

B-253

ЖФ 1969, т. 10, № 2, с. 248-250

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P4 - 4146



А.И.Вдовин, М.И.Подгорецкий, С.К.Смирнов

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ПЕРЕДАЧА ПОЛЯРИЗАЦИИ  
ЗА СЧЕТ МАГНИТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЯДЕР  
В МОНОКРИСТАЛЛЕ

1968

P4 - 4146

А.И.Вдовин, М.И.Подгорецкий, С.К.Смирнов

ПЕРЕДАЧА ПОЛЯРИЗАЦИИ  
ЗА СЧЕТ МАГНИТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЯДЕР  
В МОНОКРИСТАЛЛЕ

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

7892/3 пр

В ряде работ рассматривалось пересечение и отталкивание энергетических уровней частицы со спином и квадрупольным моментом, отличными от 0, которая помещена в однородное магнитное ( $\vec{H}$ ) и неоднородное электрическое ( $\vec{E}$ ) поля (см., например, /1-3/). Если  $\vec{H}$  параллельно оси симметрии электрического поля, то для определенных значений магнитного поля  $\vec{H} = \vec{H}_0$  будет происходить пересечение энергетических уровней, отвечающих различным значениям проекции спина частицы. Если при этом наложить слабое магнитное поле, перпендикулярное  $\vec{H}_0$ , то оно вызовет переориентацию спина частицы, чего не наблюдается при значениях  $\vec{H}$ , далеких от  $\vec{H}_0$ . Возмущающее поле может создаваться, например, магнитным моментом другой частицы. Однако в этом случае изменение поляризации будет возникать и при других значениях  $\vec{H}$ , отличных от  $\vec{H}_0$ , что связано с пересечением уровней теперь уже системы из двух частиц. В принципе эти явления могут быть использованы для измерения магнитных моментов или квадрупольного расщепления ядер в монокристаллах (см. также /3/). Для определенности ограничимся случаем, когда спины  $S_1 = 1$  и  $S_2 = 1/2$ , причём первая частица обладает квадрупольным моментом. Магнитное поле считается параллельным оси квадрупольного расщепления. Гамильтониан системы без учёта магнитного дипольного взаимодействия между частицами равен:

$$\hat{H}_0 = (\mu_1 S_{1z} + \mu_2 S_{2z}) H_z + \hat{U}_{\text{КВ}},$$

где  $\hat{U}_{\text{КВ}}$  - оператор квадрупольного момента во внешнем электрическом поле. Стационарные состояния системы могут быть записаны в виде

$$\phi_1 = |1,1\rangle | \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle; \phi_2 = |1,1\rangle | \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \rangle; \phi_3 = |1,-1\rangle | \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle;$$

$$\phi_4 = |1,-1\rangle | \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \rangle; \phi_5 = |1,0\rangle | \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle; \phi_6 = |1,0\rangle | \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \rangle.$$

Энергии этих состояний даются формулой

$$E(\sigma_1, \sigma_2) = (\mu_1 \sigma_1 + \mu_2 \sigma_2) H + \Lambda |\sigma_1|, \quad (1)$$

где  $\mu_1, \mu_2$  - магнитные моменты ядер,  $\sigma_1, \sigma_2$  - проекции спинов,  $\Lambda$  - квадрупольное расщепление.

Из (1) следует, что при соответствующих значениях магнитного поля возможны пересечения уровней, указанные в табл. 1.

Таким образом, всего имеется 8 пересечений при шести различных значениях поля. Вблизи точки пересечения двух уровней будет существенным магнитное дипольное взаимодействие частиц, которое приводит к отталкиванию сближающихся уровней и изменению волновых функций стационарных состояний. Соответствующий оператор возмущения имеет вид

$$V = \frac{(\vec{\mu}_1 \vec{\mu}_2) - 3(\vec{\mu}_1 \vec{n})(\vec{\mu}_2 \vec{n})}{R^3},$$

где  $\vec{\mu}_1 = \mu_1 \vec{\sigma}_1, \vec{\mu}_2 = \mu_2 \vec{\sigma}_2$  - магнитные моменты частиц,  $\vec{R} = R \vec{n}$  - радиус-вектор, соединяющий частицы. Элементы матрицы  $V_{1k}$  в базисе функций  $\phi_1 + \phi_6$  действительны и имеют вид, указанный в табл. 2.

Здесь (см. табл. 2)  $\gamma$  - угол между осью симметрии электрического поля и радиусом-вектором  $\vec{R}$ . Для произвольной двухуровневой системы при наложении возмущения с вещественными матричными элементами стационарные волновые функции  $\psi$  и  $\psi'$  выражаются через стационарные волновые функции невозмущенной системы  $\phi$  и  $\phi'$  по формулам

$$\left. \begin{aligned} \psi &= \phi \cos \frac{\beta}{2} + \phi' \sin \frac{\beta}{2} \\ \psi' &= -\phi \sin \frac{\beta}{2} + \phi' \cos \frac{\beta}{2} \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где

$$\beta = \frac{2 \langle \phi | \hat{V} | \phi' \rangle}{\langle \phi | \hat{H}_0 + \hat{V} | \phi \rangle - \langle \phi' | \hat{H}_0 + \hat{V} | \phi' \rangle}$$

Энергии новых уровней

$$E_{1,2} = \frac{1}{2} [\langle \phi | \hat{H}_0 + \hat{V} | \phi \rangle + \langle \phi' | \hat{H}_0 + \hat{V} | \phi' \rangle] \pm \frac{1}{2} \sqrt{[\langle \phi | \hat{H}_0 + \hat{V} | \phi \rangle - \langle \phi' | \hat{H}_0 + \hat{V} | \phi' \rangle]^2 + 4 |\langle \phi | \hat{V} | \phi' \rangle|^2} \quad (3)$$

В нашем случае имеется 6 уровней, но вблизи точки пересечения любых двух влиянием остальных уровней можно пренебречь и пользоваться формулами (2) и (3). Если при этом  $\langle \phi | \hat{V} | \phi' \rangle \neq 0$ , то происходит "смешивание" уровней  $\phi$  и  $\phi'$ , при  $\langle \phi' | \hat{V} | \phi \rangle = 0$   $\psi$  и  $\psi'$  совпадают с  $\phi$  и  $\phi'$  и "смешивания" не происходит.

Обратимся к конкретным пересечениям.

Пересечения  $\phi_4$  и  $\phi_5$

Часть матрицы  $\hat{V}$ , соответствующая этим двум уровням, имеет вид:

$$\hat{V} = \begin{bmatrix} \frac{1-3 \cos^2 \gamma}{2} & -\frac{3 \sin^2 \gamma}{2\sqrt{2}} \\ -\frac{3 \sin^2 \gamma}{2\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix}$$

При  $\gamma = 0$  величина  $\langle \phi_4 | \hat{V} | \phi_5 \rangle = 0$  и смешивания уровней не происходит. Это объясняется тем, что при  $\gamma = 0$  система симметрична относительно оси  $z$  и стационарные состояния должны иметь определенную сумму проекций моментов частиц на ось  $z$ . Состояния  $\phi_4$  и  $\phi_5$  имеют разные суммы проекций, поэтому их линейные комбинации не могут быть стационарны (если не совпадают с ними самими). То же самое происходит и при пересечении уровней  $\phi_1 - \phi_6$ .

Пересечения  $\phi_3 - \phi_6$

$$\hat{V} = \begin{bmatrix} \frac{1-3\cos^2\gamma}{2} & \frac{2-3\sin^2\gamma}{2\sqrt{2}} \\ \frac{2-3\sin^2\gamma}{2\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix}.$$

Здесь суммы проекций спинов одинаковые, и при  $\gamma = 0$  "смешивание" состояний возможно. Однако оно не происходит при  $\gamma = 55^\circ$ , когда величина  $\langle \phi_3 | \hat{V} | \phi_6 \rangle = 0$ . Для  $\phi_2 - \phi_5$  ситуация аналогична.

Пересечения  $\phi_3 - \phi_5$  и  $\phi_4 - \phi_6$

Поскольку у указанных состояний одинаковые проекции спина ядра с  $S_2 = 1/2$ , соответствующие "смешивания" объясняются в рамках теории пересечения уровней одной только первой частицы /1-3/, причём роль возмущения играет поле магнитного момента ядра с  $S_2 = 1/2$ . При  $\gamma = 0, \frac{\pi}{2}$  "смешивания" уровней не происходит, так как поперечная составляющая поля магнитного диполя в этих случаях обращается в нуль. То же самое можно сказать о пересечениях  $\phi_1 - \phi_6$  и  $\phi_2 - \phi_5$ .

Поведение системы при сближении уровней существенно зависит от скорости изменения поля. Рассмотрим сначала случай медленно меняющегося поля. Как известно, при медленном изменении внешних условий система, находившаяся первоначально в стационарном состоянии, успевает перестраиваться вслед за этими изменениями, так что ее состояние в каждый момент стационарно. Вблизи пересечения условие адиабатичности записывается в виде

$$\frac{dK}{dt} \ll \left[ \frac{\mu^2}{R^3} \right]^2 \frac{1}{K}. \quad (4)$$

Рассмотрим, например, пересечение  $\phi_4 - \phi_5$ . Пусть поле медленно меняется от значения  $H'$ , которое находится ниже точки пересечения, до  $H''$  — после точки пересечения, причём  $\mu |H' - H_0| \gg \frac{\mu^2}{R^3}$  и  $\mu |H'' - H_0| \gg \frac{\mu^2}{R^3}$ . Если система при  $H = H'$  находится в состоянии  $\phi_4$ , то при  $H = H''$  она приходит в состояние  $\phi_5$  (и наоборот). Допустим, что мы имеем набор таких систем (не взаимодействующих друг с другом) и при  $H = H'$  заселенности состояний  $\phi_5$  и  $\phi_4$  равны соответственно  $N_5$  и  $N_4 > N_5$  (заселенности  $N_4$  и  $N_5$  могут определяться, например, распределением Больцмана). При  $H = H''$  новые заселенности будут другими, а именно: состоянию  $\phi_5$  будет соответствовать  $N_4$ , а  $\phi_4 - N_5$ . Поскольку заселенности других состояний не изменяются, то количества ядер в состояниях  $|1, 0\rangle$  и  $|1-1\rangle$  равны до пересечения соответственно

$$N_- = N_4 + N_5, \quad N_0 = N_5 + N_6.$$

Эти величины переходят после пересечения в

$$N'_- = N_5 + N_3, \quad N'_0 = N_4 + N_6.$$

Разность  $(N'_- - N'_0) - (N_- - N_0) = 2(N_5 - N_4) < 0$ , т.е. существовавшая ранее разность заселенностей различных состояний ядра с  $S_1 = 1$ , уменьшилась.

Реально опыт можно проводить в монокристалле, когда, например, ядра с  $S_2 = 1/2$  являются примесью в решетке из ядер с  $S_1 = 1$ . В этом случае картина пересечения существенно усложняется, но значения магнитного поля  $H$ , отвечающие переориентациям спинов, остаются прежними. При этом практически все ядра примеси, находящиеся на пересекающихся уровнях, меняют направление своей поляризации (см. приложение). Необходимо, конечно, учитывать влияние спин-решеточного взаимодействия на ориентацию рассматриваемых ядер. Однако в случае больших  $H$  и низких температур время спин-решеточной релаксации достаточно велико и легко можно удовлетворить требованию быстроты изменения  $H$  по сравнению с этим временем при сохранении условия адиабатичности.

Обратимся теперь к случаю быстрых изменений  $H$ . Если  $H$  быстро меняется от  $H \neq H_0$  до  $H = H_0$ , то система остается в состоянии, описываемом прежней волновой функцией, но теперь оно уже не стационарно. То же самое происходит в случае, когда все время  $H = H_0$  и одна из частиц оказывается в рассматриваемом состоянии в результате какого-либо ядерного процесса (например, захватывая нейтрон, поляризованный параллельно  $\vec{H}_0$ ). В результате наша система снова мгновенно становится нестационарной. Рассмотрим вероятность изменения поляризации в этом случае. Итак, при  $t = 0$  система находилась в состоянии  $\phi$ , которое разлагается по стационарным состояниям:

$$\phi = \psi \cos \frac{\beta}{2} - \psi' \sin \frac{\beta}{2}.$$

Тогда полная волновая функция системы в момент времени  $t$  равна:

$$\phi(t) = \psi e^{-i \frac{E}{\hbar} t} \cos \frac{\beta}{2} - \psi' e^{-i \frac{E'}{\hbar} t} \sin \frac{\beta}{2},$$

где  $E$  и  $E'$  - соответствующие энергии. Принимая во внимание (2), можно также записать:

$$\begin{aligned} \phi(t) &= e^{-i \frac{E}{\hbar} t} \left\{ \phi \cos \frac{\beta}{2} + \phi' \sin \frac{\beta}{2} \right\} \cos \frac{\beta}{2} - e^{-i \frac{E'}{\hbar} t} \left\{ \phi' \cos \frac{\beta}{2} - \phi \sin \frac{\beta}{2} \right\} \sin \frac{\beta}{2} = \\ &= \phi \left[ e^{-i \frac{E}{\hbar} t} \cos \frac{\beta}{2} + e^{-i \frac{E'}{\hbar} t} \sin \frac{\beta}{2} \right] + \phi' \left[ e^{-i \frac{E}{\hbar} t} - e^{-i \frac{E'}{\hbar} t} \right] \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2} = \\ &= \Sigma \phi + \Sigma \phi'. \end{aligned}$$

Следовательно, вероятности переориентации:

$$W_{\phi \rightarrow \phi'} = |\Sigma \phi'|^2 = \frac{2 |\langle \phi' | \hat{V} | \phi \rangle|^2 [1 - \cos \omega t]}{[\langle \phi' | \hat{H}_0 + \hat{V} | \phi' \rangle - \langle \phi | \hat{H}_0 + \hat{V} | \phi \rangle]^2 + 4 |\langle \phi' | \hat{V} | \phi \rangle|^2},$$

где

$$\omega = \frac{E - E'}{\hbar}.$$



$$\bar{w} = \frac{2 |\langle \phi | \hat{V} | \phi \rangle|^2}{[\langle \phi | \hat{H}_0 + \hat{V} | \phi \rangle - \langle \phi' | \hat{H}_0 + \hat{V} | \phi' \rangle]^2 + 4 |\langle \phi' | \hat{V} | \phi \rangle|^2} \quad (5)$$

Видно, что зависимость  $\bar{w}$  от величины магнитного поля  $H$  имеет типичный резонансный характер. Резонанс наступает при поле  $H = H_0$ , когда  $\langle \phi | \hat{H}_0 + \hat{V} | \phi \rangle - \langle \phi' | \hat{H}_0 + \hat{V} | \phi' \rangle = 0$ . Ширина резонанса  $(4 |\langle \phi' | \hat{V} | \phi \rangle|^2)$

имеет порядок  $\frac{\mu_1 \mu_2}{R^3}$ , что соответствует интервалу значений поля  $\Delta H \approx 10$  гаусс, причём сама величина  $H_0 \approx 10^3$  гаусс ( $\Delta \approx 10^{-20}$  эрг;

$\mu_1, \mu_2 \approx 10^{-23} + 10^{-24} \frac{\text{эрг}}{\text{гаусс}}$ ;  $R \approx 10^{-8}$  см); амплитуда резонанса

$\bar{w}_{\text{max}} = 1/2$ . Частота переориентации частиц в точке резонанса

$$\omega \approx \frac{\mu_1 \mu_2}{R^3} = 10^3 + 10^5 \text{ сек}^{-1}.$$

В случае большого числа частиц следует ожидать, что переориентируется также примерно половина всех ядер с  $S_1 = 1$ .

Формула (5) справедлива для стабильных ядер. Для нестабильных ядер

$$\bar{w} = \frac{2 |\langle \phi' | \hat{V} | \phi \rangle|^2}{\hbar^2 \omega^2 + \Gamma^2} \quad (6)$$

где

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau \text{ расп.}}$$

При  $\hbar \omega \gg \Gamma$ , т.е. для ядер долгоживущих, формула (6) переходит в (5). Если же  $\hbar \omega \ll \Gamma$ , то  $\bar{w} = 0$ , т.е. частица не успевает изменить направление поляризации в течение  $\tau$  расп.

В настоящее время существует ряд методов измерения квадрупольного расщепления и магнитных моментов ядер в кристаллах. Часть из них связана с использованием ядерного магнитного резонанса и применима лишь для ядер с достаточно большим временем жизни. С другой стороны, метод  $\gamma$ - $\gamma$  совпадений позволяет измерять квадрупольное рас-

щепление и магнитные моменты ядер, обладающих малыми временами жизни. Не исключено, что изложенные в настоящей статье соображения могут послужить основой метода, пригодного для измерения вышеуказанных характеристик ядер в промежуточной области времен жизни. В отличие от метода, рассмотренного в работе<sup>3/</sup>, такой способ пригоден и для ядер, не имеющих квадрупольного момента.

### Приложение

Рассмотрим подробно случай, когда имеется  $N$  частиц с  $S = 1/2$  и одна частица с  $S = 1$ . Подобная ситуация создается, например, когда мы говорим о примеси ядер со спином 1 в решетке из ядер со спином  $1/2$ . Как результат увеличения числа частиц в задаче появляются некоторые осложнения.

Первое из них заключается в том, что резко увеличивается число значений магнитного поля  $H$ , при которых происходит пересечение энергетических уровней системы. Однако гамильтониан системы состоит из суммы только одночастичных и двухчастичных членов. Поэтому переориентация будет происходить лишь тогда, когда пересекающиеся уровни отличаются ориентациями спинов не более чем двух частиц. При этом возможны два случая: различаются либо проекции спинов на направление  $H$  у двух частиц основной решетки, либо у одной из частиц решетки и ядра примеси. Первый случай для нас не интересен, так как мы следим за изменением поляризации частицы с  $S = 1$ ; что касается пересечений второго рода, то они происходят при тех же значениях поля, что и для системы двух частиц (см. основной текст).

Второе осложнение связано с появляющимся вырождением уровней, которое имеет место в пренебрежении магнитным дипольным взаимодействием частиц. Рассмотрим сначала это вырождение в частном случае, когда "решетка" состоит из трех частиц. На рис. 1 изображены два уровня, зависящие от магнитного поля.

Уровню 1 соответствует состояние

$$\phi_0 = |1, +1\rangle | \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle | \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle | \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle.$$

Уровню II соответствуют состояния

$$\phi_1 = |1,0\rangle \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle,$$

$$\phi_2 = |1,0\rangle \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle,$$

$$\phi_3 = |1,0\rangle \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle,$$

т.е. уровень II трехкратно вырожден, а уровень I - не вырожден.

В общем случае кратность вырождения равна  $C_m^N$ , где  $m$  - число частиц с проекцией спина  $+1/2$ , образующих данное состояние (число частиц с проекцией  $-1/2$  равно  $N-m$ ).

Из-за дипольного взаимодействия указанное вырождение на самом деле снято, и поэтому каждый уровень расщеплен на  $C_m^N$  уровней с величиной расщепления  $\sim \frac{\mu^2}{R^3}$ . В области  $N \approx N_0$  между любыми двумя уровнями имеется отталкивание (см. рис. 2).

В рассматриваемом примере уровни IIa, IIб, IIв вдали от  $N_0$  отвечают некоторым суперпозициям состояний  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$ .

Пусть вначале при  $N = N'$  частицы примеси имели проекцию 0. Если ядра решетки неполяризованы, то уровни IIa, IIб, IIв равнозаселены. Если система оказалась на уровне IIв, то при адиабатическом изменении поля до значения  $N = N''$  она переходит на уровень I. Если начальным состоянием было IIa или IIб, то произойдет переход в состояние IIб и IIв соответственно.

Итак, только один уровень из трех связан с переориентацией частицы примеси.

В общем случае, если пересекаются уровни с кратностями вырождения  $M_1 = C_m^N$  и  $M_2 = C_{m-1}^N$ , к переориентации приводят состояния, число которых равно  $\min \{ M_1, M_2 \}$ .

Полное число состояний, в которых может быть система в начальный момент при фиксированной проекции спина примеси, равно  $2^N$ . Следовательно, вероятность изменения в поляризации равна

$$p = \frac{1}{2^N} \sum_{m=1}^N \min \{ C_m^N, C_{m-1}^N \}.$$

Это выражение справедливо для точек пересечения  $H_0 = \pm \frac{\Delta}{\mu_2 \pm \mu_1}$  (в отличие от  $H_0 = \pm \frac{\Delta}{\mu_1}$ , где происходит переориентация всех частиц примеси).

Можно показать, что при больших  $N$  справедливо асимптотическое выражение  $p \approx 1 - \sqrt{\frac{2\pi}{N}}$ , т.е. в этом предельном случае переориентируются практически все частицы. Это является общим свойством всех подобных систем. Например, если взять примесь со спином 1/2, а ядра решетки со спином 1, то:

$$p = \frac{1}{3^N} \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N \min \{ C_m^N C_n^{N-m}; C_{m-1}^N C_{n+1}^{N-m+1} \}.$$

Можно показать, что снова  $p \rightarrow 1$  при  $N \rightarrow \infty$ . При произвольном числе частиц с разными спинами значения поля  $H_0$  те же, но переориентация уже неполная. Величина  $N$  не равна, конечно, полному числу ядер кристалла. Она определяется условием адиабатичности (4), где  $R$  - расстояние между наиболее далекими частицами, которые следует принимать во внимание. По порядку величины  $\frac{dK}{dt} \approx \frac{\Delta}{\tau}$ , где  $\tau$  - время спиной решеточной релаксации.

Из формулы (4) вытекает следующая оценка для объема системы:

$$R^3 \approx \mu^2 \left( \frac{dK}{dt} \frac{1}{h} \right)^{-3/2} \approx \mu^2 \sqrt{\frac{\tau}{h \Delta}}.$$

При  $\frac{\Delta}{h} \approx 10^8 \text{ сек}^{-1}$  и  $\tau \approx 10^{-2} \text{ сек}$  величина  $R \approx 10^{-8} \text{ см}$ , что отвечает примерно одной ячейке кристаллической решетки. При  $\tau \approx 10^2 \text{ сек}$  следует учитывать примерно 100 ячеек, что практически уже соответствует предельному случаю  $p = 1$ .

### Л и т е р а т у р а

1. Л.Заставенко, М.Подгорецкий. Препринт ОИЯИ, Р-1222, Дубна, 1963.
2. Л.Заставенко, М.Подгорецкий. ЖЭТФ, **45**, 706 (1963).
3. В.Г.Барышевский, В.Л.Любошиц, М.И.Подгорецкий. ЯФ, **2**, 441 (1965).

Рукопись поступила в издательский отдел

11 ноября 1968 года.

Таблица 1

№	Состояния, отвечающие пересекающимся уровням	Энергии уровней в точках пересечения
$\frac{\Delta}{\mu_1 - \mu_2}$	$\varphi_3 - \varphi_6$	$-\frac{\Delta}{2} \frac{\mu_2}{\mu_1 - \mu_2}$
$\frac{\Delta}{\mu_1}$	$\varphi_3 - \varphi_8 ; \varphi_4 - \varphi_6$	$\frac{\Delta}{2} \frac{\mu_2}{\mu_1} ; -\frac{\Delta}{2} \frac{\mu_2}{\mu_1}$
$\frac{\Delta}{\mu_1 + \mu_2}$	$\varphi_4 - \varphi_5$	$\frac{\Delta}{2} \frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2}$
$-\frac{\Delta}{\mu_1 + \mu_2}$	$\varphi_1 - \varphi_6$	$\frac{\Delta}{2} \frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2}$
$-\frac{\Delta}{\mu_1}$	$\varphi_1 - \varphi_8 ; \varphi_2 - \varphi_6$	$-\frac{\Delta}{2} \frac{\mu_2}{\mu_1} ; \frac{\Delta}{2} \frac{\mu_2}{\mu_1}$
$-\frac{\Delta}{\mu_1 - \mu_2}$	$\varphi_2 - \varphi_5$	$-\frac{\Delta}{2} \frac{\mu_2}{\mu_1 - \mu_2}$

Таблица 2

$\frac{1-3\cos^2 r}{2}$	$-\frac{3}{2} \cos r \sin r$	0	0	$-\frac{3}{2\sqrt{2}} \sin r \cos r$	$-\frac{3 \sin^2 r}{2\sqrt{2}}$
$-\frac{3}{2} \cos r \sin r$	$-\frac{1-3\cos^2 r}{2}$	0	0	$\frac{2-3\sin^2 r}{2\sqrt{2}}$	$-\frac{3}{2\sqrt{2}} \sin r \cos r$
0	0	$-\frac{1-3\cos^2 r}{2}$	$\frac{3}{2} \cos r \sin r$	$-\frac{3}{2\sqrt{2}} \cos r \sin r$	$\frac{2-3\sin^2 r}{2\sqrt{2}}$
0	0	$\frac{3}{2} \cos r \sin r$	$\frac{1-3\cos^2 r}{2}$	$-\frac{3\sin^2 r}{2\sqrt{2}}$	$-\frac{3}{2\sqrt{2}} \cos r \sin r$
$-\frac{3}{2\sqrt{2}} \cos r \sin r$	$\frac{2-3\sin^2 r}{2\sqrt{2}}$	$-\frac{3}{2\sqrt{2}} \cos r \sin r$	$-\frac{3\sin^2 r}{2\sqrt{2}}$	0	0
$-\frac{3\sin^2 r}{2\sqrt{2}}$	$-\frac{3}{2\sqrt{2}} \cos r \sin r$	$\frac{2-3\sin^2 r}{2}$	$-\frac{3}{2\sqrt{2}} \cos r \sin r$	0	0

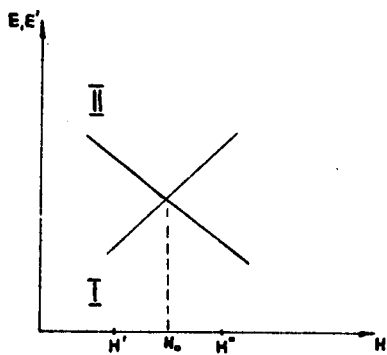


Рис. 1

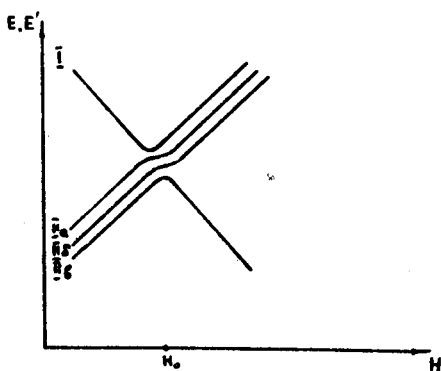


Рис. 2