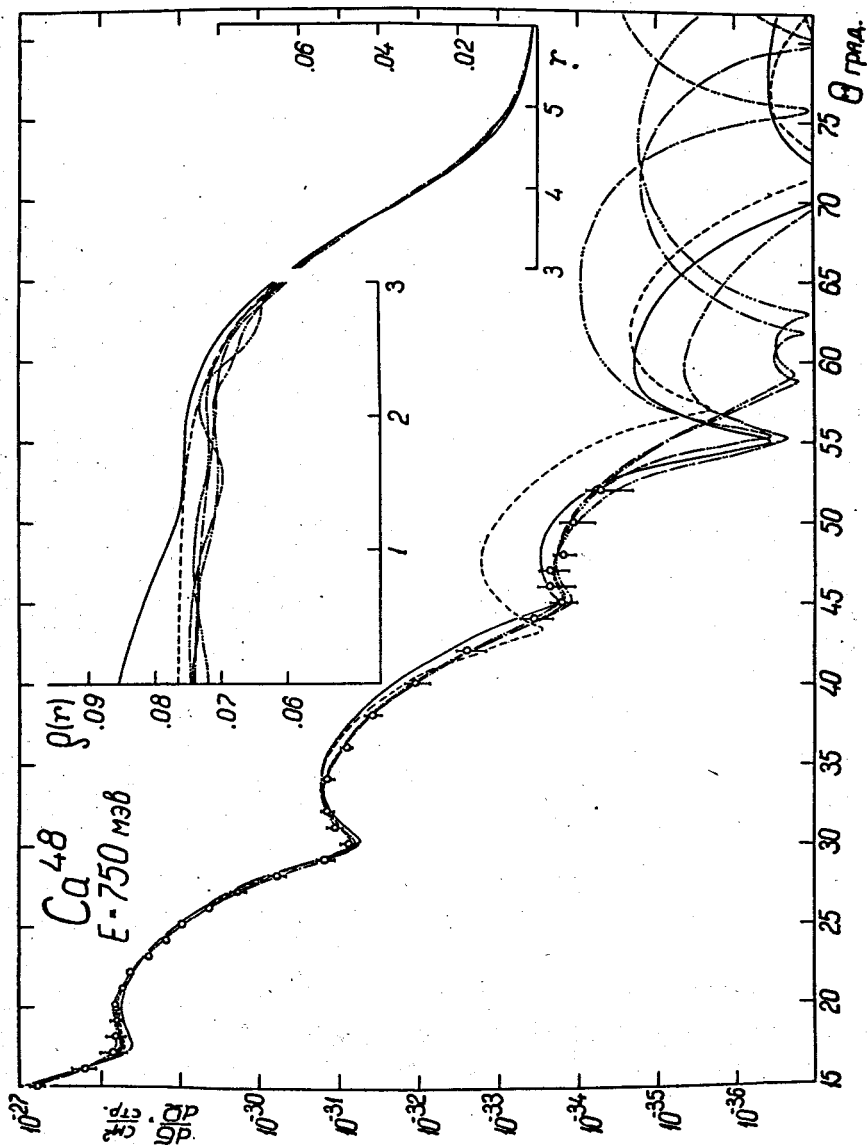


Рис. 3. Анализ данных упругого рассеяния электронов с энергией 750 Мэв на ядре $^{48}\text{Ca}/3/$. Вверху изображены р.п.э., внизу - соответствующие дифференциальные сечения, рассчитанные для энергии 750 Мэв и экспериментальные точки. Сплошная кривая - р.п.э., полученное в работе /3/, пунктирная - ферми-плотность с параметрами $s = 3,7369$, $z = 0,5245$; штрих-пунктирная - р.п.э., полученные в нашем анализе.

р.п.э., имеет величину

$$\bar{R}_{\text{ср}} = 3,5196 \pm 0,022,$$

что находится в согласии с анализом данных по упругому рассеянию электронов при энергии 500 Мэв^{/11/}, где на базе параболической ферми-плотности было получено значение $\bar{R} = 3,517$. Однако эти значения превышают с.к.р., следующие из работы^{/3/} (см. таблице 1). Нами был проведен также прямой анализ данных Π для⁴⁸Са при энергии электронов

$E = 757,5$ Мэв. В этом случае опять не происходит качественных изменений в р.п.э., однако, среднее значение с.к.р. уменьшается и получается равным

$$\bar{R}_{\text{ср}} = 3,49 \pm 0,02.$$

Р.п.э., полученное в работе^{/3/} при энергии электронов 757,5 Мэв, дает сечение рассеяния, также согласующееся с экспериментальными данными и является, в принципе, одним из возможных р.п.э. ядра. Однако значение $\chi^2 \approx 25$ для этого р.п.э. значительно превышает величину $\chi^2 \approx 10$ полученного нами набора р.п.э., близкого к изображенному на рис. 3.

На рис. 4 изображена умноженная на $4\pi r^2$ разница р.п.э. ядер⁴⁰Са и⁴⁸Са, которая дает представление об их изотопическом различии. Штрих-пунктирные кривые соответствуют р.п.э. рис. 2 и 3. Сплошная кривая - результат работы^{/3/}, предсказывающей отрицательное изотопическое смещение р.п.э. ядра⁴⁸Са относительно⁴⁰Са, пунктирная - теоретический расчёт^{/13/}, который дает относительный рост с.к.р. от ядра⁴⁰Са к⁴⁸Са, но значительно заниженные значения их абсолютных величин. Как видно, наш анализ дает совокупность штрих-пунктирных кривых, располагающихся между этими двумя кривыми, и скорее ближе к последней.

В заключение отметим, что метод прямого анализа основывается на высокоэнергетическом приближении для амплитуды рассеяния^{/14/}, точность которого подтверждалась^{/7,9/} сравнениями с точными расчётами сечений методом фазового анализа. В силу его простоты метод удобно использовать при анализе экспериментальных данных для поиска наиболее вероятных р.п.э. (а сечение рассеяния уточнять затем по методу фазового анализа).

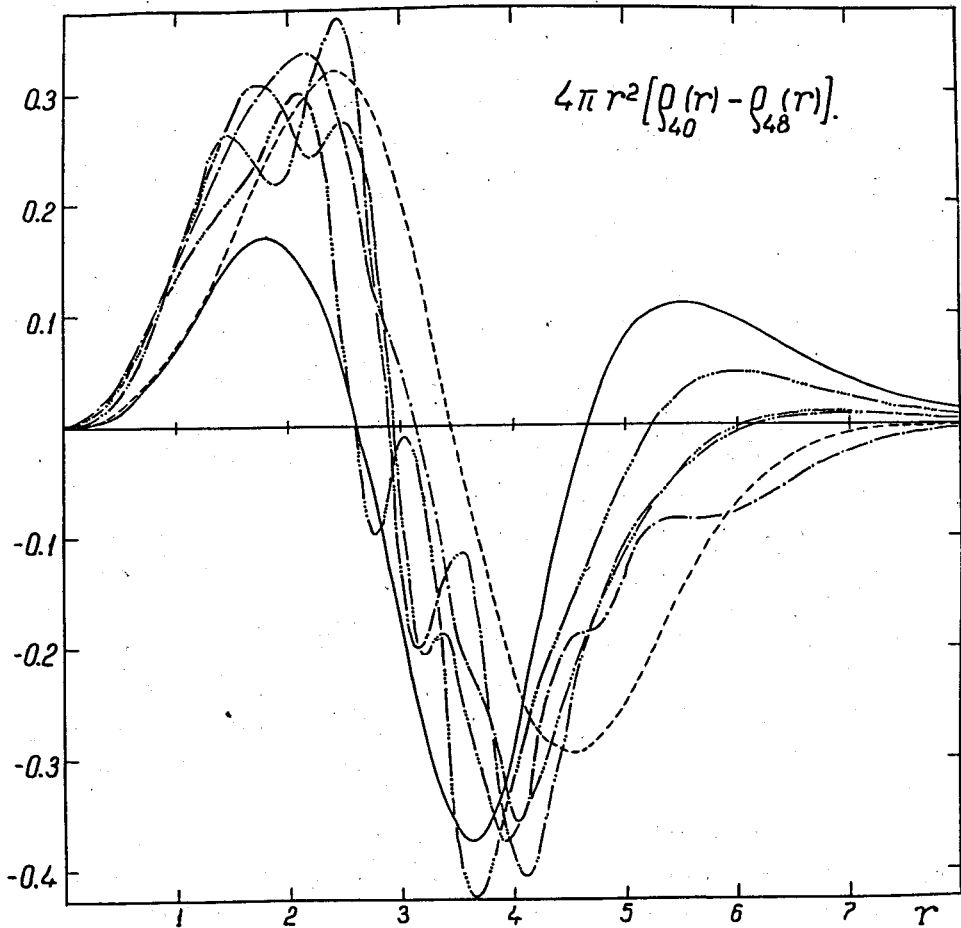


Рис. 4. Умноженная на $4\pi r^2$ разница р.п.э. ядер ^{40}Ca и ^{48}Ca . Сплошная кривая - результат работы/3/, пунктирная - теоретический расчет/13/; штрих-пунктирные кривые получены из соответствующих р.п.э. рис. 2 и 3.

Автору приятно поблагодарить В.К.Лукьянова и И.Ж.Петкова за внимание и помощь при обсуждении результатов этой работы.

Л и т е р а т у р а

1. M.Croissiaux et al. Phys. Rev., B137, p.В865 (1965).
2. R.Hofstadter, et al. Phys. Rev. Lett., 15, 758 (1965).
K.J.van Oostrum et al. Phys. Rev. Lett., 16, p.528 (1966).
3. I.B.Bellicard et al. Phys. Rev. Lett., 19, 527 (1967).
4. B.F.Gibson, K.J.van Oostrum. Nucl. Phys., A90, 159 (1967).
5. A.Swift, L.R.B.Elton. Phys. Rev. Lett., 17, 484 (1966).
6. F.C.Khanna. Phys. Rev. Lett., 20, 871 (1968).
7. В.К.Лукьянов, И.Ж.Петков, Ю.С.Поль. ЯФ т. 9, вып. 2 (1969); Препринт ОИЯИ Р4-3941, Дубна 1968.
8. И.Н.Силин. Препринт ОИЯИ 11-3362, Дубна 1967.
9. И.Ж.Петков, В.К.Лукьянов, Ю.С.Поль. ЯФ т. 4, вып. 1 (1966).
10. H.Bethe, L.R.B.Elton. Phys. Rev. Lett., 20, 745 (1968).
F.G.Perey, J.P.Shiffer. Phys. Rev. Lett., 17, 324 (1966).
11. R.F.Frosch, R.Hofstadter et al. Phys. Rev., 174, 1380 (1968y).
12. G.H.Rawitscher. Phys. Rev., 151, 846 (1966).
И.Ж.Петков, Ю.С.Поль. Conf. Symp. Nucl. Str., Dubna, 1968.
13. H.H.Wolter, A.Faessler, P.U.Sauer. Nucl. Phys., A116, 145 (1968).
14. D.R.Yennie, F.L.Boos, D.G.Ravenhall. Phys. Rev., B137, В882 (1965).

Рукопись поступила в издательский отдел

11 марта 1969 года.