ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р4 - 3671

Г.Конвент, Т.Шиклош

НАМАГНИЧЕННОСТЬ И СПЕКТР ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ ОДНООСНОГО АНИЗОТРОПНОГО ФЕРРОМАГНЕТИКА

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1968

Р4 - 3671

Г.Конвент, Т.Шиклош

НАМАГНИЧЕННОСТЬ И СПЕКТР ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ ОДНООСНОГО АНИЗОТРОПНОГО ФЕРРОМАГНЕТИКА

Направлено в Physica Status Solidi

В работе[1] было получено уравнение для относительной намагниченности и был определен спектр элементарных возбуждений для одноосного анизотропного ферромагнетика. Результаты были получены методом двухвременных температурных функций Грина, где был использован некоторый специальный прием для расцепления высших функций Грина. Для определения направления вектора намагниченности был использован принцип минимума свободной энергии. В работе[2] показано, что уравнения для определения направления вектора намагниченности можно получить, если потребовать, чтобы функции Грина имели определенные аналитические свойства.

В работе[3] методом двухвременных температурных антикоммутаторных функций Грина исследовалась система, гамильтониан которой совпадает с гамильтонианом изинговской модели с учётом действия поперечного внешнего поля.

Целью настоящей работы является применение предложенного в работе[3] метода к изучению свойств одноосного анизотропного ферромагнетика в гейзенберговской модели.

Заметим, что с помощью развитого метода были, в частности, получены корреляционные функции вида $\langle b_f(t)\, b_g(0)\rangle$, которые при совпадении временных и пространственных аргументов тождественно обращаются в нуль. Кроме того получены выражения для спектра элементарных возбуждений и для относительной намагниченности при разных ориентациях поля относительно оси анизотропии кристалла.

1. Рассмотрим одноосный анизотропный ферромагнетик в гейзенберговской модели спина $S = \frac{1}{2}$. Ось z выбираем по направлению оси анизотропии. Для удобства рассмотрим случай, когда направление внешнего магнитного поля $\vec{H}$

лежит в плоскости (x, z). Тогда гамильтониан системы в простейшем случае анизотропии может быть записан в виде:

$$H = -\frac{1}{2}\sum_{f_1,f_2} I(f_1,f_2)\vec{S}_{f_1}\vec{S}_{f_2} - \frac{1}{2}\sum_{f_1,f_2} R(f_1,f_2)S^z_{f_1} S^z_{f_2} - \tag{1.1}$$

$$-\mu H^x \sum_f S^x_f - \mu H^z \sum_f S^z_f ,$$

где $I(f_1,f_2) = I(|f_1-f_2|) > 0$ – обменный интеграл, $R(f_1,f_2)=R(|f_1-f_2|)$ – добавка к обменному интегралу, связанная с анизотропией, $\vec{S}_f$ –оператор спина электрона, находящегося в узле f решетки, μ – магнетон Бора.

Перейдем от спиновых операторов к операторам Паули с помощью преобразования

$$S^z_f = \frac{1}{2}\{(1-2n_f)\cos\theta - (b^+_f + b_f)\sin\theta\}$$

$$S^x_f = \frac{1}{2}\{(1-2n_f)\sin\theta + (b^+_f + b_f)\cos\theta\} \tag{1.2}$$

$$S^y_f = \frac{i}{2}(b^+_f - b_f),$$

где $n_f = b^+_f b_f$, а параметр преобразования θ будет определен в дальнейшем.

Тогда гамильтониан (1.1) с помощью преобразования (1.2) приводится к виду:

$$H = E_0 - \frac{1}{2}\sum_f \gamma_1(b^+_f + b_f) - \frac{1}{4}\sum_{f_1,f_2}\bar{W}(f_1,f_2)\, b^+_{f_1} b_{f_2} - \tag{1.3}$$

$$-\frac{1}{8}\sum_{f_1,f_2} W(f_1,f_2)(b^+_{f_1}b^+_{f_2} + b_{f_1}b_{f_2}) + \sum_f \gamma_2 n_f -$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{f_1 f_2} V(f_1,f_2)(b^+_{f_1} + b_{f_1})n_{f_2} - \frac{1}{2}\sum_{f_1,f_2} U(f_1,f_2)n_{f_1} n_{f_2}.$$

где введены обозначения

$$U(f_1, f_2) = I(f_1, f_2) + R(f_1, f_2)\cos^2\theta$$

$$V(f_1, f_2) = R(f_1, f_2)\sin\theta\cos\theta$$

$$W(f_1, f_2) = R(f_1, f_2)\sin^2\theta$$

$$\tilde{\tilde{W}}(f_1, f_2) = 2I(f_1, f_2) + W(f_1, f_2) \qquad (1.4)$$

$$\tilde{\tilde{\epsilon}}_1 = \epsilon_1 - \frac{1}{2}V(0) = \mu(H^x\cos\theta - H^z\sin\theta) - \frac{1}{2}R(0)\sin\theta\cos\theta$$

$$\tilde{\tilde{\epsilon}}_2 = \epsilon_1 + \frac{1}{2}U(0) = \mu(H^x\sin\theta + H^z\cos\theta) + \frac{1}{2}(I(0) + R(0)\cos^2\theta)$$

$$E_0 = -\frac{1}{2}\{\epsilon_2 + \frac{1}{4}(I(0) + R(0)\cos^2\theta)\}$$

$$I(0) = \sum_{f_1} I(f_1, f_2), \qquad R(0) = \sum_{f_1} R(f_1, f_2).$$

Для вычисления намагниченности в зависимости от температуры и внешнего магнитного поля будем пользоваться двухвременными запаздывающими антикоммутаторными температурными функциями Грина, как и в работе [3]:

$$G^{(1)}_{gh}(t) = \langle\langle b_g(t)\,|\,b_h(0)\rangle\rangle = \theta(t)\langle b_g(t)\,b_h(0) + b_h(0)\,b_g(t)\rangle.$$

$$G^{(2)}_{gh}(t) = \langle\langle b^+_g(t)\,|\,b_h(0)\rangle\rangle,$$

$$G^{(3)}_{gh}(t) = \langle\langle n_g(t)\,|\,b_h(0)\rangle\rangle. \qquad (1.5)$$

Используя уравнения движения для операторов b_g, b_g^+ и n_g в гейзенберговском представлении с гамильтонианом (1.3), можем записать уравнения для функций Грина (1.5) в виде:

$$
\begin{aligned}
i\frac{d}{dt}G^{(1)}_{gh}(t) &= i\,a_1(g,h)\,\delta(t) - \theta(t)\,\tilde{\tilde{\epsilon}}_1\,\bar{b} + \\
&+ \sum_f \{\tilde{\tilde{\epsilon}}_2\,\Delta(f-g) - \frac{1}{4}\tilde{\tilde{W}}(f,g)\}\,G^{(1)}_{fh}(t) - \frac{1}{4}\sum_f W(f,g)\,G^{(2)}_{fh}(t) + \\
&+ \sum_f \{\tilde{\tilde{\epsilon}}_1\,\Delta(f-g) - \frac{1}{2}V(f,g)\}\,G^{(3)}_{fh}(t) - \frac{1}{2}\sum_f V(f,g)\langle\langle b_g(b_f^+ + b_f)\,|\,b_h\rangle\rangle + \\
&+ \frac{1}{2}\sum_f \tilde{\tilde{W}}(f,g)\langle\langle n_g b_f\,|\,b_h\rangle\rangle + \frac{1}{2}\sum_f W(f,g)\langle\langle b_f^+ n_g\,|\,b_h\rangle\rangle - \\
&- \sum_f U(f,g)\langle\langle b_g n_f\,|\,b_h\rangle\rangle + \sum_f V(f,g)\langle\langle n_f n_g\,|\,b_h\rangle\rangle ,
\end{aligned}
\tag{1.6}
$$

$$
\begin{aligned}
i\frac{d}{dt}G^{(2)}_{gh}(t) &= i\,a_2(g,h)\,\delta(t) + \theta(t)\,\tilde{\tilde{\epsilon}}_1\,\bar{b} - \\
&- \sum_f \{\tilde{\tilde{\epsilon}}_2\,\Delta(f-g) - \frac{1}{4}\tilde{\tilde{W}}(f,g)\}\,G^{(2)}_{fh}(t) + \frac{1}{4}\sum_f W(f,g)\,G^{(1)}_{fh}(t) - \\
&- \sum_f \{\tilde{\tilde{\epsilon}}_1\,\Delta(f-g) - \frac{1}{2}V(f,g)\}\,G^{(3)}_{fh}(t) + \frac{1}{2}\sum_f V(f,g)\langle\langle (b_f^+ + b_f)b_g^+\,|\,b_h\rangle\rangle - \\
&- \frac{1}{2}\sum_f \tilde{\tilde{W}}(f,g)\langle\langle b_f^+ n_g\,|\,b_h\rangle\rangle - \frac{1}{2}\sum_f W(f,g)\langle\langle n_g b_f\,|\,b_h\rangle\rangle + \\
&+ \sum_f U(f,g)\langle\langle n_f b_g^+\,|\,b_h\rangle\rangle - \sum_f V(f,g)\langle\langle n_g n_f\,|\,b_h\rangle\rangle ,
\end{aligned}
\tag{1.7}
$$

$$i\frac{d}{dt}G^{(3)}_{gh}(t) = i\,a_3(g,h)\,\delta(t) + \frac{1}{2}\tilde{\tilde{\epsilon}}_1\{G^{(1)}_{gh}(t) - G^{(2)}_{gh}(t)\} -$$

$$-\frac{1}{4}\sum_f \tilde{\tilde{W}}(f,g)\langle\langle b^+_g b_f - b^+_f b_g | b_h\rangle\rangle - \frac{1}{4}\sum_f W(f,g)\langle\langle b^+_f b^+_g - b_f b_g | b_h\rangle\rangle - \tag{1.8}$$

$$-\frac{1}{2}\sum_f V(f,g)\langle\langle (b^+_g - b_g)n_f | b_h\rangle\rangle,$$

где

$$a_1(g,h) = 2\langle b_g b_h\rangle$$

$$a_2(g,h) = 2\langle b^+_g b_h\rangle + \sigma\Delta(g-h)$$

$$a_3(g,h) = 2\langle n_g b_h\rangle + \bar{b}\,\Delta(g-h)$$

$$\sigma = 1 - 2\langle n_f\rangle = 1 - 2\bar{n} \quad .$$

Заметим, что в силу трансляционной симметрии системы средние $\langle b_f\rangle$, $\langle b^+_f\rangle$, $\langle n_f\rangle$ не зависят от номера узла. Отметим также, что имеет место равенство :

$$\langle b_f\rangle = \langle b^+_f\rangle = \bar{b}, \tag{1.9=}$$

вытекающее из усредненного уравнения движения для оператора S^z_f и вида преобразования (1.2).

2. Для получения замкнутой системы уравнений для функций Грина (1.5) высшие функции Грина, появляющиеся в правой части уравнений (1.6) - (1.8), выразим через низшие, применяя расцепление, как и в работе /3/ :

$$\langle\langle b_f b_g | b_h\rangle\rangle \approx \bar{b}\,(G^{(1)}_{fh}(t) + G^{(1)}_{gh}(t)).$$

$$\langle\langle n_g b_f | b_h\rangle\rangle \approx \bar{n}\,G^{(1)}_{fh}(t) + \bar{b}\,G^{(3)}_{gh}(t).$$

$$\langle\langle b^+_f b_g | b_h \rangle\rangle \approx \bar{b}\,(G^{(1)}_{gh}(t) + G^{(2)}_{fh}(t)), \tag{2.1}$$

$$\langle\langle n_g n_f | b_h \rangle\rangle \approx \bar{n}\,(G^{(3)}_{fh}(t) + G^{(3)}_{gh}(t))$$

и аналогичное для остальных высших функций Грина.

Тогда используя в уравнениях (1.6) – (1.8) расцепления типа (2.1) и применяя Фурье-преобразование по временным и пространственным координатам согласно формулам:

$$\begin{aligned} G^{(\alpha)}_{gh}(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} G^{(\alpha)}_{gh}(E)\, e^{-iEt}\, dE\,, \\ G^{(\alpha)}_{gh}(E) &= \frac{1}{N}\sum_{\nu} G^{(\alpha)}_{\nu}(E)\, e^{i(\nu,g-h)}\,, \quad (\alpha = 1,2,3), \end{aligned} \tag{2.2}$$

получим

$$\{E - A(\nu) + B(\nu)\}\, G^{(1)}_{\nu}(E) + B(\nu)\, G^{(2)}_{\nu}(E) - \{2C(\nu) - D(\nu)\}\, G^{(3)}_{\nu}(E) = \tag{2.3}$$

$$= \frac{i}{2\pi E}\{a_1(\nu)E - N\tilde{\epsilon}_1 \bar{b}\,\Delta(\nu)\},$$

$$\begin{aligned} -B(\nu)G^{(1)}_{\nu}(E) + \{E + A(\nu) - B(\nu)\}\, G^{(2)}_{\nu}(E) + \{2C(\nu) - D(\nu)\}\, G^{(3)}_{\nu}(E) &= \\ = \frac{i}{2\pi E}\{a_2(\nu)E + N\tilde{\epsilon}_1 \bar{b}\,\Delta(\nu)\}, \end{aligned} \tag{2.4}$$

$$-C(\nu)\, G^{(1)}_{\nu}(E) + C(\nu)\, G^{(2)}_{\nu}(E) + E\, G^{(3)}_{\nu}(E) = \frac{i}{2\pi}\, a_3(\nu), \tag{2.5}$$

где

$$A(\nu) = A + \frac{1}{2}\sigma I(0)\epsilon_\nu$$

$$B(\nu) = \frac{1}{4}R(\nu)\sin\theta(\sigma\sin\theta + 2\bar{b}\cos\theta)$$

$$C(\nu) = C + \frac{1}{2}\bar{b}I(0)\epsilon_\nu \qquad (2.6)$$

$$D(\nu) = \frac{1}{2}R(\nu)\cos\theta(\sigma\sin\theta + 2\bar{b}\cos\theta).$$

$$A = \mu(H^x\sin\theta + H^z\cos\theta) + \frac{1}{2}R(0)\cos\theta(\sigma\cos\theta - 2\bar{b}\sin\theta)$$

$$C = \frac{1}{2}\mu(H^x\cos\theta - H^z\sin\theta) - \frac{1}{4}R(0)\sin\theta(\sigma\cos\theta - 2\bar{b}\sin\theta)$$

$$\epsilon_\nu = 1 - I(\nu)/I(0).$$

Решая систему уравнений (2.3), (2.5) и используя стандартные методы теории функций Грина (см., например, /4/), получим выражение для спектра элементарных возбуждений системы в виде:

$$E(\nu) = \{A^2(\nu) + 4C^2(\nu) - 2[A(\nu)B(\nu) + C(\nu)D(\nu)]\}^{1/2}, \qquad (2.7)$$

и для Фурье-образов корреляционных функций

$$\Gamma^{(1)}_{gh} = \langle b_g b_h \rangle, \quad \Gamma^{(2)}_{gh} = \langle b^+_g b_h \rangle, \quad \Gamma^{(3)}_{gh} = \langle n_g b_h \rangle \qquad (2.8)$$

получим следующую систему уравнений

$$\{A(\nu)-B(\nu)\}\Gamma_\nu^{(1)} - B(\nu)\Gamma_\nu^{(2)} + \{2C(\nu)-D(\nu)\}\Gamma_\nu^{(3)} =$$

$$= \frac{\sigma}{2}B(\nu) - \frac{\bar{b}}{2}\{2C(\nu)-D(\nu) - N\tilde{\epsilon}_1\Delta(\nu)\}, \qquad (2.9)$$

$$B(\nu)\Gamma_\nu^{(1)} - \{A(\nu)-B(\nu)\}\Gamma_\nu^{(2)} - \{2C(\nu)-D(\nu)\}\Gamma_\nu^{(3)} =$$

$$= \frac{\sigma}{2}\{A(\nu)-B(\nu)-E(\nu)\,\mathrm{cth}\,\frac{1}{2}\beta E(\nu)\} +$$

$$+ \frac{\bar{b}}{2}\{2C(\nu)-D(\nu)-N\tilde{\epsilon}_1\Delta(\nu)\}, \qquad (2.10)$$

$$C(\nu)\{\Gamma_\nu^{(1)} - \Gamma_\nu^{(2)}\} = \frac{\sigma}{2}C(\nu) - \frac{\bar{b}}{2}E(\nu)\,\mathrm{cth}\,\frac{1}{2}\beta E(\nu). \qquad (2.11)$$

Из уравнений (2.9), (2.10) можно получить соотношение:

$$\Gamma_\nu^{(1)} - \Gamma_\nu^{(2)} = \frac{\sigma}{2}\{1 - \frac{E(\nu)}{A(\nu)}\,\mathrm{cth}\,\frac{1}{2}\beta E(\nu)\}. \qquad (2.12)$$

Перейдем теперь к определению параметра преобразования (1.2). Параметр θ определим так, чтобы $\bar{b}$ равнялось нулю:

$$\bar{b} = 0. \qquad (2.13)$$

Учитывая (2.6), (2.13), из (2.11) получаем

$$\mu H^x\cos\theta - (\mu H^z + \frac{1}{2}R(0)\sigma\cos\theta)\sin\theta = 0, \qquad (2.14)$$

так как из (2.12) следует, что по крайней мере одна из величин $\Gamma_\nu^{(1)}, \Gamma_\nu^{(2)}$ не равна нулю. Уравнение (2.14) является, таким образом, уравнением для определения параметра преобразования θ.

Учитывая (2.13), (2.14) и замечая, что

$$\frac{1}{N}\sum_{\nu}\Gamma^{(1)}_{\nu} = \frac{1}{N}\sum_{\nu} < b_f b_g >_{\nu} = < b_f b_f > = 0 \tag{2.15}$$

$$\frac{1}{N}\sum_{\nu}\Gamma^{(2)}_{\nu} = \frac{1}{N}\sum_{\nu} < b^{+}_f b_g >_{\nu} = < b^{+}_f b_f > = \bar{n} = \frac{1-\sigma}{2}, \tag{2.16}$$

из (2.12) получим трансцендентное уравнение для определения относительной намагниченности σ:

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{1}{N}\sum_{\nu}\frac{\tilde{E}(\nu)}{\tilde{A}(\nu)}\,\mathrm{cth}\,\frac{1}{2}\beta\tilde{E}(\nu) = \frac{v}{(2\pi)^3}\int d^3\nu\,\frac{\tilde{E}(\nu)}{\tilde{A}(\nu)}\,\mathrm{cth}\,\frac{1}{2}\beta\tilde{E}(\nu) \tag{2.17}$$

и выражение для спектра элементарных возбуждений

$$\tilde{E}(\nu) = \{\tilde{A}^2(\nu) - 2\tilde{A}(\nu)\tilde{B}(\nu)\}^{1/2}, \tag{2.18}$$

где

$$\tilde{A}(\nu) = \mu H^x \sin\theta + (\mu H^z + \frac{1}{2}R(0)\sigma\cos\theta)\cos\theta + \frac{1}{2}I(0)\sigma\epsilon_{\nu}$$

$$\tilde{B}(\nu) = \frac{1}{4}R(\nu)\sigma\sin^2\theta. \tag{2.19}$$

Заметим, что в предельном случае изотропного ферромагнетика, когда $R(f,g)=0$, получим результаты работы /5/. Намагниченность, согласно (2.14), направлена по направлению внешнего магнитного поля. В случае, когда $I(f.g)=0$, получаем результаты работы /3/.

В дальнейшем отдельно рассмотрим случаи $R(0)>0$ и $R(0)<0$ для некоторых выбранных направлений внешнего магнитного поля.

3. Предположим, что $R(0)>0$.

а) Рассмотрим сначала случай, когда внешнее магнитное поле параллельно оси анизотропии: $H^x=0$, $H^z=H\neq 0$. Тогда уравнение (2.14) имеет вид:

$$\{\mu H+\frac{1}{2}\sigma R(0)\cos\theta\}\sin\theta=0 \tag{3.1}$$

и его решение $\sin\theta=0$, $\theta=0$. В этом случае (2.17) и (2.18) с учётом (2.19) имеют вид:

$$E(\nu)=\mu H+\frac{1}{2}\sigma\{I(0)+R(0)-I(\nu)\}, \tag{3.2}$$

$$\frac{1}{\sigma}=\frac{v}{(2\pi)^3}\int d^3\nu\,\mathrm{cth}\,\frac{1}{2}\beta E(\nu). \tag{3.3}$$

Как видно, в этом случае намагниченность направлена по оси анизотропии.

б) если же внешнее магнитное поле направлено перпендикулярно оси анизотропии $H^x=H\neq 0$, $H^z=0$, то уравнение (2.14) записывается в виде:

$$\{\frac{\mu H}{1/2\;R(0)\sigma}-\sin\theta\}\cos\theta=0 \tag{3.4}$$

и имеет два решения. При

$$\frac{\mu H}{1/2\;R(0)\sigma}>1 \tag{3.5}$$

решением уравнения (3.4) является $\cos\theta=0$, $\theta=\frac{\pi}{2}$. В этом случае, т.е. в случае сильных магнитных полей, намагниченность направлена по направлению внешнего магнитного поля перпендикулярно оси анизотропии, и для (2.17) и (2.18) с учётом (2.19) получим

$$E(\nu)=[\mu H+\frac{1}{2}I(0)\sigma\epsilon_\nu]\{1-\frac{(1/2)\sigma R(\nu)}{\mu H+(1/2)I(0)\sigma\epsilon_\nu}\}^{1/2}, \tag{3.6}$$

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{v}{(2\pi)^3}\int d^3\nu \left\{ 1 - \frac{(1/2)\,\sigma\,R(\nu)}{\mu H + (1/2)\,I(0)\,\sigma\,\epsilon_\nu} \right\}^{1/2} \mathrm{cth}\,\frac{1}{2}\,\beta\,E(\nu(). \tag{3.7}$$

А в случае слабых полей, когда

$$\frac{\mu H}{(1/2)\,R\,(0)\,\sigma} \leq 1\,, \tag{3.8}$$

решением уравнения (3.4) является

$$\sin\theta = \frac{\mu H}{(1/2)\,R(0)\,\sigma}, \tag{3.9}$$

т.е. направление намагниченности не совпадает с направлением внешнего магнитного поля, и (2.17), (2.18) с учётом (2.19) имеют вид:

$$E(\nu) = \frac{1}{2}\sigma[\,I(0) + R(0) - I(\nu)\,]\left\{ 1 - \frac{(2\mu H/R(0)\,\sigma)^2\,R(\nu)}{I(0) + R(0) - I(\nu)} \right\}^{1/2} \tag{3.10}$$

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{v}{(2\pi)^3}\int d^3\nu \left\{ 1 - \frac{(2\mu H/R(0)\,\sigma)^2\,R(\nu)}{I(0) + R(0) - I(\nu)} \right\}^{1/2} \mathrm{cth}\,\frac{1}{2}\,\beta\,E\,(\nu). \tag{3.11}$$

Легко убедиться в том, что при $H = 0$ выражения (3.2), (3.10), а также (3.3), (3.11) дают одинаковый результат:

$$E(\nu) = \frac{1}{2}\,\sigma\,\{\,I(0) + R(0) - I(\nu)\,\}, \tag{3.12}$$

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{v}{(2\pi)^3}\int d^3\nu\ \mathrm{cth}\,\frac{1}{2}\,\beta\,E(\nu) \tag{3.13}$$

и $\theta = 0$, т.е. без внешнего магнитного поля намагниченность направлена по оси анизотропии.

4. Предположим теперь, что $R(0) < 0$.

а) Если внешнее магнитное поле направлено по оси анизотропии $H^x = 0, H^z = H \neq 0$, то уравнение (2.14) имеет вид:

$$\left\{ \frac{2\mu H}{|R(0)|\sigma} - \cos\theta \right\} \sin\theta = 0. \tag{4.1}$$

Его решением в случае сильных полей

$$\frac{2\mu H}{|R(0)|\sigma} > 1 \tag{4.2}$$

является $\sin\theta = 0$, $\theta = 0$, т.е. намагниченность направлена по направлению внешнего магнитного поля, и (2.17), (2.18) с учётом (2.19) запишется в виде:

$$E(\nu) = \mu H + \frac{1}{2}\sigma\{ I(0) - |R(0)| - I(\nu) \}, \tag{4.3}$$

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{v}{(2\pi)^3} \int d^3\nu \; \mathrm{cth}\, \frac{1}{2} \beta E(\nu). \tag{4.5}$$

В случае слабых полей, когда

$$\frac{2\mu H}{|R(0)|\sigma} \leq 1, \tag{4.5}$$

решением уравнения (4.1) является:

$$\cos\theta = \frac{2\mu H}{|R(0)|\sigma} \tag{4.6}$$

и из (2.17), (2.18) с учётом (2.19) получим

$$E(\nu) = \frac{1}{2}\sigma[I(0) - I(\nu)] \left\{ 1 + \frac{|R(\nu)|[1 - (2\mu H/|R(0)|\sigma)^2]}{I(0) - I(\nu)} \right\}^{1/2}. \tag{4.7}$$

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{v}{(2\pi)^3} \int d^3\nu \left\{ 1 + \frac{|R(\nu)|[1 - (2\mu H/|R(0)\sigma)^2]}{I(0) - I(\nu)} \right\}^{1/2} \mathrm{cth}\, \frac{1}{2} \beta E(\nu). \tag{4.8}$$

Рассмотрим, наконец, случай, когда внешнее магнитное поле направлено перпендикулярно оси анизотропии: $H^x = H \neq 0$, $H^z = 0$. Тогда уравнение (2.14) будет иметь вид:

$$\{ \mu H + \frac{1}{2} \sigma | R(0) | \sin \theta \} \cos\theta = 0 \tag{4.9}$$

и его решения $\cos \theta = 0$, $\theta = \frac{\pi}{2}$, т.е. в этом случае намагниченность направлена перпендикулярно оси анизотропии и (2.17), (2.18) с учётом (2.19) запишутся в виде:

$$E(\nu) = [\mu H + \frac{1}{2} \sigma (I(0) - I(\nu))] \{ 1 + \frac{(1/2)\sigma |R(\nu)|}{\mu H + (1/2)\sigma (I(0) - I(\nu))} \}^{1/2}, \tag{4.10}$$

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{v}{(2\pi)^3} \int d^3\nu \{ 1 + \frac{(1/2)\sigma |R(\nu)|}{\mu H + (1/2)\sigma (I(0) - I(\nu))} \}^{1/2} \operatorname{cth} \frac{1}{2} \beta E(\nu). \tag{4.11}$$

И в этом случае можно убедиться в том, что при $H = 0$ (4.7), (4.10), а также (4.8), (4.11) дают одинаковый результат:

$$E(\nu) = \frac{1}{2} \sigma [I(0) - I(\nu)] \{ 1 + \frac{|R(\nu)|}{I(0) - I(\nu)} \}^{1/2}, \tag{4.12}$$

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{v}{(2\pi)^3} \int d^3\nu \{ 1 + \frac{|R(\nu)|}{I(0) - I(\nu)} \}^{1/2} \operatorname{cth} \frac{1}{2} \beta E(\nu) \tag{4.13}$$

и намагниченность направлена перпендикулярно оси анизотропии : $\theta = \frac{\pi}{2}$.

5 Таким образом, нам удалось определить спектр элементарных возбуждений и получить уравнения для определения относительной намагниченности , годные для всего интервала температур в случае положительной и отрицательной анизотропии для некоторых выбранных направлений внешнего магнитного поля.

Заметим, что полученные выражения для спектра элементарных возбуждений совпадают с результатами работы /1/, однако, более последовательная процедура расцеплений позволила получить более точное уравнение для намагниченности, чем в указанной выше работе.

Заметим далее, что примененный в настоящей работе метод в случае изотропного ферромагнетика приводит к результатам, полученным методом расцепления Тябликова /4,5/.

Авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность профессору С.В.Тябликову за ценные советы и обсуждения, а также Н.М.Плакиде за постоянный интерес к работе и обсуждения.

Литература

1. С.В.Тябликов, Т.Шиклош. Acta Phys. Hung., 12, 35 (1960).
2. В.Рыбарска. ФТТ 7, 1436 (1965).
3. Г.Конвент. Препринт ОИЯИ Р4-3599. Дубна, 1967. Physica stat. solidi - (в печати).
4. С.В.Тябликов. Методы квантовой теории магнетизма. НАУКА, Москва, 1965.
5. Н.Н.Боголюбов, С.В.Тябликов, ДАН СССР 126, 53 (1959). С.В.Тябликов, УМЖ 11, 287 (1959)).

Рукопись поступила в издательский отдел
17 января 1968 года.