ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р4 - 4184

Н.Н.Боголюбов (мл.)

ВЫЧИСЛЕНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ СИСТЕМ С ЧЕТЫРЕХФЕРМИОННЫМ ПАРНЫМ ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1968

P4 - 4184

Н.Н.Боголюбов (мл.)

ВЫЧИСЛЕНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ СИСТЕМ С ЧЕТЫРЕХФЕРМИОННЫМ ПАРНЫМ ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

В наших предыдущих работах были изучены вопросы построения асимптотически точного решения для модельной системы с четырехфермионным положительным взаимодействием, соответствующим отталкиванию[1,2].

Целью настоящей работы являлось изучение проблемы асимптотически точного определения многовременных корреляционных функций любого порядка и соответствующих функций Грина для систем с притяжением. Нам пришлось сформулировать метод более глубокого анализа взаимоотношения между корреляционными функциями, свободными энергиями и аппроксимирующими гамильтонианами.

Отметим, что наша методика[3] для модельных систем с отрицательным четырехфермионным взаимодействием была построена в основном для свободных энергий. Оказалось, однако, возможным развить ее и применить для рассмотрения корреляционных функций. В предлагаемом доказательстве, в частности, используются эти результаты о близости свободных энергий для модельных и аппроксимирующих систем и далее с помощью леммы[4] устанавливаются их связи с корреляционными функциями, причём получающиеся оценки будут оценками для квазисредних (с обычной двухпредельной техникой: сначала $V \to \infty$, а затем $r > 0$, $r \to 0$)[5]. Кратко напомним, что методика, развитая для случая положительного парного четырехфермионного взаимодействия, в случае модельных систем с отрицательным четырехфермионным взаимодействием не применима, поскольку первый случай принципиально отличен от второго.

В первом случае - положительности четырехфермионного взаимодействия - техника доказательства существенно основывалась на факте максимальности свободной энергии, построенной на основе так называемого аппроксимирующего гамильтониана $H_0(\bar{C})$, содержащего параметр $\bar{C}$.

Во втором же случае - отрицательности четырехфермионного взаимодействия - свободная энергия, вычисленная для аппроксимирующего гамильтониана $\Gamma^0(C)$, будет иметь минимум относительно параметра C, и, кроме того, здесь существенно использование $u-v$ преобразования.

Рассматриваемая модельная задача характеризуется гамильтонианом с отрицательным парным четырехфермионным взаимодействием

$$\Gamma = T - 2V\mathcal{J}\overset{+}{\mathcal{J}}g - r(\mathcal{J} + \overset{+}{\mathcal{J}})V, \tag{1}$$

где

$$T = \sum_f T_f \overset{+}{a}_f a_f, \quad T_f = \frac{p^2}{2m} - \mu, \quad g > 0, \tag{2}$$

$$\mathcal{J} = \frac{1}{2V}\sum_f \lambda_f \overset{+}{a}_f \overset{+}{a}_{-f}, \qquad \overset{+}{\mathcal{J}} = \frac{1}{2V}\sum_f \lambda_f a_{-f} a_f,$$

V - объем системы, $f = (p, \sigma)$ - совокупность импульса p и спина σ, импульс p принимает обычные квазидискретные значения, g-положительный параметр, характеризующий взаимодействие.

Для удобства наших дальнейших расчётов мы ввели в гамильтониан системы члены с источниками пар.

$$r(\mathcal{J} + \overset{+}{\mathcal{J}})V, \quad r > 0.$$

Функции λ_f и T_f - удовлетворяют следующим дополнительным условиям:

$$T_{-f} = T_f, \quad \lambda_{-f} = -\lambda_f. \tag{3}$$

$$\frac{1}{2V}\sum_f |\lambda_f| \le k_1,$$

$$\frac{1}{V}\sum_f |T_f \cdot \lambda_f| \le k_2, \tag{4}$$

$$\frac{1}{V}\sum_f \lambda_f^2 \le k_3.$$

Здесь k_1, k_2, k_3 - некоторые постоянные при $V \to \infty$.

Мы покажем, что корреляционные функции, составленные из произведения ферми-операторов любого порядка для модельной системы (1), можно с асимптотической точностью вычислять по аппроксимирующему гамильтониану

$$\Gamma^0 = T - 2VCg(\overset{+}{\mathcal{J}} + \mathcal{J}) + 2VC^2g - r(\mathcal{J} + \overset{+}{\mathcal{J}})V, \tag{5}$$

который представляет собой квадратичную форму из ферми-операторов и может быть приведен к диагональному виду. Постоянная C, входящая в этот гамильтониан, определяется из условия абсолютного минимума свободной энергии, построенной на его основе.

Перед тем, как мы приступим к доказательству близости корреляционных функций, сделаем некоторые дополнительные замечания о правилах отбора для средних, составленных из произведения ферми-операторов.

Возьмем корреляционные функции - средние, составленные из произвольного числа ферми-операторов на основе модельного гамильтониана (1) и соответствующего аппроксимирующего (5):

$$\langle u \rangle_\Gamma = \frac{\operatorname{sp} e^{-\frac{\Gamma}{\theta}}\, u}{\operatorname{sp} e^{-\frac{\Gamma}{\theta}}}, \tag{6}$$

$$\langle u \rangle_{\Gamma^o} = \frac{Sp\, e^{-\frac{\Gamma^o}{\theta}}\, u}{Sp\, e^{-\frac{\Gamma^o}{\theta}}}\,, \tag{7}$$

где u -представляет собой некоторое произведение из ферми-операторов с произвольным порядком следования:

$$u = \ldots a_{f_1}(t_1)\ldots a_{f_s}(t_s)\ldots$$

Эти правила отбора будут полезны для того, чтобы сразу указать, какие средние $\langle u \rangle_{\Gamma}, \langle u \rangle_{\Gamma^o}$ с произвольным набором ферми-операторов равны нулю, и тем самым исключить их из рассмотрения. Заметим для этого, что наша модельная (1) и аппроксимирующая (5) системы инвариантны относительно следующего специального градиентного преобразования:

$$a_{p\sigma} \to e^{i\phi} a_{p\sigma}$$

для

$$p = p_0\,, -p_0$$

и

$$a_{p\sigma} \to a_{p\sigma}$$

для

$$p \neq p_0\,,$$

которое ради удобства будем записывать в виде

$$\begin{aligned} &a_{f_0} \to e^{i\phi} a_{f_0}\,, && \overset{+}{a}_{f_0} \to e^{-i\phi} \overset{+}{a}_{f_0}\,, \\ &a_{-f_0} \to e^{-i\phi} a_{-f_0}\,, && \overset{+}{a}_{-f_0} \to e^{+i\phi} \overset{+}{a}_{-f_0} \end{aligned} \tag{8}$$

(a_f и $\overset{+}{a}_f$ не меняются, если $f \neq f_0, -f_0$), разумея, что такое преобразование происходит с импульсной переменной p.

Поясним, что к таким преобразованиям (8) можно прийти, например, следующим путем.

Введем унитарный оператор

$$Z = e^{i\phi(n_{p_0} - n_{-p_0})}\,, \quad \overset{+}{Z} = e^{-i\phi(n_{p_0} - n_{-p_0})}\,,$$

$$Z\overset{+}{Z} = 1\,,$$

где $n_{p_0} - n_{-p_0}$ - оператор разности числа частиц с импульсами p_0 и $-p_0$, который будет интегралом движения для системы (1). Действуя таким оператором слева и справа на $a_{-f}, a_f, \overset{+}{a}_f, \overset{+}{a}_{-f}$, мы придем к градиентным преобразованиям:

$$a_{f_0} \to \overset{+}{Z} a_{f_0} Z = e^{i\phi} a_{f_0}\;;\; a_{-f_0} \to \overset{+}{Z} a_{-f_0} Z = a e^{-i\phi} a_{-f_0}\,.$$

Обратимся сейчас к средним (6,7). Предположим, что в таком произведении из ферми-операторов u можно выделить "парные" комбинации операторов вида

$$a_{f_0} a_{-f_0}\,, \ldots \overset{+}{a}_{-g_0} \overset{+}{a}_{g_0}\,, \ldots a_{h_0} a_{-h_0}\,, \ldots \overset{+}{a}_{s_0} a_{s_0}\,. \tag{9}$$

Тогда, принимая во внимание градиентные преобразования (8), видим, что "фазы" в таких комбинациях компенсируются и потому средние (6) и (7), в которых имеются такие "парные" комбинации операторов, вообще говоря, могут быть отличны от нуля. Напротив, если в рассматриваемом произведении из ферми-операторов u имеется хотя бы один ферми-оператор без соответствующей ему "пары", тогда ясно, что соответствующие фазы не компенсируются в таких средних и средние (6), (7) будут равны нулю.

В частности, средние (6),(7), составленные из нечётного числа ферми-операторов, равны нулю.

Займемся теперь нахождением асимптотических оценок для разности

$$\langle u \rangle_{\Gamma} - \langle u \rangle_{\Gamma^0} . \qquad (10)$$

При этом для построения соответствующих оценок, неравенств оказывается удобным перейти от старых ферми-амплитуд $a_f, \overset{+}{a}_f$ к новым — $\alpha_f, \overset{+}{\alpha}_f$, которые связаны известными линейными соотношениями – каноническим преобразованием Н.Н.Боголюбова:

$$a_f = u_f \alpha_f - v_f \overset{+}{\alpha}_{-f} , \qquad (11)$$

$$\overset{+}{a}_f = u_f \overset{+}{\alpha}_f - v_f \alpha_{-f} ,$$

где функции u_f и v_f удовлетворяют условиям симметрии

$$u_{-f} = u_f , \qquad v_{-f} = -v_f ,$$

$$u_f^2 + v_f^2 = 1 .$$

Выбирая за u_f, v_f

$$u_f = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{T_f}{E_f}} , \qquad v_f = \frac{-\epsilon(f)}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{T_f}{E_f}} ,$$

где

$$E_f = \sqrt{T_f^2 + \lambda_f^2 (2Cg + r)^2} -$$

аппроксимирующий гамильтониан (5), который с помощью преобразования (11) можно привести к диагональному виду, в новых ферми-операторах он примет форму:

$$\Gamma^0 = \sum_f E_f \overset{+}{\alpha}_f \alpha_f + V\{2C^2 g - \frac{1}{2V} \sum_f (E_f - T_f)\} . \qquad (12)$$

Теперь нетурдно заметить, что средние $\langle u \rangle_{\Gamma^0}$, построенные на основе такого гамильтониана, принципиально просто вычисляются с помощью известных правил Вика, Блоха, Доминициса.

Запишем уравнения движения для модельной системы (1) в "новых" ферми-операторах $\alpha_f, \overset{+}{\alpha}_f$, учитывая, что в "старых" они имеют вид:

$$i \frac{d a_f}{dt} = T_f a_f - \lambda_f \overset{+}{a}_{-f} (2 \mathcal{J} g + r) ,$$

$$i \frac{d \overset{+}{a}_f}{dt} = -T_f \overset{+}{a}_f + \lambda_f (2 \mathcal{J} g + r) a_{-f} . \qquad (13)$$

С помощью (11) введем "новые" ферми-операторы:

$$\alpha_f = a_f u_f + \overset{+}{a}_{-f} v_f , \qquad (14)$$

$$\overset{+}{\alpha}_f = \overset{+}{a}_f u_f + a_{-f} v_f .$$

Дифференцируя (14) по t и выражая производные $\frac{d \overset{+}{a}_f}{dt}, \frac{d a_f}{dt}$ через правые части уравнений движения (13), имеем

$$i \frac{d \overset{+}{\alpha}_f}{dt} = i u_f \frac{d \overset{+}{a}_f}{dt} + i v_f \frac{d a_{-f}}{dt} =$$

$$= u_f \{ -T_f \overset{+}{a}_f + \lambda_f (2 \mathcal{J} g + r) a_{-f} \} + v_f \{ T_f a_{-f} + \lambda_f \overset{+}{a}_f (2 \mathcal{J} g + r) \} =$$

$$= -\overset{+}{a}_f \{ T_f u_f - \lambda_f v_f (2 \mathcal{J} g + r) \} + \{ u_f \lambda_f (2 \mathcal{J} g + r) + v_f T_f \} a_f =$$

$$= -\overset{+}{a}_f \{ T_f u_f - \lambda_f v_f (2Cg + r) \} + \{ u_f \lambda_f (2Cg + r) + v_f T_f \} a_{-f} +$$

$$+ u_f \lambda_f (2 \mathcal{J} g - 2Cg) a_{-f} + v_f \lambda_f \overset{+}{a}_f (2 \overset{+}{\mathcal{J}} g - 2Cg).$$

Принимая во внимание тождества

$$T_f u_f - \lambda_f v_f (2Cg + r) = \sqrt{(2Cg + r)^2 \lambda_f^2 + T_f^2}\, u_f ,$$

$$T_f v_f + \lambda_f u_f (2Cg + r) = - \sqrt{(2Cg + r)^2 \lambda_f^2 + T_f^2}\, v_f ,$$

придем к уравнениям движения в "новых" ферми-операторах:

$$i \frac{d \overset{+}{\alpha}_f}{dt} + E_f \overset{+}{\alpha}_f = R_f , \tag{15}$$

$$i \frac{d \alpha_f}{dt} - E_f \alpha_f = - \overset{+}{R}_f ,$$

где

$$R_f = R_f^{(1)} + R_f^{(2)} , \tag{16}$$

$$R_f^{(1)} = u_f \lambda_f (2 \mathcal{J} g - 2Cg) a_{-f} , \tag{17}$$

$$R_f^{(2)} = v_f \lambda_f \overset{+}{a}_f (2 \overset{+}{\mathcal{J}} g - 2Cg) ,$$

$$E_f = \sqrt{(2Cg + r)^2 \lambda_f^2 + T_f^2} . \tag{18}$$

Рассмотрим корреляционную среднюю

$$\langle \alpha_f(t)\ B(0) \rangle , \tag{19}$$

где B(0) – представляет некоторое произведение из s –ферми-операторов.

Составим уравнения для средних. Продифференцируем (19) по t и воспользуемся уравнениями движения (15). Имеем.

$$i \frac{d}{dt} \langle \alpha_f(t)\ B(0) \rangle_\Gamma = E_f \langle \alpha_f(t)\ B(0) \rangle_\Gamma - \langle \overset{+}{R}_f(t)\ B(0) \rangle_\Gamma , \tag{20}$$

$$i \frac{d}{dt} \langle \overset{+}{\alpha}_f(t)\ B(0) \rangle_\Gamma = - E_f \langle \overset{+}{\alpha}_f(t) B(0) \rangle_\Gamma + \langle R_f(t) B(0) \rangle_\Gamma . \tag{21}$$

Решениями этих уравнений будут

$$\langle \alpha_f(t)\ B(0) \rangle_\Gamma = \langle \alpha_f(0) B(0) \rangle_\Gamma e^{-iE_f t} + i e^{-iE_f t} \langle \int_0^t e^{iE_f t'} \overset{+}{R}_f(t') B(0)\, dt' \rangle_\Gamma ,$$

$$\langle \overset{+}{\alpha}_f(0) B(0) \rangle_\Gamma = \langle \overset{+}{\alpha}_f(0) B(0) \rangle_\Gamma e^{iE_f t} - i e^{iE_f t} \langle \int_0^t e^{-iE_f t'} R_f(t') B(0)\, dt' \rangle_\Gamma .$$

Отсюда получаем оценки

$$| \langle \alpha_f(t) B(0) \rangle_\Gamma - \langle \alpha_f(0) B(0) \rangle e^{-iE_f t} | \le \tag{22}$$

$$\langle | \int_0^t \langle e^{iE_f t'} \overset{+}{R}_f(t') B(0)\, dt' \rangle_\Gamma | .$$

$$|\langle a_f^+(t)B(0)\rangle_\Gamma - \langle a_f^+(0)B(0)\rangle_\Gamma e^{iE_f t}| \le \tag{23}$$

$$\le |\langle \int_0^t e^{-iE_f t'} R_f(t')B(0)\,dt'\rangle_\Gamma|.$$

Для построения дальнейших мажорационных оценок нам потребуется следующее неарвенство x/:

$$|\langle y\cdot w\rangle| \le \{|\langle y y^+\rangle||\langle w^+ w\rangle|\}^{1/2}. \tag{24}$$

Оценивая правые части (22), (23) с помощью неравенства (24), имеем

$$|\int_0^t\langle \underbrace{e^{iE_f t'} R_f^+(t')}_{y}\underbrace{B(0)}_{w}\rangle dt'| \le \int_0^t|\langle e^{iE_f t'} R_f^+(t')B(0)\rangle|\,dt' \le$$

$$\le \int_0^t\{|\langle R_f^+(t')R_f(t')\rangle||\langle B^+(0)B(0)\rangle\}^{1/2}\,dt' \le \tag{25}$$

x/ Доказательство неравенства (24), а также его спектрального аналога

$$|J_{yw}(\omega)|^2 \le J_{yy^+}(\omega)\,J_{w^+w}(\omega)$$

содержится в работе Н.Н.Боголюбова "Квазисредние в задачах статистической механики".Препринт ОИЯИ Р-1451, Дубна, 1963. Издание 2-е стериотипное, стр. 70-76.

$$\le |t|\{|\langle R_f^+(0)R_f(0)\rangle||\langle B^+(0)B(0)\rangle|\}^{1/2}. \tag{25}$$

Аналогичным путем оцениваем (23):

$$|\int_0^t\langle e^{-iE_f t'} R_f(t')B(0)\,dt'\rangle_\Gamma dt'| \le \int_0^t|\langle \underbrace{e^{iE_f t'} R_f(t')}_{y}\underbrace{B(0)}_{w}\rangle_\Gamma|\,dt' \le$$

$$\le \int_0^t\{|\langle R_f(t')R_f^+(t')\rangle_\Gamma||\langle B^+(0)B(0)\rangle_\Gamma|\}^{1/2}\,dt' \le \tag{26}$$

$$\le |t|\{|\langle R_f(0)R_f^+(0)\rangle_\Gamma||\langle B^+(0)B(0)\rangle_\Gamma|\}^{1/2}.$$

Найдем оценки для корреляционных средних

$$\langle R^+(0)R(0)\rangle_\Gamma, \quad \langle R(0)R^+(0)\rangle_\Gamma, \tag{27}$$

стоящих в правых частях неравенств (25), (26). Принимая во внимание формулы (16-18), запишем

$$|\langle R_f^+(0)R_f(0)\rangle_\Gamma| \le 2\langle R_f^{+(1)}R_f^{(1)}\rangle_\Gamma + 2\langle R_f^{+(2)}R_f^{(2)}\rangle_\Gamma \le$$

$$\le 8g^2\lambda_f^2(u_f^2\langle a_{-f}^+(\mathcal{J}^+-C)(\mathcal{J}-C)a_{-f}\rangle_\Gamma + v_f^2\langle(\mathcal{J}-C)a_f a_f^+(\mathcal{J}^+-C)\rangle_\Gamma).$$

Замечая, что $a_f \overset{+}{a}_f$ – положительный оператор с нормой, ограниченной единицей, найдем

$$\langle (\mathcal{J}-C) a_f \overset{+}{a}_f (\overset{+}{\mathcal{J}}-C) \rangle_\Gamma \le \langle (\mathcal{J}-C)(\overset{+}{\mathcal{J}}-C) \rangle_\Gamma .$$

Оценим теперь корреляционную среднюю

$$\langle \overset{+}{a}_{-f} (\overset{+}{\mathcal{J}}-C)(\mathcal{J}-C) a_{-f} \rangle_\Gamma$$

учитывая

$$(\overset{+}{\mathcal{J}}-C)(\mathcal{J}-C) = (\mathcal{J}-C)(\overset{+}{\mathcal{J}}-C) + \overset{+}{\mathcal{J}}\mathcal{J} - \mathcal{J}\overset{+}{\mathcal{J}} \le$$

$$\le |\overset{+}{\mathcal{J}}\mathcal{J} - \mathcal{J}\overset{+}{\mathcal{J}}| + |(\mathcal{J}-C)(\overset{+}{\mathcal{J}}-C)|$$

и

$$|\overset{+}{\mathcal{J}}\mathcal{J} - \mathcal{J}\overset{+}{\mathcal{J}}| \le \frac{k_3}{2V},$$

получаем

$$\langle \overset{+}{a}_{-f} (\overset{+}{\mathcal{J}}-C)(\mathcal{J}-C) a_{-f} \rangle \le \frac{k_3}{2V} + \langle (\mathcal{J}-C) \overset{+}{a}_{-f} a_{-f} (\overset{+}{\mathcal{J}}-C) \rangle_\Gamma \le$$

$$\le \frac{k_3}{2V} + \langle (\mathcal{J}-C)(\overset{+}{\mathcal{J}}-C) \rangle_\Gamma .$$

Таким образом,

$$\langle \overset{+}{R}_f(0) R_f(0) \rangle_\Gamma < 8 g^2 \lambda_f^2 \left(\langle (\mathcal{J}-C)(\overset{+}{\mathcal{J}}-C) \rangle_\Gamma + \frac{u_f^2 k_3}{2V} \right). \qquad (28)$$

Аналогичным путем оцениваем $\langle R_f(0) \overset{+}{R}_f(0) \rangle_\Gamma$:

$$|\langle R_f(0) \overset{+}{R}_f(0) \rangle_\Gamma| \le 2 \langle R_f^{(1)} \overset{+}{R}{}_f^{(1)} \rangle_\Gamma + 2 \langle R_f^{(2)} \overset{+}{R}{}_f^{(2)} \rangle \le$$

$$\le 8 g^2 \lambda_f^2 \left(u_f^2 \langle (\mathcal{J}-C) a_{-f} \overset{+}{a}_{-f} (\overset{+}{\mathcal{J}}-C) \rangle_\Gamma + v_f^2 \langle \overset{+}{a}_f (\overset{+}{\mathcal{J}}-C)(\mathcal{J}-C) a_f \rangle_\Gamma \right).$$

Поскольку

$$\langle (\mathcal{J}-C) a_{-f} \overset{+}{a}_{-f} (\overset{+}{\mathcal{J}}-C) \rangle_\Gamma \le \langle (\mathcal{J}-C)(\overset{+}{\mathcal{J}}-C) \rangle_\Gamma ,$$

а также

$$\langle \overset{+}{a}_f (\overset{+}{\mathcal{J}}-C)(\mathcal{J}-C) a_f \rangle_\Gamma \le \langle \overset{+}{a}_f (\mathcal{J}-C)(\overset{+}{\mathcal{J}}-C) a_f \rangle_\Gamma + \frac{k_3}{2V} \le$$

$$\le \langle (\mathcal{J}-C) \overset{+}{a}_f a_f (\overset{+}{\mathcal{J}}-C) \rangle_\Gamma + \frac{k_3}{2V} \le$$

$$\le \langle (\mathcal{J}-C)(\overset{+}{\mathcal{J}}-C) \rangle_\Gamma + \frac{k_3}{2V},$$

получаем оценку

$$|\langle R_f(0) \overset{+}{R}_f(0) \rangle_\Gamma| < 8 g^2 \lambda_f^2 \left(\langle (\mathcal{J}-C)(\overset{+}{\mathcal{J}}-C) \rangle_\Gamma + \frac{k_3}{2V} v_f^2 \right). \qquad (29)$$

Окончательно эти оценки (28), (29) будем записывать в виде

$$\langle \overset{+}{R}_f(0) R_f(0) \rangle_\Gamma \le 8 g^2 \lambda_f^2 \left\{ \langle (\mathcal{J}-C)(\overset{+}{\mathcal{J}}-C) \rangle_\Gamma + \frac{k_3}{2V} \right\}, \qquad (30)$$

$$\langle R_f(0) \overset{+}{R}_f(0) \rangle_\Gamma \le 8 g^2 \lambda_f^2 \left\{ \langle (\mathcal{J}-C)(\overset{+}{\mathcal{J}}-C) \rangle_\Gamma + \frac{k_3}{2V} \right\}. \qquad (31)$$

Отметим, что входящую сюда корреляционную функцию

$$\langle (\mathcal{J}-C)(\overset{+}{\mathcal{J}}-C) \rangle_\Gamma$$

мы можем оценить по уже разработанному способу [4], который учитывает близость свободных энергий, построенных для модельной (1) и аппроксимирующей (5) систем при $V \to \infty$, а далее с помощью леммы доказать, что

$$< (\mathcal{J} - C)(\mathcal{J} - C)^{+} >_{\Gamma} \le \epsilon_0 \left(\frac{1}{V}, \delta \right),$$

$$< (\mathcal{J} - C)^{+}(\mathcal{J} - C) >_{\Gamma} \le \epsilon_0 \left(\frac{1}{V}, \delta \right).$$

Здесь $\epsilon_0(\frac{1}{V},\delta)$ –мажорационное выражение, которое при $V \to \infty$ и для любого положительного δ стремится к нулю.

После этого замечания оценки (30), (31) будем записывать следующим образом:

$$< \overset{+}{R}_f(0) R_f(0) >_{\Gamma} \le \epsilon \left(\frac{1}{V}, \delta \right), \tag{32}$$

$$< R_f(0) \overset{+}{R}_f(0) >_{\Gamma} \le \epsilon \left(\frac{1}{V}, \delta \right). \tag{33}$$

Здесь

$$\epsilon \left(\frac{1}{V}, \delta \right) = 8 g^2 \lambda_f^2 \left\{ \epsilon_0 \left(\frac{1}{V}, \delta \right) + \frac{k_3}{2V} \right\} \to 0$$

при $V \to \infty$ и для $\delta > 0$. Теперь после сделанных преобразований, а также принимая во внимание, что

$$< \overset{+}{B}(0) B(0) > \le 1,$$

неравенства запишем в виде:

$$\left| < a_f(t) B(0) >_{\Gamma} - < \tilde{a}_f(t) B(0) >_{\Gamma} \right| \le |t| \, \epsilon \left(\frac{1}{V}, \delta \right), \tag{34}$$

$$\left| < \overset{+}{a}_f(t) B(0) >_{\Gamma} - < \tilde{\overset{+}{a}}_f(t) B(0) >_{\Gamma} \right| \le |t| \, \epsilon \left(\frac{1}{V}, \delta \right), \tag{35}$$

$$\left| < B(0) \overset{+}{a}_f(t) >_{\Gamma} - < B(0) \tilde{\overset{+}{a}}_f(t) >_{\Gamma} \right| \le |t| \, \epsilon \left(\frac{1}{V}, \delta \right); \tag{36}$$

где операторы $\tilde{a}_f(t) = a_f(0)\, e^{-iE_f t}$, $\tilde{\overset{+}{a}}_f(t) = \overset{+}{a}_f(0)\, e^{iE_f t}$ удовлетворяют уравнениям движения с аппроксимирующим гамильтонианом (5).

Будем далее исходить из неравенств (34)-(36). Построим мажорационные оценки, показывающие близость корреляционных функций:

$$< \overset{+}{a}_f(0) \; B(0) >_{\Gamma} \approx < \overset{+}{a}_f(0) B(0) >_{\Gamma_0}$$

при $V \to \infty$ и $\delta > 0$.

Воспользуемся спектральными соотношениями, имеем

$$< \overset{+}{a}_f(t) \; B(0) >_{\Gamma} = \int_{-\infty}^{+\infty} J_{\overset{+}{a} B}(\omega)\, e^{i\omega t} \, d\omega, \tag{37}$$

$$< B(0) \, \overset{+}{a}_f(t) >_{\Gamma} = \int_{-\infty}^{+\infty} J_{\overset{+}{a} B}(\omega)\, e^{\frac{\omega}{\theta}} \, e^{i\omega t} \, d\omega. \tag{38}$$

Выберем, далее, функцию $h_\rho(t)$:

$$h_\rho(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{\rho} F \left(\frac{\omega - E_f}{\rho} \right) \right\} e^{-i\omega t} \, d\omega, \tag{39}$$

$$\frac{1}{\rho} F \left(\frac{\omega - E_f}{\rho} \right) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_\rho(t)\, e^{i\omega t} \, dt, \tag{40}$$

где

$$\begin{aligned} &F(z) \equiv 0 \quad \text{для } |z| \ge 1, \\ &F(z) = (1 - z^2)^2 \quad \text{для } |z| < 1. \end{aligned} \tag{41}$$

Умножим неравенства (35), (36) на функцию $h_\rho(t)$. Проинтегрируем полученные соотношения по t в пределах $-\infty < t < +\infty$ и, приняв во внимание спектральные представления (37,38), найдем

$$\Big| \int_{-\infty}^{+\infty} J_{\overset{+}{a}B}(\omega)\, F\Big(\frac{\omega - E_f}{\rho}\Big)\, d\omega - \langle \overset{+}{a}_f(0)\, B(0) \rangle_\Gamma \Big| \le \frac{\epsilon_2(\frac{1}{V},\delta)}{\rho^2}, \tag{42}$$

$$\Big| \int_{-\infty}^{+\infty} J_{\overset{+}{a}B}(\omega)\, e^{\frac{\omega}{\theta}}\, F\Big(\frac{\omega - E_f}{\rho}\Big)\, d\omega - \langle B(0)\, \overset{+}{a}_f(0) \rangle_\Gamma \Big| \le \frac{\epsilon_2(\frac{1}{V},\delta)^{x/}}{\rho^2}. \tag{43}$$

Здесь $\epsilon_2 = \epsilon(\frac{1}{V},\delta)\, b_0$ стремится к нулю при $V \to \infty$ и для любого фиксированного положительного δ. Умножим неравенство (43) на фактор $e^{-\frac{E_f}{\theta}}$ и вычтем (42). В результате получим:

$$\Big| \langle \overset{+}{a}_f(0)\, B(0) \rangle_\Gamma - \langle B(0)\, \overset{+}{a}_f(0) \rangle_\Gamma\, e^{-\frac{E_f}{\theta}} \Big| \le \tag{44}$$

$$\le \epsilon_2\Big(\frac{1}{V},\delta\Big)\Big(1 + e^{-\frac{E_f}{\theta}}\Big)\frac{1}{\rho^2} + \Big| \int_{-\infty}^{+\infty} J_{\overset{+}{a}B}(\omega)\, F\Big(\frac{\omega - E_f}{\rho}\Big)\Big\{ e^{\frac{\omega - E_f}{\theta}} - 1 \Big\}\, d\omega \Big|.$$

Оценим второй член правой части (44):

$$\Big| \int_{-\infty}^{+\infty} J_{\overset{+}{a}B}(\omega)\, F\Big(\frac{\omega - E_f}{\rho}\Big)\Big\{ e^{\frac{\omega - E_f}{\theta}} - 1 \Big\}\, d\omega \Big| \le$$

$$\le \int_{-\infty}^{+\infty} \big| J_{\overset{+}{a}B}(\omega) \big|\, \Big| F\Big(\frac{\omega - E_f}{\rho}\Big)\Big|\, \Big| e^{\frac{\omega - E_f}{\theta}} - 1 \Big|\, d\omega \le \tag{45}$$

$$\le \Big| e^{\frac{\rho}{\theta}} - 1 \Big| \int_{-\infty}^{+\infty} \big| J_{\overset{+}{a}B}(\omega) \big|\, d\omega \le$$

$$\le \Big| e^{\frac{\rho}{\theta}} - 1 \Big| \Big(\int_{-\infty}^{+\infty} J_{a\overset{+}{a}}(\omega)\, d\omega \Big)^{1/2} \Big(\int_{-\infty}^{+\infty} J_{B\overset{+}{B}}(\omega)\, d\omega \Big)^{1/2}.$$

---

x/ $\epsilon_2(\frac{1}{V},\delta) = \epsilon_0(\frac{1}{V},\delta) \int_{-\infty}^{+\infty} |h_\rho(t)|\,|t|\, dt = \epsilon(\frac{1}{V},\delta)\, b_0$; $b_0 = \mathrm{const}$.

При этом мы учли определение $F(z)$ –(41). Заметим, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} J_{a\overset{+}{a}}(\omega)\, d\omega \le \big| \langle a(0)\, \overset{+}{a}(0) \rangle_\Gamma \big| \le 1, \tag{46}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} J_{B\overset{+}{B}}(\omega)\, d\omega \le \big| \langle \overset{+}{B}(0)\, B(0) \rangle_\Gamma \big| \le 1. \tag{47}$$

Учитывая неравенства (45)-(47), перепишем в следующем виде (44):

$$\Big| \langle \overset{+}{a}_f(0)\, B(0) \rangle_\Gamma - \langle B(0)\, \overset{+}{a}_f(0) \rangle_\Gamma\, e^{-\frac{E_f}{\theta}} \Big| \le \tag{48}$$

$$\le \epsilon_2\Big(\frac{1}{V},\delta\Big)\frac{1}{\rho^2}\Big(1 + e^{-\frac{E_f}{\theta}}\Big) + \Big| e^{\frac{\rho}{\theta}} - 1 \Big|.$$

В предыдущих неравенствах до сих пор ρ оставалось произвольнои положительной величиной. Понятно, что неравенство (48) будет справедливо при любых положительных ρ. Однако, поскольку мы хотим показать асимптотическую малость правой части неравенства (48), для нас, с одной стороны, целесообразнее выбрать за ρ некоторую функцию от $\epsilon_2(\frac{1}{V},\delta)$ такую, что при $V \to \infty$ и для любого положительного значения δ $\rho \to 0$, а, с другой стороны, возможнее усилить неравенство (48).

Поэтому выберем за ρ функцию

$$\rho = \{ \epsilon_2 (\frac{1}{V}, \delta) \}^{\frac{1}{8}}.$$

Перепишем неравенство (48), сделав в нем некоторые тождественные преобразования:

$$| \langle \overset{+}{a}_f B \rangle_\Gamma + \langle \overset{+}{a}_f B \rangle_\Gamma e^{-\frac{E_f}{\theta}} - \langle \overset{+}{a}_f B + B \overset{+}{a}_f \rangle_\Gamma e^{-\frac{E_f}{\theta}} | \le$$

$$\le \epsilon_2^{3/4} (\frac{1}{V}, \delta)(1 + e^{-\frac{E_f}{\theta}}) + | e^{\frac{\epsilon_2^{1/8}}{\theta}} - 1 |,$$

или

$$| \langle \overset{+}{a}_f B \rangle_\Gamma - \frac{e^{-\frac{E_f}{\theta}}}{1 + e^{-\frac{E_f}{\theta}}} \langle \overset{+}{a}_f B + B \overset{+}{a}_f \rangle_\Gamma | \le \bar{\epsilon}_2 (\frac{1}{V}, \delta), \qquad (49)$$

где

$$\bar{\epsilon}_2 (\frac{1}{V}, \delta) = \epsilon_2^{3/4} (\frac{1}{V}, \delta) + \frac{| e^{\frac{\epsilon_2^{1/8}}{\theta}} - 1 |}{1 + e^{-\frac{E_f}{\theta}}}.$$

Применяя метод индукции, докажем справедливость неравенства при любом n

$$| \Delta_n | = | \langle \mathfrak{U} \rangle_\Gamma - \langle \mathfrak{U} \rangle_{\Gamma^0} | \le \Pi \cdot \bar{\epsilon}_2 (\frac{1}{V}, \delta). \qquad (50)$$

Здесь $\mathfrak{U}$ означает произведение ферми-операторов порядка n, $\Pi = \mathrm{const}$, $\bar{\epsilon}_2(\frac{1}{V}, \delta) \to 0$ при $V \to \infty$ и для $\delta > 0$. Согласно нашим обозначениям $\mathfrak{U}$ можно представить как

$$\mathfrak{U} = \overset{+}{a}_f B, \quad \mathfrak{U} = a_f B, \quad \mathfrak{U} = B a, \quad \mathfrak{U} = B \overset{+}{a},$$

где B представляет произведение $(n-1)$ операторов.

Достаточно провести рассуждения для одного из этих случаев, поскольку для других будут дословно те же рассуждения. Продолжим рассмотрение случая $\mathfrak{U} = \overset{+}{a}_f B$. Из неравенства (49) видно, что если выражение $\langle \overset{+}{a}_f B \rangle$ состоит из n -операторов, то антикоммутатор $\langle \overset{+}{a}_f B + B \overset{+}{a}_f \rangle$ состоит из $(n-2)$ операторов. Здесь число $n \ge 2$, n – чётное. Заметим, что мы рассматриваем только чётные числа n ферми-операторов в средних, поскольку средние, составленные из нечётного числа ферми-операторов, равны нулю в силу правил отбора.

Полагая, например, в (49) $B = a_f$, имеем

$$| \langle \overset{+}{a}_f a_f \rangle_\Gamma - \frac{1}{1 + e^{-\frac{E_f}{\theta}}} | \le \bar{\epsilon}_2 (\frac{1}{V}, \delta).$$

Но, с другой стороны,

$$\langle \overset{+}{a}_f a_f \rangle_{\Gamma^0} = \frac{1}{1 + e^{\frac{E_f}{\theta}}},$$

т.е.

$$| \langle \overset{+}{a}_f a_f \rangle_\Gamma - \langle \overset{+}{a}_f a_f \rangle_{\Gamma^0} | \le \bar{\epsilon}_2 (\frac{1}{V}, \delta),$$

или

$$\lim_{V \to 0, \delta > 0} \{ \langle \overset{+}{a}_f a_f \rangle_\Gamma - \langle \overset{+}{a}_f a_f \rangle_{\Gamma^0} \} = 0.$$

Аналогично для $\langle a \overset{+}{a} \rangle$ имеем

$$| \langle a_f \overset{+}{a}_f \rangle_\Gamma - \langle a_f \overset{+}{a}_f \rangle_{\Gamma^0} | \le \bar{\epsilon}_2 (\frac{1}{V}, \delta),$$

где

$$\langle a_f \overset{+}{a}_f \rangle_{\Gamma^0} = \frac{e^{\frac{E_f}{\theta}}}{1 + e^{\frac{E_f}{\theta}}},$$

или

$$\lim_{V\to\infty,\delta>0} \{ \langle a_f \cdot a_f^+ \rangle_\Gamma - \langle a_f a_f^+ \rangle_{\Gamma^0} \} = 0.$$

Как мы уже показали, неравенство (49) справедливо при $n=2$. Нетрудно проверить его справедливость и для $n=4, n=6$ и т.д. Чтобы доказать справедливость этого неравенства при любом n, допустим, что оно доказано для некоторого числа операторов s, т.е. предполагаем

$$|\langle a_f^+ , B \rangle_\Gamma - \frac{e^{-\frac{E_f}{\theta}}}{1+e^{-\frac{E_f}{\theta}}} \langle a_f^+ B + B a_f^+ \rangle_{\Gamma^0}| \le \Pi_s \bar{\epsilon}_2 \left(\frac{1}{V}, \delta\right),$$

$$\Pi_s = \mathrm{const},$$

Принимая во внимание, что

$$\langle a_f^+ B \rangle_{\Gamma^0} = e^{-\frac{E_f}{\theta}} \langle B a_f^+ \rangle_{\Gamma^0},$$

имеем

$$|\Delta_s| = |\langle a_f^+ B \rangle_\Gamma - \langle a_f^+ B \rangle_{\Gamma^0}| \le \Pi_s \bar{\epsilon}_2 \left(\frac{1}{V}, \delta\right). \tag{51}$$

Правая часть этого неравенства при $V\to\infty$ и для любого $\delta>0$ стремится к нулю. Далее на основе сделанного предположения доказываем справедливость (51) при $n=s+2$. В самом деле,

$$|\Delta_{s+2}| \le \Pi_{s+2} \cdot \bar{\epsilon}_2 \left(\frac{1}{V}, \delta\right).$$

Итак, из справедливости неравенства (51) при $n=s$ вытекает его правильность и при $n=s+2$. Но при $n=2$ неравенство справедливо, следовательно, оно справедливо и при $n=4, n=6$ и т.д. Так как последовательным прибавлением пары операторов можно получить любое чётное число операторов, то неравенство-утверждение (50) действительно верно при любом чётном n.

Ввиду произвольности $\mathfrak{U}$ мы можем применять неравенство (50) с любым возможным набором ферми-операторов.

Напомним, еще, что здесь имеет смысл рассматривать не любые произвольные комбинации из ферми-операторов, а только те, которые не обращают в нули средние

$$\langle \mathfrak{U} \rangle_\Gamma, \quad \langle \mathfrak{U} \rangle_{\Gamma^0}.$$

Отметим также, что вообще общепринято рассматривать произведения нормального вида, т.е. такие, когда все операторы рождения стоят слева от операторов уничтожения. Ясно, что любой произвольный порядок следования операторов всегда можно привести к нормальному виду.

Принимаем далее во внимание, что "старые" ферми-операторы связаны с "новыми" посредством канонических преобразований (11) с ограниченными коэффициентами u_f, v_f, поэтому приведенное доказательство естественно обобщается и на них.

Таким образом, имеем результат

$$|\langle u \rangle_\Gamma - \langle u \rangle_{\Gamma^0}| \le \Pi' \bar{\epsilon}_2 \left(\frac{1}{V}, \delta\right), \qquad \Pi' = \mathrm{const},$$

где $\bar{\epsilon}_2(\frac{1}{V}, \delta)$ при $V\to\infty$ и для любого положительного δ стремится к нулю.

Поскольку мы провели рассмотрение для случая безвременных корреляционных функций, доказательство аналогичных соотношений для двувременных или многовременных корреляционных функций не представляет большого труда и может быть проведено методом математической индукции по схеме, предложенной в нашей работе [2]. В случае s-временных корреляционных функций вида

$$\langle u_1(t_1) u_2(t_2) \dots u_s(t_s) \rangle,$$

где

$$u_j(t_j) = A_1^j(t_j) \dots A_p^j(t_j)$$

и $A_p^j(t)$ равно $a_f(t)$ или $a_f^+(t)$, найдем

$$|\langle u_1(t_1)\ldots u_s(t_s)\rangle_{\Gamma} - \langle u_1(t_1)\ldots u_s(t_s)\rangle_{\Gamma^0}| \le$$

$$\le \{Q_s(t_s - t_{s-1}) + \ldots + Q_2(t_2 - t_1) + Q\}\bar{\epsilon}\left(\frac{1}{V}, \delta\right). \qquad (52).$$

Здесь Q, $Q_2 \ldots Q_s$ – некоторые постоянные при $V \to \infty$.

Отметим теперь, что подобные же асимптотические неравенства для больших систем ($V \to \infty$) можно получить и в "x –представлении".

Рассмотрим корреляционные средние, составленные из полевых операторных функций в представлении Гейзенберга. Эти полевые функции выражаются "квазидискретными" суммами вида:

$$\Psi(t,x) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_f a_f(t) e^{i\vec{f}\vec{x}},$$

$$\overset{+}{\Psi}(t,x) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_f \overset{+}{a}_f(t) e^{-i\vec{f}\vec{x}}.$$

Напомним здесь, что означает соотношение

$$f_V(x_1,\ldots,x_m) \to f(x_1,\ldots,x_m). \quad (V \to \infty, \delta > 0)$$

Определим его со смыслом, принятым в теории обобщенных функций.

Рассмотрим класс $C(q,r)$; q, r – положительные числа непрерывных и неограниченно дифференцируемых функций $h(x_1,\ldots,x_m)$, таких, что во всем пространстве точек E_m, $x_1,\ldots,x_m$

$$|h(x_1,\ldots x_m)| \le \frac{\text{const}}{\{|x_1| + \ldots |x_m|\}^{a}},$$

$$\left|\frac{\partial^{\ell_1+\ldots\ell_m}}{\partial x_1^{\ell_1}\ldots\partial x_m^{\ell_m}} h(x_1\ldots x_m)\right| \le \frac{\text{const}}{\{|x_1| + \ldots |x_m|\}^{a}},$$

где

$$a = 0,1,2,\ldots r, \quad \ell_1 + \ell_2 + \ldots \ell_s = 0,1,2,\ldots q.$$

Тогда, если мы можем фиксировать положительные числа q, r таким образом, что для всякой функции $h(x_1,\ldots x_m)$ из класса $C(q,r)$

$$\int h(x_1\ldots x_m) f_V(x_1\ldots x_m) dx_1\ldots dx_m \to$$

$$\to \int h(x_1,\ldots,x_m) f(x_1,\ldots x_m) dx_1 \ldots dx_m,$$

мы будем говорить, что имеет место обобщенное предельное соотношение

$$f_V(x_1,\ldots x_m) \to f(x_1,\ldots x_m)$$

при $V \to \infty$, $\delta > 0$.

Нетрудно заметить, что средние от произведения полевых операторов $\overset{+}{\Psi}(t,x)$, $\Psi(t,x)$ могут содержать обобщенные функции. Поэтому и соответствующие предельные соотношения при $V \to \infty$, $\delta > 0$ будем понимать в смысле теории обобщенных функций.

В качестве иллюстрации рассмотрим простейший пример. Рассмотрим корреляционную среднюю

$$\langle \overset{+}{\Psi}(t_1, x_1)\Psi(t_2 x_2)\rangle =$$

$$= \frac{1}{V}\sum_{f_1,f_2} \langle \overset{+}{a}_{f_1}(t_1) a_{f_2}(t_2)\rangle e^{-if_1x_1 + if_2x_2}.$$

Учитывая правила отбора, видим, что

$$\langle \overset{+}{a}_{f_1}(t_1) a_{f_2}(t_2)\rangle$$

отлично от нуля лишь при $f_1 = f_2$. Тогда

$$\langle \overset{+}{\Psi}(t_1 x_1)\Psi(t_2 x_2)\rangle = \frac{1}{V}\sum_f \langle \overset{+}{a}_{f_1}(t_1) a_{f_1}(t_2)\rangle e^{if(x_2 - x_1)}. \qquad (53)$$

Умножим (53) на функцию $h(x_2-x_1)$ из класса $C(q,r)$ и проинтегрируем по x в бесконечных пределах. Имеем

$$\int_{-\infty}^{+\infty} h(x_2-x_1) < \overset{+}{\Psi}(t_1 x_1)\, \Psi(t_2 x_2) > dx_2 =$$

$$= \frac{1}{V} \sum_f < a_f^+ (t_1)\, a_f(t_2) > \int_{-\infty}^{+\infty} h(x_2-x_1)\, e^{if(x_2-x_1)}\, dx .$$

Обозначая

$$\int_{-\infty}^{+\infty} h(x_2-x_1) e^{\overline{i} f(x_2-x_1)}\, d(x_2-x_1) = \tilde{h}(f),$$

запишем:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} h(x_2-x_1) < \overset{+}{\Psi}(t_1 x_1)\, \Psi(t_2 x_2) > dx_2 =$$

$$= \frac{1}{V} \sum_f < a_f^+ (t_1)\, a_f(t_2) > \tilde{h}(f).$$

Взяв числа q и r в классе $C(q,r)$, к которому принадлежит функция $h(x)$, мы можем добиться, чтобы $\tilde{h}(f)$ убывала при $f \to \infty$ быстрее любой степени $\frac{1}{|f|}$. Для нас, однако, достаточным будет удовлетворить условию

$$\frac{1}{V} \sum_{(f)} |\tilde{h}(f)| \le k = \text{const} .$$

Тогда, замечая, что

$$|< a_f^+ (t_1),\, a_f(t_2) >_{\Gamma} - < a_f^+ (t_1)\, a_f(t_2) >_{\Gamma^0}| \le$$

$$\le \{ |t_2 - t_1| Q_1 + Q_2 \}\, \overline{\epsilon}\left(\frac{1}{V}, \delta\right), \quad Q_1,\ Q_2 = \text{const},$$

будем иметь:

$$|\int h(x_2-x_1) \{ < \overset{+}{\Psi}(t_1 x_1)\, \Psi(t_2 x_2) >_{\Gamma} - < \overset{+}{\Psi}(t_1 x_1)\, \Psi(t_2 x_2) >_{\Gamma^0} \} dx | \le$$

$$< \frac{1}{V} \sum | h(f) | \{ |t_2 - t_1| Q_1 + Q_2 \} \epsilon\left(\frac{1}{V}, \delta\right) \to 0$$

при

$$V \to \infty,\ \delta > 0.$$

Следовательно, имеет место обобщенное предельное соотношение в "x -представлении".

$$< \overset{+}{\Psi}(t_1 x_1)\, \Psi(t_2 x_2) >_{\Gamma} \to < \overset{+}{\Psi}(t_1 x_1)\, \Psi(t_2 x_2) >_{\Gamma^0}$$

при

$$V \to \infty,\ \delta > 0.$$

В связи с приведенным рассмотрением можно сделать обобщение методом индукции на случай $2n$ $(n = 1, 2, \dots)$ операторов этого типа и получить предельные соотношения вида

$$\lim \{ < \phi(t_1 x_1) \dots \phi(t_n x_n)\, \phi(t_n' x_n') \dots \phi(t_1' x_1') >_{\Gamma} -$$

$$- < \phi(t_1 x_1) \dots \phi(t_n x_n)\, \phi(t_n' x_n') \dots \phi(t_1' x_1') >_{\Gamma^0} \} \to 0$$

при $V \to \infty$ и для любого положительного δ,

где полевой оператор $\phi(t,x)$ равен соответственно или $\Psi(t,x)$, или $\overset{+}{\Psi}(t,x)$.

Пользуясь случаем, выражаю свою признательность Н.Н.Боголюбову за ценные замечания.

Литература

1. Н.Н.Боголюбов (мл). Препринт ИТФ 68-65, Киев, 1968.
2. Н.Н.Боголюбов (мл). Препринт ИТФ 68-67 , Киев, 1968.
3. N.N.Bogolubov (Jr.). Physica, 32, 933-944 (1966).
4. Н.Н.Боголюбов (мл). ДАН СССР, 168, 4 (1966).
5. Н.Н.Боголюбов : Квазисредние в задачах статистической механики . Препринт ОИЯИ Р-1451, Дубна, 1961.

Рукопись поступила в издательский отдел
4 декабря 1968 года.