

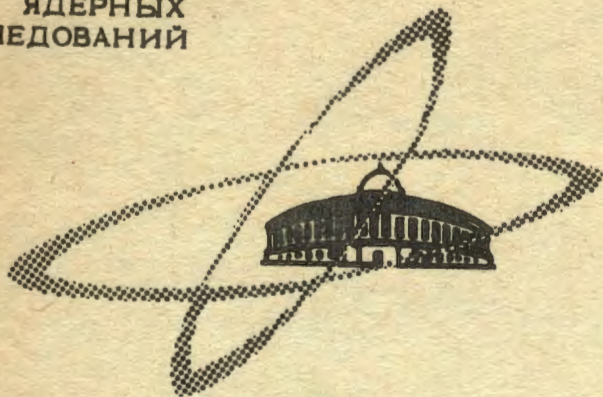
Л-844

ЯФ, 1969, т. 9, в. 2, с. 349-356

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р4 - 3941



В.К.Лукиянов, И.Ж.Петков, Ю.С.Поль

УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ  
НА ЯДРАХ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ  
РАСПРЕДЕЛЕНИИ ПЛОТНОСТИ ЗАРЯДА

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1968

P4 - 3941

В.К.Лукьянов, И.Ж.Петков, Ю.С.Поль

УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ  
НА ЯДРАХ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ  
РАСПРЕДЕЛЕНИИ ПЛОТНОСТИ ЗАРЯДА

Направлено в ЯФ



7424/3 нр.

## 1. Постановка задачи

До последнего времени считалось твердо установленным, что распределение плотности заряда в средних и тяжелых ядрах имеет фермиевский вид

$$\rho_F(\mathbf{x}) = \rho_0 \phi^{(0)}(\mathbf{x}); \quad \int \rho_F(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = 1 \quad (1)$$

$$\phi^{(0)}(\mathbf{x}) = \frac{1}{1 + \exp \frac{x-R}{b}} \quad (2)$$

Основанием для этого служили многочисленные экспериментальные данные по упругому рассеянию электронов с  $E = 200-350$  Мэв при переданных импульсах  $q < q_0 = 2 \phi^{-1}$ . Однако недавно /1/ в группе Хофштадтера были проведены измерения на изотопах Са при энергии  $E=750$  Мэв в области больших переданных импульсов вплоть до  $q = 3.3\phi^{-1}$ . При этом оказалось, что начиная с  $q_0$  дифференциальное сечение невозможно описать с помощью принятого (фермиевского) распределения заряда (1). Авторам удалось подобрать новую, ферми-подобную плотность  $\rho_H$ , которая дает согласие с экспериментом во всей области наблюдаемых углов. Как и следовало ожидать, это распределение существенно отличается от фермиевского лишь в центре ядра и имеет там отклонения осциллирующего характера от постоянного значения  $\rho_0$ , что качественно соответствует расчетам плотности по модели оболочек.

С другой стороны, еще ранее /2/ был проведен анализ среднеквадратичных радиусов  $\bar{R} = \sqrt{\langle x^2 \rangle}$  для ряда средних и тяжелых ядер на базе

фермиевской плотности, который привел к выводу о систематическом отклонении  $\bar{R}$  от закона  $A^{1/3}$  с ростом атомного номера ядра.

В связи с этим возникают вопросы, является ли найденное для изотопов  $Ca$  распределение  $\rho_n$  /1/ однозначно определенным, можно ли старому экспериментальному материалу по другим ядрам (при  $q < q_0$ ) сопоставить другие, ферми-подобные плотности  $\rho$  с характерными отклонениями в центре ядра и получить в связи с этим новые значения среднеквадратичных радиусов.

Поиски ответа на подобные вопросы, связанные с обработкой экспериментальных данных, каждый раз упираются в необходимость заново численно решать уравнение Дирака для вновь вводимой пробной плотности  $\rho$ , что связано с большими трудностями.

В связи с этим ниже предлагается простой способ нахождения дифференциальных сечений упругого рассеяния для любой формы плотности  $\rho(x)$ . Суть его состоит в построении удобного набора ортонормированных функций, каждая из которых имеет полюсные знаменатели (разд.2). Это позволяет с помощью развитого ранее /3/ полюсного метода высокоэнергетического приближения представить сечение в аналитическом виде (разд. 3). В последнем, четвертом разделе дается анализ точности получаемых таким способом результатов в сравнении с точными численными расчетами для  $\rho_n$ . Там же дано обсуждение результатов и расчеты сечений для  $Ni$  с плотностью  $\rho$ , предсказываемой в рамках микромодели ядра /4/.

## 2. Плотность заряда

Наша задача – дать простой аналитический способ вычисления сечения рассеяния для плотности любого ферми-подобного вида (т.е. с экспоненциально спадающим “хвостом”). С этой целью построим систему ортонормированных функций  $\Phi_n$ , которая удовлетворяет следующим основным требованиям: во-первых, ряд, полученный при разложении по этим функциям ферми-подобной плотности  $\rho(x)$ , достаточно быстро сходится, и, во-вторых, каждая из функций  $\Phi_n$  имеет полюсные особенности, что важно для применения полюсного метода вычисления амплитуды /3/.



Для построения системы воспользуемся указанием Инопина /5/ на существование удобных базисных функций – производных от ферми-плотности:

$$\phi^{(m)}(x) = \frac{d^m}{dx^m} \phi^{(0)}(z) = \frac{d^m}{dx^m} \left( \frac{1}{1 + \exp z} \right)$$

$$z = \frac{x - R}{b} . \quad (3)$$

Все они имеют полюса в точках  $x_n^{\epsilon} = R + i \epsilon \pi b (2s + 1)$ , ( $s=0, 1, \dots; \epsilon = \pm 1$ ). Запишем функции (3) в явном виде. При  $m \neq 0$

$$\phi^{(m)}(x) = \frac{e^x}{(1 + e^x)^2} \sum_{k=0}^{m-1} (-1)^{k+1} (k+1)! D(m, k) \left( \frac{e^x}{1 + e^x} \right)^k , \quad (4)$$

где коэффициенты  $D(m, k)$  подчиняются рекуррентным соотношениям

$$D(m, k) = \sum_{i=1}^{m-k} (k+1)^{i-1} D(m-i, k-1); \quad D(m, 0) = 1 . \quad (5)$$

Действуя в (5) по индукции, можно получить замкнутое выражение для  $m$ -й производной

$$\phi^{(m)}(x) = \frac{e^x}{(1 + e^x)^2} \sum_{k=0}^{m-1} (k+1) \sum_{i=0}^k (-1)^{i+1} (i+1)^{m-1} C_1^k \left( \frac{e^x}{1 + e^x} \right)^k , \quad (6)$$

которая представляет собой полином  $m$ -й степени от  $\left( \frac{e^x}{1 + e^x} \right)$ .

Теперь с помощью процедуры Шмидта построим из (6) ортонормированную систему функций  $\Phi_n(x)$  в области  $0 \leq x < \infty$ , где задаются функции плотности заряда. Именно

$$\Phi_n(x) = N_n \Psi_n(x) \quad (7)$$

$$\Psi_n(x) = \phi^{(n)}(x) - \sum_{k=1}^n \alpha_{n-k}^n \Phi_n(x). \quad (8)$$

Здесь

$$N_n = \left[ \int_0^{\infty} \Psi_n \Psi_n dx \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (9)$$

$$\alpha_{n-k}^n = \int_0^{\infty} \phi^{(n)} \Phi_{n-k} dx, \quad \alpha_n^0 = 0. \quad (10)$$

Таким образом, любую ферми-подобную плотность  $\rho(x)$  можно представить в виде ряда

$$\rho(x) = \rho_0 \sum_{n=0}^{\infty} A_n \Phi_n(x), \quad (11)$$

где

$$A_n = \frac{1}{\rho_0} \int_0^{\infty} \rho(x) \Phi_n(x) dx, \quad (12)$$

а  $\rho_0$  определяется из условия нормировки

$$\int \rho(x) d^3x = 1. \quad (13)$$

На практике из-за сходимости ряда (11) берется в расчет небольшое число  $n_{\max} = N \approx 10$  первых слагаемых, при этом, как видно из (7), (8), для определения первых  $N$  функций  $\Phi_n(x)$  требуется задать также  $N$  нижайших гармоник  $\phi^{(m)}$  ( $m=0, \dots, N$ ). Это обстоятельство позволяет для удобства дальнейших расчетов представлять плотность заряда в виде ряда по неортонормированной системе (6)

$$\rho(\mathbf{x}) = \rho_0 \sum_{m=0}^{\infty} a_m \phi^{(m)}(\mathbf{x}), \quad (14)$$

где коэффициенты  $a_m$  определяются из системы уравнений

$$\sum_{m=0}^{\infty} a_m \int_0^{\infty} \phi^{(m)}(\mathbf{x}) \Phi_n(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = A_n. \quad (15)$$

Нами установлено (разд.4), что если для описания какой-либо плотности  $\rho$  достаточно  $N < 12$  гармоник, то более экономно отыскивать коэффициенты  $a_m$  прямо по методу наименьших квадратов ( $\chi^2$ -метод) с базисом  $\phi^{(m)}(\mathbf{x})$  (6).

Далее заметим, что теперь уже  $R$  и  $b$ , входящие в определение функций (6),(7), являются параметрами базиса и теряют свой первоначальный смысл радиуса полуспада плотности и ширины слоя размазки у границы ядра, который они имели в простой ферми-плотности (1). Более того, быстрота сходимости ряда (11) или (14) сильно зависит от удачного выбора этих параметров.

### 3. Дифференциальные сечение

В высокоэнергетическом приближении ( $E \gg V$ ) амплитуда упругого рассеяния электронов при  $qR > 1$  имеет следующий вид <sup>/3/</sup>

$$f(\theta) = \frac{2k\gamma}{q^2} (u_f^+ u_i^-) F(q), \quad (16)$$

где

$$F(q) = -i 2\pi q \sum_{\epsilon=\pm 1} \epsilon \int_0^{\infty} \frac{G(\mathbf{x}, \epsilon)}{q^2} e^{i\epsilon q x + i\Phi(\mathbf{x}, \epsilon)} \rho(\mathbf{x}) x d\mathbf{x} \quad (17)$$

есть формфактор,  $u_1$  и  $u_2$  - спиноры, соответствующие импульсам

$$\vec{k}_1 \text{ и } \vec{k}_2, q = 2k \sin \frac{\theta}{2} - \text{переданный импульс, а } \gamma = \frac{x}{137} \quad (\hbar = c = 1).$$

В явном виде  $\Phi$ ,  $G$  и  $q_{\text{эфф}}$  даны в работе /3/ (частный случай борновского приближения следует из (17) при  $\Phi = 0, G = 1, q_{\text{эфф}} = q$ ). По сравнению с остальной частью подынтегрального выражения эти функции слабо зависят от переменной  $x$ , поэтому их производными можно пренебречь.

Подставляя теперь в (17) разложение (14) для плотности заряда и меняя порядок дифференцирования и интегрирования, получаем

$$F(q) = \sum_m a_m F^{(m)}(q) \quad (18)$$

$$F^{(m)}(q) = (-b)^m \frac{\partial^m}{\partial R^m} F^{(0)}(q). \quad (19)$$

Здесь  $F^{(0)}(q)$  есть формфактор (17) с ферми-плотностью  $\rho_F = \rho_0 \phi^{(0)}(x, R, b)$  (1), который был найден ранее в явном виде с помощью полюсного метода /3/. Напомним, что для этого в интегралах (17) с  $\rho = \rho_F$  делался переход на комплексную плоскость  $x$ , где контуры интегрирования проводились на бесконечном удалении в 1-ом (для  $\epsilon = +1$ ) и 4-ом (для  $\epsilon = -1$ ) квадрантах и замыкались на мнимую ось. В результате формфактор  $F^{(0)}$  выражался через сумму вычетов в полюсах ферми-плотности  $x_n^\epsilon = R + i \epsilon \pi b (2s + 1); (s = 0, 1, \dots)$

$$F^{(0)}(q) = 4\pi^2 q b \rho_0 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\epsilon=\pm 1} \frac{G(x_n^\epsilon, \epsilon)}{q_{\text{эфф}}^2 (x_n^\epsilon, \epsilon)} x_n^\epsilon \cdot e^{i q x_n^\epsilon \epsilon + 1} \Phi(x_n^\epsilon, \epsilon). \quad (20)$$

В правую часть (20) следует включить еще добавку  $\Delta^{(0)}(q)$ , возникающую от разности интегралов с  $\epsilon = +1$  и  $\epsilon = -1$  по мнимой оси. Однако, используя верхние оценки /3/



$$|F^{(0)}| \approx \frac{\pi R}{q} e^{-\pi b q}, \quad |\Delta^{(0)}| \approx \frac{2b^2}{(1+b^2 q^2)^2} e^{-\frac{R}{b}}, \quad (21)$$

легко показать, что при

$$q < q_{lim} \approx \frac{R}{\pi b^2}. \quad (22)$$

Этой добавкой  $\Delta^{(0)}$  в фермиевском формфакторе  $F^{(0)}(q)$  (20) всегда можно пренебречь. В более общем случае (18) вкладом от мнимой оси можно пренебречь, если для любого  $m$ -слагаемого выполняется условие

$$|a_m F^{(m)}| \gg \left| \sum_{m=0}^N a_m \Delta^{(m)} \right|. \quad (23)$$

Коэффициенты  $a_m$  являются, вообще говоря, знакопеременными, поэтому мы значительно занижим предельные значения  $q_{lim}$ , если сделаем замену  $\left| \sum_{m=0}^N a_m \Delta^{(m)} \right| \approx N |a_0| |\Delta^{(N)}|$ , и, используя (20) и (22), получим уравнение на  $q_{lim}$

$$(q_{lim} b)^{m-2} (1 + q_{lim}^2 b^2)^2 \sqrt{m^2 + q_{lim}^2} R^2 e^{-q_{lim} \pi b} = \frac{2}{\pi} N \frac{|a_0|}{|a_m|} e^{-\frac{R}{b}}. \quad (24)$$

Например, верхние оценки при  $R=4\phi$ ,  $b=0,5\phi$ ,  $\frac{|a_0|}{|a_N|} = 10^4$ ,  $N=10$  (см. раздел 4) дают условие  $q < q_{lim} \approx 6\phi^{-1}$ , при котором можно пренебречь вкладом от мнимой оси. Приведем теперь окончательное выражение для любой  $F^{(m)}$  "гармоники" формфактора (18), которые получаются в рамках исходных приближений:  $E \gg V$ ,  $qR \gg 1$ ,  $q < q_{lim}$ . Дифференцируя  $F^{(0)}$   $m$  раз по  $R$  и пренебрегая при этом слабой зависимостью от  $x$  функции  $S(x) = \frac{G(x)}{q^2(x)}$ ,  $e^{i\Phi(x)}$ , получаем после подстановки в (19)

$$F^{(m)}(q) = -4\pi^2 q b^2 \rho_0 (-1)^{m-1} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\epsilon=\pm 1} \frac{G(x_n^\epsilon, \epsilon)}{q^2 \operatorname{ЭфФ}(x_n^\epsilon, \epsilon)} [b q \operatorname{ЭфФ}(x_n^\epsilon, \epsilon)]^{m-1} \cdot (m+i q \operatorname{ЭфФ}(x_n^\epsilon, \epsilon) x_n^\epsilon) e^{i\epsilon q x_n^\epsilon + i\Phi(x_n^\epsilon, \epsilon)} \quad (25)$$

Здесь каждый последующий член ряда по  $\nu$  меньше предыдущего в  $e^{2\pi q b}$  раз, поэтому практически всегда можно ограничиваться двухполюсным приближением  $\nu=0$ , если  $q > (2\pi b)^{-1}$ ,

$$F^{(m)}(q) = -4\pi^2 q b^2 \rho_0 (-1)^{m-1} \sum_{\epsilon=\pm 1} \frac{G(x_0^\epsilon, \epsilon)}{q^2 \operatorname{ЭфФ}(x_0^\epsilon, \epsilon)} [b q \operatorname{ЭфФ}(x_0^\epsilon, \epsilon)]^{m-1} \cdot (m+i q \operatorname{ЭфФ}(x_0^\epsilon, \epsilon) x_0^\epsilon) e^{i\epsilon q x_0^\epsilon + i\Phi(x_0^\epsilon, \epsilon)} \quad (26)$$

В более общем случае в (25) удается провести суммирование по всем полюсам  $\nu$ , вынося из под суммы слабую функцию  $C(x)$  в точке главного вклада  $x_0^\epsilon = R + i\epsilon\pi b$ . Тогда

$$F^{(m)}(q) = -4\pi^2 q b^2 \rho_0 (-1)^{m-1} \sum_{\epsilon} \frac{G(x_0^\epsilon, \epsilon)}{q^2 \operatorname{ЭфФ}(x_0^\epsilon, \epsilon)} [b q \operatorname{ЭфФ}(x_0^\epsilon, \epsilon)]^{m-1} \quad (27)$$

$$[(m+i q \operatorname{ЭфФ}(x_0^\epsilon, \epsilon) R - \epsilon q \operatorname{ЭфФ}(x_0^\epsilon, \epsilon) \pi b \operatorname{ctgh} \pi q b)] \frac{\exp i[\epsilon q R + \Phi(x_0^\epsilon, \epsilon)]}{\operatorname{sh} q \pi b}$$

Все эти выражения (25)-(27) при  $m=0$  переходят в обычные форм-факторы ферми-плотности  $\rho_F$ .

Таким образом, дифференциальное сечение упругого рассеяния электронов на ядре с плотностью произвольного вида равно

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} \left| \sum_{m=0}^N a_m F^{(m)}(q) \right|^2, \quad (28)$$

где  $F^{(m)}(q)$  заданы в явном виде формулами (25)-(27). В принципе, коэффициенты  $a_m$  можно рассматривать <sup>/5/</sup> как новые параметры (наряду с  $R$  и  $b$ ), которые следует вводить для описания экспериментальных данных по мере роста  $q$ . Однако из обработки данных группы Хофштадтера <sup>/1/</sup> (разд.4) следует, что, начиная с определенного значения  $q=q_0$ , вклад в сечение дают сразу много гармоник  $m \neq 0$ , поэтому, видимо, более удобно сразу задавать плотность  $\rho(x)$ , руководствуясь физическими соображениями, и уже после этого отыскивать сечение рассеяния.

#### 4. Обсуждение

Дадим некоторые примеры расчетов по изложенному выше методу. Прежде всего убедимся в практической возможности описания плотности произвольного ферми-подобного вида с помощью ряда (11). Для сравнения возьмем плотность  $\rho_N$ , предложенную в работе <sup>/1/</sup> для ядер  $^{40}\text{Ca}$  и  $^{48}\text{Ca}$  (там же дан ее явный вид), и плотность для  $^{58}\text{Ni}$ , рассчитанную в рамках микро модели ядра с определенного вида остаточными взаимодействиями <sup>/4/</sup>. Их графики приведены в виде сплошных линий на верхней части рисунков 1,2, и 3, соответственно.

С помощью ЭВМ по формулам (7)-(10) строилась система функций  $\Phi_n$  и находились коэффициенты  $A_n$  для выбранных плотностей. Число членов ряда  $N$  в (11) считалось достаточным, если относительное отклонение

$$\delta = \frac{\rho(x) - \sum_{n=0}^N A_n \Phi_n(x)}{\rho(x)}$$

для любого  $x$  не превышало  $\pm 0,2\%$ . Такие отклонения и вызываемые ими изменения в дифференциальных сечениях отложить на графиках рис.1-3 практически не удается. Расчеты показывают, что во всех случаях быстрота сходимости ряда зависит от выбора параметров  $R$  и  $b$  (при этом всегда  $|A_n| > |A_{n+1}|$ ,  $|A_0|/|A_N| = 10^3 + 10^4$ ). Так, например, при соответствующих фермиевских параметрах  $R = 3,6685$ ,  $b = 0,5839$  для  $^{40}\text{Ca}$ ;  $R = 3,7569$ ,  $b = 0,5245$  для  $^{48}\text{Ca}$  и  $R = 4,28$ ,  $b = 0,566$  для  $^{58}\text{Ni}$  необходимо брать  $N = 14 + 16$ , а при  $R = 3,0$  и  $b = 0,6$  во всех трех случаях оказывается достаточно  $N = 8-10$  (при  $\delta = 0,2\%$ ) Вообще же было установлено, что на практике лучше выбирать  $R$  вблизи начала быстрого экспоненциального спада плотности, а  $b$  можно сохранять фермиевским.

Заметим, что система  $\Phi_n$  удобна для формального построения сходящегося ряда при разложении плотности  $\rho(x)$ . Использовать же ее практически, особенно при небольших  $N = 10$ , неудобно, так как для перехода от  $A_n$  к  $a_n$  приходится дополнительно решать систему уравнений (15). Поэтому более экономным оказывается  $\chi^2$ -метод, где при заданных  $R$ ,  $b$  и  $N$  коэффициенты  $a_m$  находятся как подгоночные параметры при минимизации плотности  $\rho(x)$  с помощью базиса  $\phi_n^{(m)}(x)$ . Как и ожидалось, проведенная численная проверка показала, что сечения, рассчитанные этими двумя способами (в каждом из трех вышеупомянутых примеров), полностью совпадали. Оказалось также, что при больших  $N = 12$  время расчетов в обоих случаях сравнивается, а при  $N = 14 + 16$  первый путь предпочтительнее.

На рис.1 и 2 приведены дифференциальные сечения упругого рассеяния электронов при энергии  $E = 750$  Мэв на  $^{40}\text{Ca}$  и  $^{48}\text{Ca}$ , соответственно <sup>1/</sup>. Сплошными толстыми линиями даны результаты точных численных расчетов <sup>1/</sup>, а простым пунктиром - наши расчеты по формуле двухполюсного приближения (26) при одних и тех же плотностях заряда (нарисованы сверху сплошными линиями). Всюду видно хорошее совпаде-

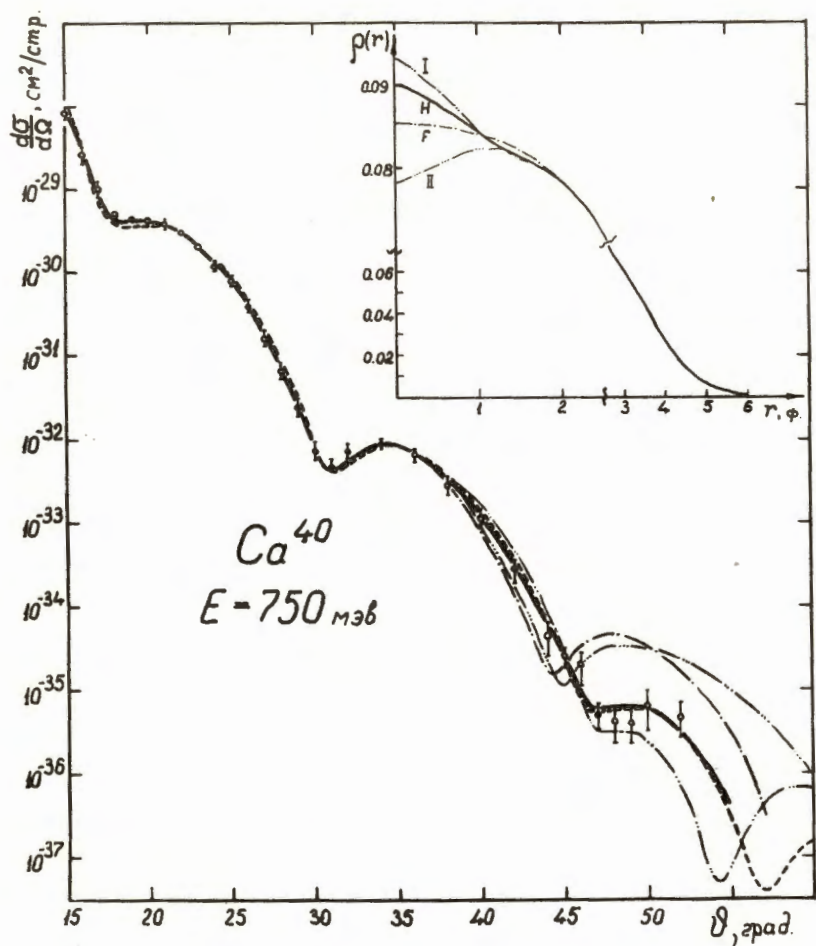


Рис.1. Дифференциальные сечения упругого рассеяния электронов на ядре  $^{40}\text{Ca}$  для изображенных сверху распределений плотности заряда. Сплошными кривыми даны результаты точных расчетов [1], пунктиром - расчеты по формуле (26) двухполюсного приближения с теми же параметрами, штрих-пунктирные кривые соответствуют распределениям I, II и F (фермиевское).



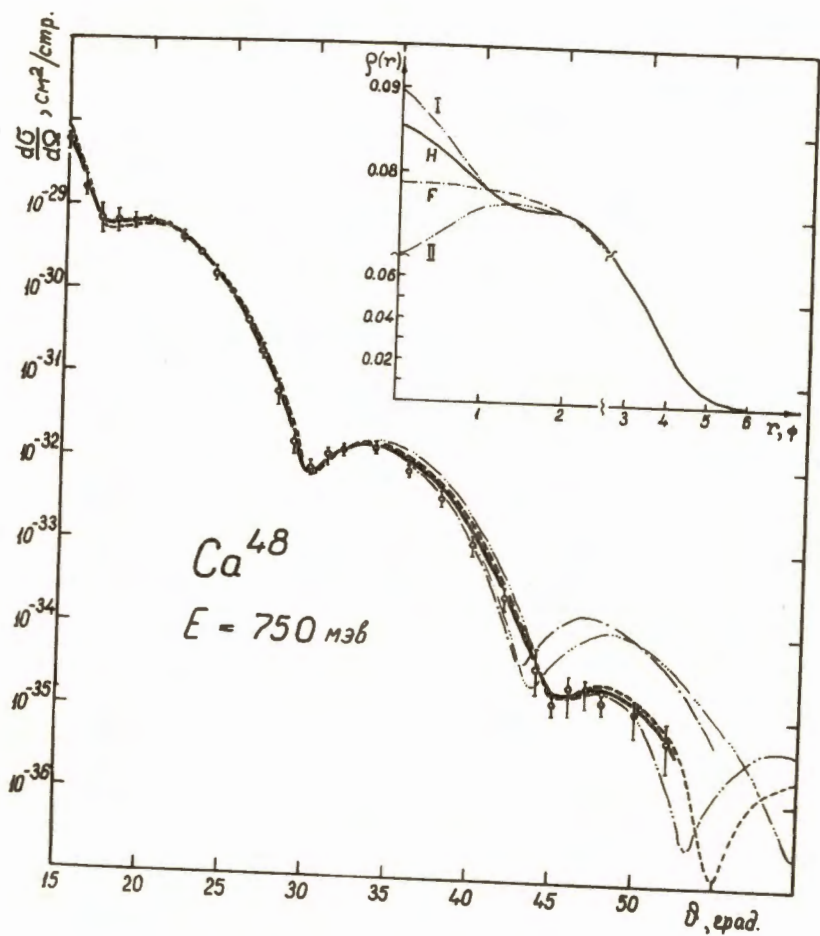


Рис.2. Дифференциальные сечения упругого рассеяния электронов на ядре  $^{48}Ca$  для изображенных сверху распределений плотности заряда. Сплошными кривыми даны результаты точных расчетов<sup>1/</sup>, пунктиром - расчеты по формуле (26) двухполюсного приближения с теми же параметрами, штрих-пунктирные кривые соответствуют распределениям I, II и F (фермиевского).

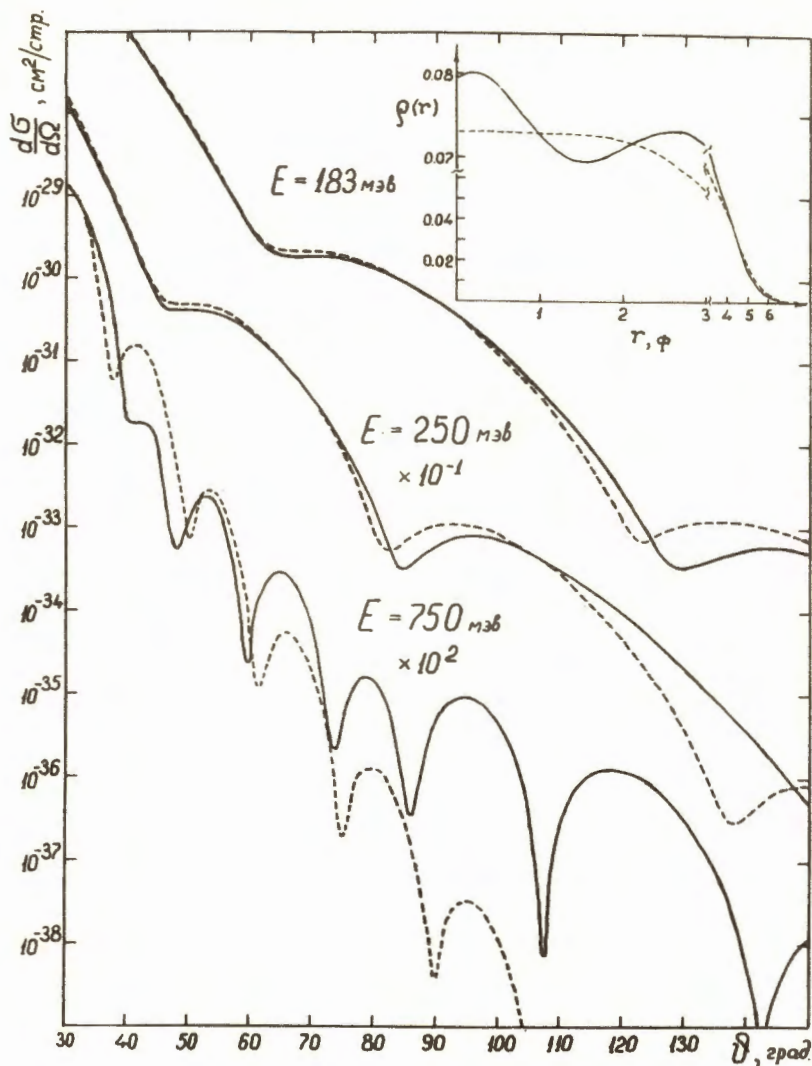


Рис.3. Зависимость от энергии дифференциальных сечений рассеяния электронов на  $^{58}\text{Ni}$  для фермиевской плотности (пунктирные кривые) и плотности, рассчитанной в работе <sup>14/</sup> (сплошные кривые). Расчеты выполнены по формуле (26). Соответствующие среднеквадратичные радиусы  $\bar{R}_F = 3.925 \text{ ф}$  и  $\bar{R} = 3.851 \text{ ф}$ .

ние точных и наших расчетов, а небольшое расхождение связано, как и ранее, с приближениями в выражениях для  $\Phi$ ,  $G$  и  $q_{\text{эфф}}^{1/3}$ .

Поскольку разработанный метод оказывается довольно простым, то были сделаны расчеты с другими, произвольного вида плотностями заряда. На тех же рис.1 и 2 штрих-пунктирными линиями приведены некоторые из таких расчетов (соответствующие им плотности нарисованы ненормированными). Оказывается, например, что изменения формы плотности внутри ядра, начиная с  $x < R_0$  ( $R_0 = 2\phi$  для  $^{40}\text{Ca}$  и  $^{48}\text{Ca}$  и  $R_0 = 3\phi$  для  $^{58}\text{Ni}$ ), приводят к изменениям сечения лишь при  $q > q_0 = 2.2\phi^{-1}$ . Кроме того, среднеквадратичные радиусы (для  $^{40}\text{Ca}$ :  $\bar{R}_N = 3.491$ ,  $R_I = 3.492$ ,  $R_{II} = 3.4888$ ; для  $^{48}\text{Ca}$ :  $\bar{R}_N = 3.4668$ ,  $R_I = 3.470$ ,  $R_{II} = 3.4674$ ) заметно изменились по сравнению с фермиевскими ( $\bar{R}_F = 3.5748$  для  $^{40}\text{Ca}$  и  $R_F = 3.4897$  для  $^{48}\text{Ca}$ ). Таким образом следует, по-видимому, более тщательно проанализировать большой экспериментальный материал по многим ядрам при  $q < q_0$ , чтобы выяснить, насколько однозначные сведения дают они о традиционной ферми-плотности и среднеквадратичных радиусах.

На рис.3 дан расчет для  $^{58}\text{Ni}$ , показывающий, как меняется характер угловых распределений для ферми-плотности и плотности, рассчитанной в работе <sup>14/</sup>, с ростом энергии падающих электронов. Видно, в частности, что при низкой энергии ( $E \approx 186$  Мэв) невозможно выявить осциллирующий характер плотности.

#### Л и т е р а т у р а

1. J.B. Bellicard, P. Bounin, R.F. Frosch, R. Hofstadter, J.S. McCarthy, F.J. Uhrhane and M.R. Yearian and B.C. Clark and R. Herman and D.G. Ravenhall. Phys. Rev. Letters 19, 9, 1967.
2. L.R.B. Elton. Phys. Rev., 158, 4, 1967.
3. И.Ж.Петков, В.К.Лукьянов, Ю.С.Поль. Ядерная физика, т.4, 1, 1986.
4. J.T. Reynolds and D.S. Onley. Nucl. Phys. 66, 1, 1965.
5. Е.В.Инонин. Программа и тезисы докладов 17 ежегодного совещания по ядерной спектроскопии, Харьков, 1967.

Рукопись поступила в издательский отдел  
24 мая 1968 года.