ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р4 - 4028

Г.Конвент

СПИН-ФОНОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ И ЗАТУХАНИЕ МАГНИТНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ В ФЕРРОМАГНИТНОМ КРИСТАЛЛЕ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1968

P4 - 4028

Г.Конвент

СПИН-ФОНОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ И ЗАТУХАНИЕ МАГНИТНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ В ФЕРРОМАГНИТНОМ КРИСТАЛЛЕ

1. Введение

При исследовании спин-фононного взаимодействия в ферромагнитных кристаллах гамильтониан его обычно получают, разлагая обменный интеграл в ряд по смещениям атомов из положений равновесия и ограничиваясь первыми членами разложения (см., например,[1–3]). При таком подходе в константы спин-фононного взаимодействия входят производные от обменного интеграла, взятые в точках равновесных положений атомов.

С.В.Тябликовым[4] был предложен новый метод исследования спин-фононного взаимодействия, не основывающийся на этом разложении. Принимается, что обменный интеграл есть функция мгновенного положения атомов, которое меняется вследствие их теплового движения, и что эту функцию можно разложить в ряд Фурье. Предполагается, что смещения атомов из положений равновесия малы и взаимодействие между магнитными и колебательными возбуждениями в кристалле учитывается самосогласованным способом. Таким образом, для исследования магнитных возбуждений в ферромагнетике и их взаимодействия с фононами достаточно, чтобы обменный интеграл был известен как функция расстояния между атомами.

В работе [4] были рассмотрены некоторые эффекты спин-фононного взаимодействия. В частности, была получена перенормировка фононных частот и энергий магнитных возбуждений. В предлагаемой работе мы исследуем влияние спин-фононного взаимодействия на спектр элементарных возбуждений гейзенберговского ферромагнетика во втором приближении теории возмущений для массового оператора функции Грина. Невзаимодействующие фононная и спиновая подсистемы рассматриваются соответственно в псевдогармоническом приближении [4,5] и приближении хаотических фаз [3]. Мы ограничиваемся рассмотрением однофононных процессов взаимодействия (процессы распада и рассеяния магнитных возбуждений на фононах). Для простоты рассматриваем кристаллы кубической симметрии и принимаем, что спин атома $S = 1/2$. В качестве примера рассмотрим затухание магнитных возбуждений в ферромагнетике, обусловленное процессами их взаимодействия с фононами.

2. Гамильтониан

Гамильтониан ферромагнитного кристалла запишем в виде [4]:

$$\mathcal{H} = \sum_{kj} \omega_j(k)\left(a^+_{kj} a_{kj} + 1/2\right) - \mu H \sum_f S^z_f -$$

$$- \frac{1}{2N} \sum_{f_1 f_2 \nu} J(\nu)\, e^{i(\nu, f_1 - f_2)}\, e^{i\xi_\nu(f_1 f_2)} \left(S_{f_1}, S_{f_2}\right), \tag{2.1}$$

где

$$\xi_\nu(f_1 f_2) = N^{-1/2} \sum_{kj} (\nu, C_j(k; f_1 f_2))(a^+_{-kj} + a_{kj}),$$

(2.2)

$$C^\alpha_j(k; f_1 f_2) = (2M\omega_j(k))^{-1/2} e^\alpha_j(k)(e^{i(k,f_1)} - e^{i(k,f_2)}).$$

Здесь a^+_{kj}, a_{kj} – операторы порождения и уничтожения фонона с энергией $\omega_j(k)$, $\vec{e}_j(k)$ –векторы поляризации (α, j =1,2,3), $J(\nu)$ – – фурье-компонента обменного интеграла, $\vec{S}_f$ –оператор спина, μ – – магнетон Бора, H – внешнее магнитное поле, $\vec{f} = \vec{R}^0_f$ – равновесное положение f -того атома, M –масса атома. (A,B) обозначает скалярное произведение векторов $\vec{A}$ и $\vec{B}$. Мы пользуемся системой единиц, в которой $\hbar = 1$.

Будем считать, что $\omega_j(k)$ –фононные энергии, вычисленные в псевдогармоническом приближении [4,5], так что фононная подсистема описывается эффективным псевдогармоническим гамильтонианом.

Так как мы рассматриваем случай $S = 1/2$, удобно перейти от спиновых операторов к операторам Паули b_f, b^+_f:

$$S^x_f = \frac{1}{2}(b^+_f + b_f), \qquad S^y_f = \frac{i}{2}(b^+_f - b_f),$$

(2.3)

$$S^z_f = \frac{1}{2} - n_f, \qquad n_f = b^+_f b_f,$$

которые удовлетворяют известным перестановочным соотношениям

$$
\begin{aligned}
&[b_f , b_g^+] = (1 - 2 n_f) \Delta (f - g), \\
&[b_f , b_g] = [b_f^+ , b_g^+] = 0,
\end{aligned}
\tag{2.4}
$$

где $\Delta(f - g)$ обозначает символ Кронекера.

Запишем уравнения движения для операторов a_{kj}^+, a_{kj} и b_f в гейзенберговском представлении. Учитывая (2.1), (2.3), (2.4) и перестановочные соотношения

$$
\begin{aligned}
&[a_{kj} , a_{k'j'}^+] = \Delta (k - k') \delta_{jj'} , \\
&[a_{kj} , a_{k'j'}] = [a_{kj}^+ , a_{k'j'}^+] = 0,
\end{aligned}
\tag{2.5}
$$

получим

$$
\begin{aligned}
i \frac{d}{dt} a_{kj} = \omega_j (k) a_{kj} - \\
- \frac{1}{2N} \sum_{f_1 f_2 \nu} J(\nu) e^{i(\nu, f_1 - f_2)} (i N^{-1/2}) (\nu, C_j(-k ; f_1 f_2)) \times \\
\times e^{i \xi_\nu (f_1 f_2)} (S_{f_1}, S_{f_2}),
\end{aligned}
\tag{2.6}
$$

$$
i\frac{d}{dt}a^{+}_{-kj} = -\omega_j(k)a^{+}_{-kj} +
$$

$$
+\frac{1}{2N}\sum_{f_1 f_2 \nu} J(\nu)e^{i(\nu, f_1 - f_2)}(iN^{-\frac{1}{2}})(\nu,\ C_j(-k; f_1 f_2))\times
$$

$$
\times e^{i\xi_\nu(f_1 f_2)}(S_{f_1}, S_{f_2}), \tag{2.7}
$$

$$
i\frac{d}{dt}b_f = \mu H b_f +
$$

$$
+\frac{1}{2N}\sum_{f_1 \nu} J(\nu)e^{i(\nu, f - f_1)}e^{i\xi_\nu(f f_1)}(b_f - b_{f_1}) + \tag{2.8}
$$

$$
+\frac{1}{N}\sum_{f_1 \nu} J(\nu)e^{i(\nu, f - f_1)}e^{i\xi_\nu(f f_1)}(n_f b_{f_1} - b_f n_{f_1}).
$$

В уравнениях (2.6) и (2.7) мы сохраним для удобства и сокращения записи скалярное произведение спиновых операторов (S_{f_1}, S_{f_2}), не выражая его через операторы Паули.

3. Уравнения для функции Грина

Для определения энергий магнитных возбуждений кристалла воспользуемся методом двухвременных запаздывающих функций Грина [3,6]. Рассмотрим функцию Грина

$$\langle\langle b_f(t) \mid b_g^+(t')\rangle\rangle = \Theta(t-t') \langle [b_f(t), b_g^+(t')]\rangle . \tag{3.1}$$

Пользуясь уравнениями движения (2.8) и учитывая коммутационные соотношения (2.4), получим следующее уравнение для функции Грина (3.1):

$$i \frac{d}{dt} \langle\langle b_f \mid b_g^+ \rangle\rangle = i\, \sigma \Delta (f-g) \delta (t-t') + \mu H \langle\langle b_f \mid b_g^+ \rangle\rangle +$$

$$+ \frac{1}{2N} \sum_{f_1 \nu} J(\nu) e^{i(\nu, f-f_1)} \langle\langle e^{i\xi_\nu(ff_1)} (b_f - b_{f_1}) \mid b_g^+ \rangle\rangle + \tag{3.2}$$

$$+ \frac{1}{N} \sum_{f_1 \nu} J(\nu) e^{i(\nu, f-f_1)} \langle\langle e^{i\xi_\nu(ff_1)} (n_f b_{f_1} - b_f n_{f_1}) \mid b_g^+ \rangle\rangle ,$$

где

$$\sigma = 1 - 2 \langle n_f \rangle = 1 - 2 \bar{n} \tag{3.3}$$

не зависит от номера узла f в силу трансляционной симметрии системы.

Учтем теперь принятое нами приближение, согласно которому в отсутствие спин-фононного взаимодействия спиновая подсистема описывается в рамках приближения хаотических фаз [3]. Это означает, что высшие по операторам Паули функции Грина в уравнении (3.2) можно расцепить следующим образом:

$$\langle\langle e^{i\xi_\nu(ff_1)} n_f\, b_{f_1} | b_g^+ \rangle\rangle \to \langle n_f \rangle \langle\langle e^{i\xi_\nu(ff_1)} b_{f_1} | b_g^+ \rangle\rangle ,$$

$$\langle\langle e^{i\xi_\nu(ff_1)} b_f\, n_{f_1} | b_g^+ \rangle\rangle \to \langle n_{f_1} \rangle \langle\langle e^{i\xi_\nu(ff_1)} b_f | b_g^+ \rangle\rangle , \qquad (3.4)$$

$$\langle n_f \rangle = \langle n_{f_1} \rangle = \bar{n} .$$

В этой работе мы органичимся рассмотрением однофононных процессов. Поэтому функцию Грина $\langle\langle e^{i\xi_\nu(ff_1)} b_f | b_g^+ \rangle\rangle$, описывающую многофононный процесс, выразим через функции Грина $\langle\langle a^+_{-kj} b_f | b_g^+ \rangle\rangle$ и $\langle\langle a_{kj}\, b_f | b_g^+ \rangle\rangle$, описывающие процессы с участием одного фонона. Для этого применим следующую процедуру расцепления:

$$\langle\langle e^{i\xi_\nu(ff_1)} b_f | b_g^+ \rangle\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \langle\langle (i\xi_\nu(ff_1))^n b_f | b_g^+ \rangle\rangle =$$

$$= \langle\langle b_f | b_g^+ \rangle\rangle + \frac{1}{2!} \langle\langle (i\xi_\nu(ff_1))^2 b_f | b_g^+ \rangle\rangle + \frac{1}{4!} \langle\langle (i\xi_\nu(ff_1))^4 b_f | b_g^+ \rangle\rangle + \ldots$$

$$+ \langle\langle i\xi_\nu(ff_1) b_f | b_g^+ \rangle\rangle + \frac{1}{3!} \langle\langle (i\xi_\nu(ff_1))^3 b_f | b_g^+ \rangle\rangle + \ldots \rightarrow$$

$$\rightarrow \langle\langle b_f | b_g^+ \rangle\rangle + \frac{1}{2!} \langle (i\xi_\nu(ff_1))^2 \rangle \langle\langle b_f | b_g^+ \rangle\rangle + \ldots \tag{3.5}$$

$$+ \langle\langle i\xi_\nu(ff_1) b_f | b_g^+ \rangle\rangle + \frac{3}{3!} \langle (i\xi_\nu(ff_1))^2 \rangle \langle\langle i\xi_\nu(ff_1) b_f | b_g^+ \rangle\rangle + \ldots.$$

Все средние $\langle \ldots \rangle$ в этом выражении вычисляются по нулевому приближению к спин-фононному взаимодействию. Поэтому средние от нечётных степеней операторов смещения $\xi_\nu(ff_1)$ будут равны нулю, и коэффициенты перед функциями Грина $\langle\langle b_f | b_g^+ \rangle\rangle$ и $\langle\langle i\xi_\nu(ff_1) b_f | b_g^+ \rangle\rangle$ можно опять свернуть в экспоненту:

$$1 + \frac{1}{2!} \langle (i\xi_\nu(ff_1))^2 \rangle + \frac{1}{4!} \langle (i\xi_\nu(ff_1))^4 \rangle + \ldots = \langle e^{i\xi_\nu(ff_1)} \rangle .$$

Таким образом, процедуру расцепления (3.5) можно кратко представить в виде

$$\langle\langle e^{i\xi_\nu(ff_1)} b_f | b_g^+ \rangle\rangle \rightarrow \langle e^{i\xi_\nu(ff_1)} \rangle \langle\langle b_f | b_g^+ \rangle\rangle + \langle e^{i\xi_\nu(ff_1)} \rangle \langle\langle i\xi_\nu(ff_1) b_f | b_g^+ \rangle\rangle . \tag{3.6}$$

Заметим, что в псевдогармоническом приближении

$$< e^{i\xi_\nu(ff_1)} > = \exp\left(-\frac{1}{2}<\xi_\nu^2(ff_1)>\right) \equiv e^{-2V_\nu(g)} =$$

$$= e^{-2W_\nu(0)+2W_\nu(g)}\,, \quad \vec{g} = \vec{f} - \vec{f}_1\,, \tag{3.7}$$

где

$$2V_\nu(g) = \frac{1}{NM}\sum_{k'j'}\frac{|(\nu, e_{j'}(k'))|^2}{2\omega_{j'}(k')}\,\mathrm{cth}\,\frac{\omega_{j'}(k')}{2\theta}\,(1-\cos(k',g)),$$

$\theta = k_B T$, k_B – постоянная Больцмана.

Для кубического кристалла /7/

$$2V_\nu(g) = \frac{\nu^2}{3NM}\sum_{k'j'}\frac{1}{2\omega_{j'}(k')}\,\mathrm{cth}\,\frac{\omega_{j'}(k')}{2\theta}\,(1-\cos(k',g)). \tag{3.8}$$

Учитывая расцепления (3.4) и (3.6), а также принимая во внимание (2.2) и (3.7), уравнение (3.2) для спиновой функции Грина можно привести к виду

$$i\frac{d}{dt} \ll b_f\,|\,b_g^+ \gg = i\sigma\Delta(f-g)\,\delta(t-t') +$$

$$+ \frac{\sigma}{2N}\sum_{f_1\nu} J(\nu)\, e^{-2V_\nu(g)}\, e^{i(\nu,\, f-f_1)} \ll b_f - b_{f_1}\,|\,b_g^+ \gg + \tag{3.9}$$

$$+\frac{i\sigma}{2N}\sum_{f_1\nu} J(\nu)e^{-2V_\nu(g)} e^{i(\nu,f-f_1)}\frac{(\nu,e_j(k))}{\sqrt{2MN\omega_j(k)}}(e^{i(k,f)}-e^{i(k,f_1)})\times$$

$$\times\langle\langle(a^+_{-kj}+a_{kj})(b_f-b_{f_1})|b^+_g\rangle\rangle\ .$$

В приближенном уравнении для спиновой функции Грина (3.9) появляется смешанная спин-фононная функция Грина $\langle\langle(a^+_{-kj}+a_{kj})b_f|b^+_g\rangle\rangle$, которую вычислим в том же приближении. При этом удобно рассмотреть систему уравнений для функций $\langle\langle(a^+_{-kj}\pm a_{kj})b_f|b^+_g\rangle\rangle$. Принимая во внимание уравнения движения (2.6) – (2.8), для этих функций Грина получим следующую систему уравнений:

$$i\frac{d}{dt}\langle\langle(a^+_{-kj}+a_{kj})b_f|b^+_g\rangle\rangle=i\delta(t-t')\Delta(f-g)\langle(a^+_{-kj}+a_{kj})(1-2n_f)\rangle-$$

$$-\omega_j(k)\langle\langle(a^+_{-kj}-a_{kj})b_f|b^+_g\rangle\rangle+\mu H\langle\langle(a^+_{-kj}+a_{kj})b_f|b^+_g\rangle\rangle+$$

$$+\frac{1}{2N}\sum_{f_2\nu}J(\nu)e^{i(\nu,f-f_2)}\langle\langle(a^+_{-kj}+a_{kj})e^{i\xi_\nu(ff_2)}(b_f-b_{f_2})|b^+_g\rangle\rangle+ \qquad (3.10)$$

$$+\frac{1}{N}\sum_{f_2\nu}J(\nu)e^{i(\nu,f-f_2)}\langle\langle(a^+_{-kj}+a_{kj})e^{i\xi_\nu(ff_2)}(n_f b_{f_2}-b_f n_{f_2})|b^+_g\rangle\rangle,$$

$$i\frac{d}{dt}\langle\langle(a^+_{-kj}-a_{kj})b_f|b^+_g\rangle\rangle = i\delta(t-t')\Delta(f-g)\langle(a^+_{-kj}-a_{kj})(1-2n_f)\rangle -$$

$$-\omega_j(k)\langle\langle(a^+_{-kj}+a_{kj})b_f|b^+_g\rangle\rangle + \mu H\langle\langle(a^+_{-kj}-a_{kj})b_f|b^+_g\rangle\rangle +$$

$$+\frac{1}{2N}\sum_{f_2\nu}J(\nu)e^{i(\nu,f-f_2)}\langle\langle(a^+_{-kj}-a_{kj})e^{i\xi_\nu(ff_2)}(b_f-b_{f_2})|b^+_g\rangle\rangle + \tag{3.11}$$

$$+\frac{1}{N}\sum_{f_2\nu}J(\nu)e^{i(\nu,f-f_2)}\langle\langle(a^+_{-kj}-a_{kj})e^{i\xi_\nu(ff_2)}(n_f b_{f_2}-b_f n_{f_2})|b^+_g\rangle\rangle +$$

$$+\frac{1}{N}\sum_{f_1f_2\nu}J(\nu)e^{i(\nu,f_1-f_2)}(iN^{-1/2})(\nu, C_f(-k;f_1f_2))\langle\langle e^{i\xi(f_1f_2)}(S_{f_1},S_{f_2})b_f|b^+_g\rangle\rangle.$$

Согласно принятым предположениям применяем следующую процедуру расцепления:

$$\langle\langle(a^+_{-kj}\pm a_{kj})e^{i\xi_\nu(ff_2)}(n_f b_{f_2}-b_f n_{f_2})|b^+_g\rangle\rangle \to$$

$$\to -\bar{n}\langle\langle(a^+_{-kj}\pm a_{kj})e^{i\xi_\nu(ff_2)}(b_f-b_{f_2})|b^+_g\rangle\rangle, \tag{3.12}$$

$$\langle\langle (a^+_{-kj} \pm a_{kj}) e^{i\xi_\nu(ff_2)} (b_f - b_{f_2}) | b^+_g \rangle\rangle \to$$

$$\to \langle e^{i\xi_\nu(ff_2)} \rangle \langle\langle (a^+_{-kj} \pm a_{kj})(b_f - b_{f_2}) | b^+_g \rangle\rangle + \tag{3.13}$$

$$+ \langle e^{i\xi_\nu(ff_2)} \rangle \langle i (a^+_{-kj} \pm a_{kj}) \xi_\nu(ff_2) \rangle \langle\langle b_f - b_{f_2} | b^+_g \rangle\rangle ,$$

$$\langle\langle e^{i\xi_\nu(f_1 f_2)} (S_{f_1}, S_{f_2}) b_f | b^+_g \rangle\rangle \to$$

$$\to \langle e^{i\xi_\nu(f_1 f_2)} \rangle \langle (S_{f_1}, S_{f_2}) \rangle \langle\langle b_f | b^+_g \rangle\rangle . \tag{3.14}$$

Здесь средние $\langle (a^+_{-kj} \pm a_{kj})(1 - 2n_f) \rangle$ вычисляем в нулевом приближении по взаимодействию. Таким образом,

$$\langle (a^+_{-kj} \pm a_{kj})(1 - 2n_f) \rangle = 0 \quad . \tag{3.15}$$

Кроме того, заметим, что

$$\frac{1}{2N} \sum_{f_1 f_2 \nu} J(\nu) e^{-2V_\nu(f_1 - f_2)} \langle (S_{f_1}, S_{f_2}) \rangle (\nu, C_j(-k; f_1 f_2)) e^{i(\nu, f_1 - f_2)} = 0 \tag{3.16}$$

Это легко проверить, используя (2.2) и (3.7) и замечая, что $\langle (S_{f_1}, S_{f_2})\rangle$ в силу трансляционной симметрии системы зависит от разности $f_1 - f_2$. Таким образом, в уравнении (3.11) член, содержащий (S_{f_1}, S_{f_2}), после расцепления (3.14) обратится в нуль.

Применяя в уравнениях (3.10) и (3.11) расцепления (3.12)–(3.14), а также учитывая (2.2), (3,7), (3.15) и (3.16), для смешанных спин-фононных функций Грина получим следующую систему уравнений:

$$i\frac{d}{dt}\langle\langle (a^+_{-kj}+a_{kj})b_f \mid b^+_g\rangle\rangle = -\omega_j(k)\langle\langle (a^+_{-kj}-a_{kj})b_f \mid b^+_g\rangle\rangle +$$

$$+\mu H\langle\langle (a^+_{-kj}+a_{kj})b_f \mid b^+_g\rangle\rangle +$$

$$+\frac{\sigma}{2N}\sum_{f_2\nu} J(\nu)\, e^{-2v_\nu(f-f_2)}\, e^{i(\nu,f-f_2)}\langle\langle (a^+_{-kj}+a_{kj})(b_f-b_{f_2}) \mid b^+_g\rangle\rangle +$$

$$+\frac{i\sigma}{2N}\sum_{f_2\nu}\frac{(2N^0_{kj}+1)(\nu,e_j(-k))}{\sqrt{2NM\omega_j(k)}}\, J(\nu)\, e^{-2v_\nu(f-f_2)}\, e^{i(\nu,f-f_2)}\times$$

$$\times\left(e^{-i(k,f)}-e^{-i(k,f_2)}\right)\langle\langle b_f-b_{f_2} \mid b^+_g\rangle\rangle, \qquad (3.17)$$

$$i\frac{d}{dt}\langle\langle (a^+_{-kj}-a_{kj})b_f \mid b^+_g\rangle\rangle = -\omega_j(k)\langle\langle (a^+_{-kj}+a_{kj})b_f \mid b^+_g\rangle\rangle +$$

$$+\mu H\langle\langle (a^+_{-kj}-a_{kj})b_f \mid b^+_g\rangle\rangle +$$

$$+\frac{\sigma}{2N}\sum_{f_2\nu} J(\nu)\, e^{-2v_\nu(f-f_2)}\, e^{i(\nu,f-f_2)}\langle\langle (a^+_{-kj}-a_{kj})(b_f-b_{f_2}) \mid b^+_g\rangle\rangle -$$

$$-\frac{i\sigma}{2N}\sum_{f_2\nu}\frac{(\nu, e_j(-k))}{\sqrt{2MN\omega_j(k)}} J(\nu)\, e^{-2V_\nu(f-f_2)}\, e^{i(\nu, f-f_2)} \times \tag{3.18}$$

$$\times\left(e^{-i(k,f)} - e^{-i(k,f_2)}\right) \langle\langle b_f - b_{f_2} | b_g^+ \rangle\rangle ,$$

где

$$N^0_{kj} = \left(e^{\frac{\omega_j(k)}{\theta}} - 1\right)^{-1} \quad - \tag{3.19}$$

средние числа фононов с энергией $\omega_j(k)$ при температуре θ .

Уравнения (3.9), (3.17) и (3.18) образуют замкнутую систему уравнений для функций Грина $\langle\langle b_f | b_g^+ \rangle\rangle$ и $\langle\langle (a^+_{-kj} \pm a_{kj})\, b_f | b_g^+ \rangle\rangle$.

4. Решение системы уравнений для функций Грина

Система уравнений (3.9), (3.17) и (3.18) имеет довольной сложный вид. Решим ее при двух дополнительных упрощающих предположениях.

Во-первых, примем, что функция $2V_\nu(g)$ (ср.(3.8)) быстро убывает с ростом g , так что можно, как и в работе /4/, ограничиться приближением

$$J(\nu)\, e^{-2V_\nu(g)} = J(\nu)\, e^{-2W_\nu(0) + 2W_\nu(g)} \approx J(\nu)\, e^{-2W_\nu(0)} \equiv \tilde{J}(\nu), \tag{4.1}$$

где

$$2W_\nu(0) = \frac{\nu^2}{3NM}\sum_{kj}\frac{1}{2\omega_j(k)}\operatorname{cth}\frac{\omega_j(k)}{2\theta}$$

является фактором Дебая-Валлера. Предположение о быстром убывании $2V_\nu(g)$ с ростом g делается обычно в теории рассеяния рентгеновских лучей кристаллами (ср., например,[7]).

Во-вторых, в дальнейшем будем пренебрегать процессами переброса и учтём только нормальные процессы во взаимодействии между фононами и магнитными возбуждениями.

При принятых предположениях, совершая фурье-преобразование по времени

$$\langle\langle \ldots \mid \ldots \rangle\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \langle\langle \ldots \mid \ldots \rangle\rangle_E \, e^{-iEt} \, dE,$$

и переходя в паули-операторах к обратному пространству

$$b_f = N^{-1/2} \sum_q b_q \, e^{i(q,f)},$$

$$b_f^+ = N^{-1/2} \sum_q b_q^+ \, e^{-i(q,f)}, \tag{4.2}$$

систему уравнений (3.9), (3.17) и (3.18) для рассматриваемых функций Грина можно привести к следующему виду:

$$\{E - \tilde{\tilde{E}}(q)\} \langle\langle b_q \mid b^+_{q'} \rangle\rangle = \frac{i\sigma}{2\pi} \Delta(q - q') +$$

$$+ \frac{i\sigma}{2} \sum_{kj} (2MN\omega_j(k))^{-1/2} \{(k, e_j(k)) [\tilde{\tilde{J}}(q-k) - \tilde{\tilde{J}}(k)] - \tag{4.3}$$

$$- (q, e_j(k))] \tilde{\tilde{J}}(q-k) - \tilde{\tilde{J}}(q)] \} \langle\langle (a^+_{-kj} + a_{kj}) b_{q-k} \mid b^+_{q'} \rangle\rangle,$$

$$\{E-\tilde{\tilde{E}}(q)\} \langle\langle (a^+_{-kj}+a_{kj})b_q | b^+_{q'} \rangle\rangle + \omega_j(k) \langle\langle (a^+_{-kj}-a_{kj})b_q | b^+_{q'} \rangle\rangle =$$

$$= \frac{i\sigma(2N^0_{kj}+1)}{2\sqrt{2MN\,\omega_j(k)}} \{ (k, e_j(-k))[\tilde{\tilde{J}}(k) - \tilde{\tilde{J}}(q+k)] + \tag{4.4}$$

$$+ (q, e_j(-k))[\tilde{\tilde{J}}(q) - \tilde{\tilde{J}}(q+k)\} \langle\langle b_{q+k} | b^+_{q'} \rangle\rangle ,$$

$$\omega_j(k) \langle\langle (a^+_{-kj}+a_{kj})b_q | b^+_{q'} \rangle\rangle + \{E-\tilde{\tilde{E}}(q)\} \langle\langle (a^+_{-kj}-a_{kj})b_q | b^+_{q'} \rangle\rangle =$$

$$= \frac{-i\sigma}{2\sqrt{2MN\,\omega_j(k)}} \{ (k, e_j(-k))[\tilde{\tilde{J}}(k) - \tilde{\tilde{J}}(q+k)] + \tag{4.5}$$

$$+ (q, e_j(-k))[\tilde{\tilde{J}}(q) - \tilde{\tilde{J}}(q+k)] \} \langle\langle b_{q+k} | b^+_{q'} \rangle\rangle ,$$

где

$$\tilde{\tilde{E}}(q) = \mu H + \frac{1}{2}\sigma\{ \tilde{\tilde{J}}(0) - \tilde{\tilde{J}}(q) \} ,$$

$$\tilde{\tilde{J}}(q) = J(q)\, e^{-2W_q(0)} , \tag{4.6}$$

В уравнениях (4.3)-(4.5) мы не пишем индекса E при $\langle\langle \ldots | \ldots \rangle\rangle$, так как в дальнейшем это сокращение не вызовет никаких недоразумений.

Формула (4.6) определяет в первом приближении энергию магнитных возбуждений в ферромагнитном кристалле, перенормированную за счёт спин-фононного взаимодействия. Она была получена впервые в работе [4].

Приводим к более удобному виду систему уравнений (4.3) – (4.5). Введем обозначение

$$A_j(q;k) = \frac{-i\sigma}{2\sqrt{2MN\omega_j(k)}} \{ (k, e_j(k)) [\tilde{J}(k) - \tilde{J}(q-k)] + \qquad (4.7)$$

$$+ (q, e_j(k)) [\tilde{J}(q-k) - \tilde{J}(q)] \}$$

и совершим в (4.4) и (4.5) замену $\vec{q} \to \vec{q} - \vec{k}$. Тогда система уравнений (4.3) – (4.5) примет особенно простой вид:

$$\{ E - \tilde{E}(q) \} \ll b_q \mid b^+_{q'} \gg = \frac{i\sigma}{2\pi} \Delta(q-q') +$$

$$+ \sum_{kj} A_j(q;k) \ll (a^+_{-kj} + a_{kj}) b_{q-k} \mid b^+_{q'} \gg , \qquad (4.8)$$

$$\{ E - \tilde{E}(q-k) \} \ll (a^+_{-kj} + a_{kj}) b_{q-k} \mid b^+_{q'} \gg +$$

$$+ \omega_j(k) \ll (a^+_{-kj} - a_{kj}) b_{q-k} \mid b^+_{q'} \gg = \qquad (4.9)$$

$$= (2N^0_{kj} + 1) A^*_j(q;k) \ll b_q \mid b^+_{q'} \gg ,$$

$$\omega_j(k) \ll (a^+_{-kj} + a_{kj}) b_{q-k} \mid b^+_{q'} \gg +$$

$$+\{E-\tilde{E}(q-k)\}\ll (a^{+}_{-kj}-a_{kj})b_{q-k}|b^{+}_{q'}\gg =$$

(4.10)

$$=-A^{*}_{j}(q;k)\ll b_{q}|b^{+}_{q'}\gg .$$

Из (4.9) и (4.10) следует, что

$$\ll (a^{+}_{-kj}+a_{kj})b_{q-k}|b^{+}_{q'}\gg =$$

$$=\frac{A^{*}_{j}(q;k)\{(2N^{0}_{kj}+1)[E-\tilde{E}(q-k)]+\omega_{j}(k)\}}{[E-\tilde{E}(q-k)]^{2}-\omega^{2}_{j}(k)}\ll b_{q}|b^{+}_{q'}\gg =$$

(4.11)

$$=A^{*}_{j}(q;k)\left\{\frac{N^{0}_{kj}}{E-\tilde{E}(q-k)+\omega_{j}(k)}+\frac{N^{0}_{kj}+1}{E-\tilde{E}(q-k)-\omega_{j}(k)}\right\}\ll b_{q}|b^{+}_{q'}\gg ,$$

$$\ll (a^{+}_{-kj}-a_{kj})b_{q-k}|b^{+}_{q'}\gg =$$

$$=A^{*}_{j}(q;k)\frac{\{E-\tilde{E}(q-k)+(2N^{0}_{kj}+1)\omega_{j}(k)\}}{[E-\tilde{E}(q-k)]^{2}-\omega^{2}_{j}(k)}\ll b_{q}|b^{+}_{q'}\gg =$$

(4.12)

$$=A^{*}_{j}(q;k)\left\{\frac{N^{0}_{kj}}{E-\tilde{E}(q-k)+\omega_{j}(k)}-\frac{N^{0}_{kj}+1}{E-\tilde{E}(q-k)-\omega_{j}(k)}\right\}\ll b_{q}|b^{+}_{q'}\gg$$

Таким образом, нам удалось выразить смешанную спин-фононную функцию Грина через спиновую. Окончательно, подставляя (4.11) в уравнение (4.8), для спиновой функции Грина получаем следующее выражение:

$$\langle\langle b_q \mid b^+_{q'} \rangle\rangle = \frac{i\,\sigma}{2\pi}\;\frac{\Delta(q-q')}{E-\bar{\bar{E}}(q)-M_q(E)}\,, \tag{4.13}$$

где массовый оператор $M_q(E)$ имеет вид:

$$M_q(E) = \sum_{kj} \left| A_j(q;k) \right|^2 \left\{ \frac{N^0_{kj}}{E-\bar{\bar{E}}(q-k)+\omega_j(k)} + \frac{N^0_{kj}+1}{E-\bar{\bar{E}}(q-k)-\omega_j(k)} \right\}. \tag{4.14}$$

Пользуясь спектральной теоремой для функций Грина /3,6/ и учитывая (3.3), (4.2), можно получить уравнение для определения σ:

$$\sigma = 1 - \frac{2}{N}\sum_q \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\,\mathrm{Im}\,\langle\langle b_q \mid b^+_q \rangle\rangle_{\omega+i\delta}}{\exp(\omega/\theta)-1}\,d\omega\,,\quad \delta \to +0\,. \tag{4.15}$$

Энергия магнитных возбуждений и их затухание (обратное время жизни) определяются функцией Грина (4.13). Определяя вещественную и мнимую части массового оператора

$$M_q(\omega+i\delta) = M_q(\omega) - i\,\Gamma_q(\omega)$$

(ω - вещественное) и принимая во внимание тождество

$$\frac{1}{x + i\delta} = P \frac{1}{x} - i \pi \delta (x)$$

(P - означает главное значение), получим (см. более подробно /3/ и /6/) уравнение для энергии магнитных возбуждений $\epsilon(q)$:

$$\epsilon (q) = \tilde{\tilde{E}} (q) + M_q(\epsilon (q)), \tag{4.16}$$

где

$$M_q(\omega) = P \sum_{kj} | A_j(q;k) |^2 \left\{ \frac{N^0_{kj}}{E - \tilde{\tilde{E}}(q-k) + \omega_j(k)} + \frac{N^0_{kj} + 1}{E - \tilde{\tilde{E}}(q-k) - \omega_j(k)} \right\}, \tag{4.17}$$

и выражение для затухания $\Gamma_q(\omega)$ (обратного времени жизни)

$$\Gamma_q(\omega) = \pi \sum_{kj} | A_j(q;k) |^2 \{ N^0_{kj} \delta (\omega - \tilde{\tilde{E}}(q-k) + \omega_j(k)) +$$

$$+ (N^0_{kj} + 1) \delta (\omega - \tilde{\tilde{E}} (q-k) - \omega_j(k)) \} . \tag{4.18}$$

Таким образом, применяя метод, предложенный в работе [4], мы получили уравнения для энергии магнитных возбуждений в ферромагнитном кристалле и их затухание, обусловленное спин-фононным взаимодействием. Мы учитывали только однофононные процессы (процессы рассеяния и распада магнитных возбуждений с участием фонона), так как, видимо, они обладают наибольшей вероятностью. В отличие от других работ (например, [2]) мы вышли за рамки спин-волнового приближения и в качестве первого приближения для невзаимодействующих спиновой и фононной подсистемы использовали, соответственно, приближение хаотических фаз и псевдогармоническое приближение. Таким образом, нам удалось получить дополнительную перенормировку энергий магнитных возбуждений и их затухание, которые могут быть существенными, особенно в области высоких температур. Мы получили эти результаты, предполагая, что обменный интеграл является функцией расстояния между атомами, и не вводили дополнительно феноменологических констант спин-фононного взаимодействия.

Как применение полученных нами результатов, в следующем разделе мы рассмотрим вопрос о затухании магнитных возбуждений в ферромагнитном кристалле, актуальной в связи с последними экспериментальными исследованиями.

5. Оценка затухания магнитных возбуждений, обусловленного спин-фононным взаимодействием

Мы оценим теперь затухание магнитных возбуждений с энергией $\omega = \tilde{E}(q)$ (ср. (4.6)). Из (4.16) следует, что $\tilde{E}(q)$ описывает в первом приближении по спин-фононному взаимодействию энергию магнитных возбуждений в ферромагнетике.

Чтобы получить явную зависимость $\tilde{E}$ от квазимпульса $\vec{q}$, воспользуемся следующей зависимостью обменного интеграла $I(r)$

от расстояния между атомами r [9]:

$$I(r) = I\lambda \frac{\exp(-r/\lambda)}{r}, \quad I > 0, \quad r > 0. \tag{5.1}$$

λ имеет смысл эффективного радиуса действия обменных сил, I – энергия обменного взаимодействия.

Фурье–компонента (5.1) имеет вид:

$$J(q) = J \frac{1}{1+\lambda^2 q^2}, \qquad J = \frac{4\pi\lambda^3}{v} I \equiv z_{eff} I \tag{5.2}$$

(v – объем элементарной ячейки).

z_{eff} можно интерпретировать как эффективное число соседей, т.е. число атомов, находящихся внутри сферы взаимодействия.

Для перенормированной фурье–компоненты обменного интеграла $\tilde{J}(q)$ (ср. (4.6)) примем следующие приближения:

$$\tilde{J}(q) = J(q)\, e^{-2W_q(0)} \approx J(q)\,[\,1 - 2W_q(0)\,] \quad . \tag{5.3}$$

В случае кубического кристалла [7]:

$$2W_q(0) = q^2 \bar{u}^2 ,$$

$$\bar{u}^2 = \frac{1}{6NM} \sum_{kj} \frac{1}{\omega_j(k)} \operatorname{cth} \frac{\omega_j(k)}{2\theta} , \tag{5.4}$$

где $\overline{u^2}$ –среднеквадратичное смещение атома из положения равновесия.

Учитывая (5.3) и (5.4) для $\tilde{E}(q)$ (4.6), получим:

$$E(q) = \mu H + \frac{1}{2}\tilde{J}\sigma\frac{\lambda^2 q^2}{1+\lambda^2 q^2},$$

$$\tilde{J} = J\left(1 + \frac{\overline{u^2}}{\lambda^2}\right). \tag{5.5}$$

Для фононной системы примем модель Дебая. В этом приближении для продольных и поперечных фононов имеет место линейный закон дисперсии

$$\omega_{\parallel}(k) = c_1 k, \qquad \omega_{\perp}(k) = c_2 k, \tag{5.6}$$

где c_1 и c_2– соответственно продольная и поперечная скорости звука. Выберем векторы поляризации следующим образом:

$$\vec{e}_1(k) \perp \vec{e}_2(k) \perp \vec{k}; \quad \vec{e}_3(k) \parallel \vec{k} \tag{5.7}$$

и перейдем в выражении для затухания $\Gamma_q(\tilde{E}(q)) \equiv \Gamma_q$ (4.18) от суммирования по зоне Бриллуэна к интегрированию по сфере Дебая с радиусом $k_m = (6\pi^2/v)^{1/3}$:

$$\frac{1}{N}\sum_k \ldots \rightarrow \frac{v}{(2\pi)^3}\int_0^{2\pi} d\phi \int_{-1}^{1} d\xi \int_0^{k_m} dk\, k^2 \ldots \tag{5.8}$$

$\xi = \cos\theta$, $v = a^3$ – объем кубической элементарной ячейки. Дальше представим затухание Γ_q (4.18) в виде суммы членов, описывающих процессы взаимодействия с продольными и поперечными фононами:

$$\Gamma_q = \Gamma_q^{||} + \Gamma_q^{\perp} , \tag{5.9}$$

и ограничимся рассмотрением затухания магнитных возбуждений с малыми квазиимпульсами: $q \ll q_m \approx \frac{1}{a}$, Тогда, учитывая (4.7), (4.18), (5.5) – (5.9), получим:

$$\Gamma_q^{||} = \frac{a^3 \tilde{\tilde{E}}(q)}{8\pi M c_1} \int_{-1}^{1} d\xi \int_0^{k_m} dk\, k^2 (2q\xi^2 - 3k\xi + q)^2 \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{\exp(c_1 k/\theta) - 1} \delta(k - 2q\xi - 2q_{||}) + \right. \tag{5.10}$$

$$\left. + \frac{\exp(c_1 k/\theta)}{\exp(c_1 k/\theta) - 1} \delta(k - 2q\xi + 2q_{||}) \right\} ,$$

$$\Gamma_q^{\perp} = \frac{a^3 \tilde{\tilde{E}}(q)}{8\pi M c_2} \int_{-1}^{1} d\xi (1 - \xi^2) \int_0^{k_m} dk\, k^2 (k - 2q\xi)^2 \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{\exp(c_2 k/\theta) - 1} \delta(k - 2q\xi - 2q_{\perp}) + \right. \tag{5.11}$$

$$\left. + \frac{\exp(c_2 k/\theta)}{\exp(c_2 k/\theta) - 1} \delta(k - 2q\xi + 2q_{\perp}) \right\} ,$$

где

$$q_{||} = p_1 [\sigma (1 + \frac{\overline{u^2}}{\lambda^2})]^{-1}, \qquad p_1 = \frac{c_1}{J\lambda^2},$$

$$q_{\perp} = p_2 [\sigma (1 + \frac{\overline{u^2}}{\lambda^2})]^{-1}, \qquad p_2 = \frac{c^2}{J\lambda^2}, \tag{5.12}$$

$$\tilde{E}(q) \approx \frac{1}{2} J \lambda^2 \sigma (1 + \frac{\overline{u^2}}{\lambda^2})\ q^2 . \tag{5.13}$$

(мы приняли внешнее магнитное поле H равным нулю, $H = 0$).

Величины $q_{||}$ и $q_{\perp}$ имеют простой физический смысл, а именно: это пороговые значения квазиимпульсов для процессов испускания, соответственно продольного и поперечного фононов магнитным возбуждением. Они зависят от температуры через намагниченность (отнесенную к одному узлу) σ, средний квадрат смещения $\overline{u^2}$ и скорости звука c_1 и c_2. Если пренебречь температурной зависимостью c_1 и c_2 (она в обыкновенных кристаллах слаба) и принять: $\lambda \approx a, q_m \approx a^{-1}$ $\theta_D \approx c_1/a \approx c_2/a$ (в единицах $\hbar = 1$), $J a^2 \approx 10\, \theta_c\, q_m^{-2}$, то для $q_{||}$ и $q_{\perp}$ получим следующую оценку:

$$q_{||} \approx q_{\perp} \approx 0{,}1\ \frac{\theta_D}{\theta_c}\, q_m\, [\sigma (1 + \frac{\overline{u^2}}{\lambda^2})]^{-1}, \tag{5.14}$$

где θ_c -температура Кюри, θ_D -температура Дебая.

При $\theta \approx 0$ $\quad [\sigma (1 + \frac{\overline{u^2}}{a^2})]^{-1} \approx 1$ и пороговый импульс $(q_{||}, q_{\perp}) \approx 0{,}1\, (\theta_D / \theta_c)\, q_m \ll q_m$, что совпадает с оценкой, основанной на спин-волновом приближении, приведенной в работе Кащеева и Кривоглаза /2/. С ростом температуры пороговый импульс растёт, в основном за счёт убывания σ. Фактор $(1 + \overline{u^2}/a^2)$

вносит незначительную поправку, так как $\overline{u^2}/a^2 \ll 1$ (при температуре плавления кристалла $\overline{u^2}/a^2 \approx \frac{1}{16}$).

При температурах, близких θ_0 (но $< \theta_0$), $q_{||}$ и $q_{\perp}$ могут достичь значений порядка максимального импульса q_m .

В формулах (5.10) и (5.11) выполним интегрирование по k , учитывая при этом, что $q < q_m$. В зависимости от того, какая из возможностей $q \gtrless (q_{||}, q_{\perp})$ выполняется, получим разные выражения, которые с помощью обозначений

$$z_1 = q/q_{||}, \qquad z_2 = q/q_{\perp}, \tag{5.15}$$

$$f(x, z_1, \theta) = \frac{1}{z_1^3} \frac{x^2(4x^2 - 2x - 2 - z_1^2)^2}{\exp(2c_1 q_{||} x/\theta) - 1}, \tag{5.16}$$

$$g(x; z_2, \theta) = \frac{1}{z_2^3} \frac{x^2[z_2^2 - (x-1)^2]}{\exp(2c_2 q_{\perp} x/\theta) - 1}, \tag{5.17}$$

запишем в виде

$$\Gamma_q^{||} \approx \frac{\tilde{E}(q) a^3 q_{||}^4}{2\pi M c_1} \begin{cases} \int\limits_0^{z_1+1} f(x; z_1, \theta)\, dx - \int\limits_0^{z_1-1} f(-x; z_1, \theta)\, dx & \text{при} \quad z_1 > 1, \\ \int\limits_{1-z_1}^{1+z_1} f(x; z_1, \theta)\, dx & \text{при} \quad z_1 < 1. \end{cases} \tag{5.18}$$

$$\Gamma_q^{\perp} \approx \frac{2\tilde{E}(q)a^8 q_{\perp}^4}{\pi M c_2} \begin{cases} \int\limits_0^{z_2+1} g(x;z_2,\theta)dx - \int\limits_0^{z_2-1} g(-x;z_2,\theta)dx & \text{при} \quad z_2>1, \\ \int\limits_{1-z_2}^{1+z_2} g(x;z_2,\theta)dx & \text{при} \quad z_2<1. \end{cases} \tag{5.19}$$

Формулы (5.18) и (5.19) позволяют, в принципе, при заданных q и θ и известной зависимости σ от θ (которая получается из уравнения (4.15)), вычислить затухание магнитных возбуждений, обусловленное спин-фононным взаимодействием. Так как точное решение уравнения для σ представляет трудности, для оценочных вычислений затухания можно воспользоваться решениями уравнения для σ, полученными без учёта спин-фононного взаимодействия. В предыдущей работе /4/ было показано, что учёт колебания атомов при слабом спин-фононном взаимодействии мало изменяет значения σ.

6. Обсуждение

Интегралы в формулах (5.18) и (5.19) элементарно не берутся. При произвольном $\vec{q}$ и θ надо выполнить численное интегрирование. Поэтому здесь мы рассмотрим только поведение затухания в граничных случаях. Имея в виду оценочный характер полученных формул, примем, что продольная и поперечная скорости звука одинаковы и что радиус действия обменных сил - порядка постоянной решетки $\lambda = a$. Дальше не будем выписывать явной зависимости скорости звука и среднеквадратического смещения $\overline{u^2}$ от температуры.

Рассмотрим затухание при $\theta = 0$. Причиной затухания являются процессы распада магнитных возбуждений за счёт возбуждения колебаний решетки. В полученных формулах полагаем $\sigma = 1$. Исследование общих формул (5.18) и (5.19) с учётом принятых предположений приводит к следующим результатам:

$$\Gamma_q^{\parallel} \approx \begin{cases} 0 & \text{при} \quad q < q_0 , \\ \dfrac{3\tilde{\tilde{E}}(q)\, a^3 q_0^4}{2\pi M c} \left(\dfrac{q}{q_0} - 1\right)^3 & 0 < q - q_0 \ll q_0 , \\ \dfrac{8\tilde{\tilde{E}}(q)\, a^3}{7\pi M c}\, q^4 & \text{при} \quad q \gg q_0 \end{cases} \tag{6.1}$$

$$\Gamma_q^{\perp} \approx \begin{cases} 0 & \text{при} \quad q < q_0 , \\ \dfrac{\tilde{\tilde{E}}(q)\, a^3 q_0^4}{3\pi M c} \left(\dfrac{q}{q_0} - 1\right) & \text{при} \quad 0 < q - q_0 \ll q_0 , \\ \dfrac{4\tilde{\tilde{E}}(q)\, a^3 q_0^2}{15\pi M c}\, q^2 & \text{при} \quad q \gg q_0 , \end{cases} \tag{6.2}$$

где $$q_0 = \frac{c}{J a^2}\left(1 + \frac{\overline{u^2}}{a^2}\right)^{-1} \equiv p\left(1 + \frac{\overline{u^2}}{a^2}\right)^{-1} \tag{6.3}$$

является пороговым квазиимпульсом для процессов распада. Если пренебречь перенормировкой, связанной с колебаниями решетки, то формулы (6.1) и (6.2) с точностью до числовых коэффициентов совпадают с результатами работы Кащеева и Кривоглаза /2/.

Перейдем к рассмотрению затухания при температурах, отличных от нуля.

Если выполняется условие

$$q \ll q_0 \sigma^{-1} \tag{6.4}$$

(вклад в затухание дают процессы рассеяния магнитных возбуждений фононами), то из (5.18) и (5.19) мы получим следующие приближенные формулы для затухания:

$$\Gamma_q^{\parallel} \approx \frac{16\, a^3 q_0^4}{\pi M c \sigma^4} \; \frac{\tilde{E}(q)}{\exp(2 c q_0/\theta\sigma) - 1}, \tag{6.6}$$

$$\Gamma_q^{\perp} \approx \frac{8\, a^3 q_0^4}{3\pi M c \sigma^4} \; \frac{\tilde{E}(q)}{\exp(2 c q_0/\theta\sigma) - 1}, \tag{6.5}$$

справедливые в целом интервале температур $0 \leq \theta < \theta_c$. При $\theta \to 0$ затухание экспоненциально убывает, стремясь к нулю (при $\theta \to 0$ причиной затухания являются процессы распада, см.выше). С ростом θ затухание растёт, причём особенно быстрый рост происходит в области температр, близких температуре Кюри за счёт уменьшения σ. Такой ход затухания действительно налбюдается в экспериментальных исследованиях магнитных возбуждений в ферромагнетиках(см., например, обзор [8]).

Наконец, мы рассмотрим затухание магнитных возбуждений в области температур, где выполняется условие

$$\theta_0 \equiv 2 c q_0 \ll \theta\sigma < \theta_c \, , \tag{6.7}$$

а также при некоторых других значениях квазимпульсов, чем в (6.4).Применяя тот же метод, что и в разделе 5, для θ_0 можно получить следующую оценку:

$$\theta_0 \approx 0{,}2 \left(\frac{\theta_D}{\theta_c} \right)^2 \theta_0 \, . \tag{6.8}$$

Далее, если для σ как функции θ воспользоваться результатами, полученными в приближении хаотических фаз без учёта спин-фононного взаимодействия [3], то из простых рассуждений следует, что условие (6.7) будет хорошо выполняться в интервале температур: $\theta_D \lesssim \theta \lesssim 0{,}9\,\theta_c$. В рассматриваемой области температур затухание описывается следующими приближенными формулами:

$$\Gamma_q^{||} \approx \begin{cases} \dfrac{10 \tilde{E}(q) a^3 q_0^4}{\pi M c \sigma^3} \left[1 + \dfrac{107}{150} \left(\dfrac{q\sigma}{q_0} \right)^2 \right] \dfrac{\theta}{\theta_0} & \text{при} \quad q \lesssim q_0 \, , \\ \dfrac{7 \tilde{E}(q) a^3 q_0 q^3}{6 \pi M c} \left[1 + \dfrac{48}{49} \dfrac{\theta_0 q}{\theta q_0} \right] \dfrac{\theta}{\theta_0} & \text{при} \quad q \gg q_0 \, ; \end{cases} \tag{6.9}$$

$$\Gamma_q^{\perp} \approx \begin{cases} \dfrac{8\tilde{E}(q)a^3 q_0^4}{3\pi M c \sigma^3} \; \dfrac{\theta}{\theta_0} & \text{при } q \lesssim q_0, \\[2ex] \dfrac{\tilde{E}(q)a^3 q_0^3 q}{\pi M c \sigma^2} \left[1 + \dfrac{4}{15} \dfrac{\theta_0}{\theta} \dfrac{q}{q_0}\right] \dfrac{\theta}{\theta_0} & \text{при } q \gg q_0 . \end{cases} \qquad (6.10)$$

В заключение приведем некоторые численные оценки затухания. Для этого примем следующие значения параметров: $M = 10^{-22}$ г, $c = 5.10^5$ см/сек, $a = 3\text{Å}$, $\theta_D / \theta_o = 0{,}4$.
Тогда, согласно (5.14) и (6.8), получим; $q_0 \approx 4 \cdot 10^{-2} q_m, (q_m \approx \frac{1}{a}), \theta_0 \approx 3 \cdot 10^{-3} \theta_o$
Оценим затухание при температурах: $\theta = 0$; $0{,}3\,\theta_o$, $0{,}76\,\theta_o$.
Для σ воспользуемся значениями, полученными в приближении случайных фаз без учёта спин-фононного взаимодействия. Для простой кубической решетки имеем (см., /3/ стр. 270):

$$\sigma = 1 \quad \text{при} \quad \theta = 0,$$

$$\sigma = 0{,}94 \quad \text{при} \quad \theta = 0{,}3\,\theta_o ,$$

$$\sigma = 0{,}65 \quad \text{при} \quad \theta = 0{,}76\,\theta_o$$

Результаты вычислений запишем в обычной системе единиц.

При $q = 0{,}5\,q_m \gg q_0$ с учётом (5.13) (6.1-2), (6.9-10), получим:

$$\theta = 0, \qquad \Gamma_q^{\parallel} \approx 10^{-2}\, \tilde{E}(q)/\hbar \approx 10^{-1}\theta_o/\hbar ,$$

$$\theta = 0{,}3\,\theta_o , \quad \Gamma_q^{\parallel} \approx 10^{-2}\tilde{E}(q)/\hbar \approx 10^{-1}\theta_o/\hbar ,$$

$$\theta = 0{,}76\,\theta_o , \quad \Gamma_q^{\parallel} \approx \tilde{E}(q)/\hbar \approx 10\,\theta_o/\hbar .$$

При всех значениях θ $\Gamma_q^{\perp}$ значительно меньше $\Gamma_q^{||}$.

Если же $q = 0{,}5\, q_o < q_o$, то согласно (6.5), с учётом (5.13), получим:

при $\theta = 0{,}3\, \theta_c$ $\Gamma_q^{||} \approx 10^{-5} \tilde{E}(q)/\hbar \approx 10^{-7} \theta_c/\hbar$,

при $\theta = 0{,}76\, \theta_c$ $\Gamma_q^{||} \approx 10^{-4} \tilde{E}(q)/\hbar \approx 10^{-6} \theta_c/\hbar$.

$\Gamma_q^{\perp}$ на порядок величины меньше $\Gamma_q^{||}$.

Отметим, что в интервале температур $0{,}15\, \theta_c \le \theta \le 0{,}98\, \theta_c$ затухание возрастает примерно на три порядка величины.

Таким образом, из наших предварительных оценок следует, что особенно сильный рост затухания магнитных возбуждений, обусловленного их взаимодействием с фононами, имеет место в непосредственной близости от точки Кюри. В остальной области температур затухание мало и может быть большим только при больших значениях квазиимпульса q.

В заключение подчеркнем, что полученные в этой работе формулы для энергии и затухания магнитных возбуждений могут быть пригодны в качестве формул для интерпретации экспериментальных данных по исследованию магнитных возбуждений в ферромагнетиках. Обобщение использованного в работе метода на случай $S > 1/2$ не представляет труда.

Тема этой работы была предложена профессором С.В.Тябликовым. Его советы, указания и замечания были для автора большой помощью.

Автор выражает свою глубокую признательность профессору Д.Н.Зубареву и Н.М.Плакиде за плодотворные обсуждения.

Литература

1. А.И.Ахиезер, В.Г.Барьяхтар, М.И.Каганов. УФН, 71, 553 (1960); 72, 3 (1960).
2. В.Н.Кащеев, М.А.Кривоглаз. ФТТ, 3, 1541 (1961).
3. С.В.Тябликов. Методы квантовой теории магнетизма, Наука, Москва, 1965.
4. С.В.Тябликов и Г.Конвент. Препринт ОИЯИ, Дубна, Р4-3794, 1968; Physics Letters, 27A, 130 (1968).
5. Н.М.Плакида, Т.Шиклош. Препринт ОИЯИ, Дубна, Р4-3449, 1967; Acta Phys. Hungarica (в печати).
6. Н.Н.Боголюбов, С.В.Тябликов. ДАН СССР, 126, 53 (1959); Д.Н.Зубарев, УФН, 71, 71 (1960).
7. А.Марадулин, Э.Монтролл, Дж.Вейсс. Динамическая теория кристаллической решетки в гармоническом приближении, Мир, Москва, 1965.
8. H.B.Møller. Inelastic Scattering of Neutrons SM-104/205 (IAEA 1968).
9. H.S.Bennet. Ann. Phys. (N.Y.), 39, 127 (1965).

Рукопись поступила в издательский отдел
9 августа 1968 года.