Б-269

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р4 - 3614

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

В.Г.Барышевский

ЗЕРКАЛЬНОЕ ОТРАЖЕНИЕ НЕЙТРОНОВ И γ -КВАНТОВ

1967.

Р4 - 3614

5542/3 пр.

В.Г.Барышевский

ЗЕРКАЛЬНОЕ ОТРАЖЕНИЕ НЕЙТРОНОВ И γ -КВАНТОВ

Объединенный институт ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

В существующей литературе широко распространено мнение, что коэффициент отражения нейтронов и γ-квантов определяется так же, как и в оптике, показателем преломления n /1,2,3/. Считается, например, при зеркальном отражении назад

$$R = \left| \frac{n - 1}{n + 1} \right|^2, \tag{1}$$

т.е. R зависит только от n – амплитуды упругого когерентного рассеяния вперед $f(0)$.

С другой стороны, физически ясно, что волна нейтронов (γ-квантов), зеркально отраженная от плоской границы вещества, является когерентной суперпозицией волн, рассеянных ядрами в направлении отражения θ. Следовательно, коэффициент отражения R должен зависеть от амплитуды упругого когерентного рассеяния на ядре в указанном направлении, т.е. от $f(\theta)$, а не от $f(0)$. Именно с этим обстоятельством связано различие угловой зависимости коэффициента отражения для света разной поляризации или для света и нейтронов. В частности, применимость для света выражения (1) вытекает просто из того, что для дипольного рассеяния амплитуды рассеяния вперед и назад одинаковы, а отдачей атомов можно пренебречь; выражение (1) справедливо и для очень медленных нейтронов, поскольку для S'- волн амплитуды рассеяния вперед и назад также одинаковы. Следует отметить, что зависимость амплитуды $f(\theta)$, а, следовательно, и коэффициента отражения R, от угла θ, определяется, вообще говоря, двумя факторами. Во-первых, угловой зависимостью амплитуды f, существующей при рассеянии даже на жестко закрепленном центре. Так, если бы ядра были жестко закреплены, то формулы Френеля были бы справедливы и для γ-квантов, испытывающих дипольное рассеяние. Если же, например, имеет место квадрупольное рассеяние, для которого угловая зависимость амплитуды $f(\theta)$ имеет другой вид, то формулы Френеля становятся неприменимыми. И во-вторых, эта зависимость определяется анизотропией рассеяния, возникающей при учете колебаний ядер в среде и определяемой фактором Дебая-Уоллера.

Рассмотрим, например, явление преломления и отражения на плоской границе вещества, состоящего из рассеивателей, колеблющихся независимо друг от друга около некоторых закрепленных положений равновесия. Предположим, далее, что все осцилляторы находятся в одном и том же состоянии, например, в основном (волновая функция состояния $\phi_0(\vec{\xi}_i)$, $\vec{\xi}_i$ - величина отклонения i-го центра от положения равновесия, находящегося в точке $\vec{\eta}_i$). Будем также считать, что применима теория возмущений[x/]. Тогда уравнение Шредингера, описывающее только упругое рассеяние, имеет вид

$$\{\Delta_r + k^2 - \frac{2m}{\hbar^2}\sum_i (\int W(\vec{r} - \vec{\eta}_i - \vec{\xi})|\phi_0(\vec{\xi})|^2 d^3\xi)\}\psi(\vec{r}, \vec{\eta}_1 \ldots \vec{\eta}_N) = 0, \qquad (2)$$

где $\vec{r}$ - координата падающей частицы, k - ее волновое число, $W(\vec{r}-\vec{\eta}_i-\vec{\xi})$ - потенциал взаимодействия частицы с рассеивателем, расположенным в точке $\vec{\eta}_i+\vec{\xi}$.

Пусть положения равновесия осцилляторов хаотически с равномерной плотностью ρ распределены в полупространстве $\eta_z > 0$.

Уравнение для когерентной волны $\langle\psi(\vec{r})\rangle$ получается путем усреднения (2) по координатам $\vec{\eta}_i$, что сводится в наших условиях к интегрированию по $\vec{\eta}_i$ в объеме, занимаемом средой. В результате получаем

$$\{\Delta_r + k^2 - \frac{2m\rho}{\hbar^2} V(z)\} \langle\psi(\vec{r})\rangle = 0, \qquad (3)$$

---

x/ Исследование отражения в произвольном случае можно провести, если воспользоваться результатами общего рассмотрения проблемы эффективного потенциала, действующего на частицу в среде (см.например, /4/).

где величина $V(z) = \iint\limits_{\eta_z > 0} W(\vec{r} - \vec{\eta} - \vec{\xi}) \, |\phi_0(\vec{\xi})|^2 d^3\xi d^3\eta$ не зависит от координат x и y в силу однородности среды по этим координатам.

Рассмотрим уравнение (3) для значений координаты z положительных и много больших амплитуды колебаний рассеивателей a (частица движется в глубине вещества). Величина $\iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \{ \int W(\vec{r} - \vec{\eta} - \vec{\xi}) |\phi_0(\xi)|^2 d^3\xi \} d\eta_x d\eta_y$ при данном значении координаты z как функция η_z отлична от нуля только в слое толщины порядка a. Поэтому для указанных z пределы интегрирования по η_z $[0,\infty]$ можно заменить на $[-\infty, \infty]$, т.е. $V(z) = \iint W(\vec{r} - \vec{\eta} - \vec{\xi}) |\phi_0(\xi)|^2 d^3\xi d^3\eta$.
Так как в борновском приближении амплитуда рассеяния $f(\vec{k}' - \vec{k})$ на некоторый угол θ связана с потенциалом взаимодействия выражением вида

$$f(\vec{k}' - \vec{k}) = -\frac{m}{2\pi h^2} \int e^{-i(\vec{k}' - \vec{k})\vec{r}} W(\vec{r} - \vec{\xi}) |\phi_0(\xi)|^2 d^3r \, d^3\xi, \tag{4}$$

то в глубине вещества $V(z) = -\frac{2\pi h^2}{m} f(0)$. Таким образом, в этом случае уравнение (3) описывает частицу, движущуюся в среде с показателем преломления

$$n = 1 + \frac{2\pi\rho}{k^2} f(0).$$

Ясно, что для $z < 0$ и $|z| \gg a$, уравнение (3) описывает частицу, движущуюся в вакууме.

Таким образом, рассмотрение преломления и отражения на границе вещества свелось к исследованию преломления и отражения на переходном слое, степень размазанности которого определяется амплитудой колебаний рассеивателей.

В рассмотренном выше примере мы считали, что положения равновесия осцилляторов равномерно распределены даже вблизи поверхности. Для реальных веществ это, очевидно, не так. Даже на физически чистой границе идеального кристалла взаимодействие между первыми двумя-тремя приграничными слоями ядер будет отличаться от такового в глубине кристалла[x/]. Это приводит к дальнейшему возрастанию размазанности границы до размеров порядка одного-двух межатомных расстояний[xx/].

[x/] В работах /5,6/ по резонансному поглощению γ-квантов в эффекте Мёссбауэра было показано, что поверхностные ядра действительно обладают фактором Дебая-Уоллера не таким, как для ядер, расположенных в глубине в глубине кристалла.

[xx/] См. примечание на стр. 4. Эффективный потенциал $V(z)$ в этом случае можно записать в виде $V(z) = \frac{1}{\rho} \iint W(\vec{r} - \vec{\eta}) \rho(\vec{\eta}) d^3\eta$, где величина $\rho(\vec{\eta})$ есть плотность ядер в точке $\vec{\eta}$, ρ — средняя плотность в глубине вещества.

Как известно, коэффициент отражения существенно зависит от соотношения между длиной волны падающего излучения и размерами переходной области, а также от угла скольжения частиц. Так, например, для углов скольжения, при которых $k_z^2 \gg 4\pi\rho f(0)$ (k_z – компонента волнового вектора частицы по оси z), получаем из (3) следующее выражение для коэффициента отражения

$$R = \left| \frac{4\pi\rho}{|\vec{k}' - \vec{k}|^2} f(\vec{k}' - \vec{k}) \right|^2, \tag{5}$$

где $\vec{k}'$ – волновой вектор отраженной волны ; $f(\vec{k}' - \vec{k})$ – амплитуда рассеяния на центре, положение равновесия которого лежит в плоскости $z=0$.

Используя соотношение (4), выражение (5) для коэффициента отражения можно окончательно представить в виде

$$R = R_0 e^{-2W(\vec{k}' - \vec{k})}, \tag{6}$$

где $R_0 = \left| \frac{4\pi\rho}{|\vec{k}' - \vec{k}|^2} f_0(\vec{k}' - \vec{k}) \right|^2$ – коэффициент отражения от среды с жестко закрепленными ядрами; $f_0(\vec{k}' - \vec{k}) = -\frac{m}{2\sigma h^2} \int e^{-i(\vec{k}' - \vec{k})\vec{r}}\, W(\vec{r})\, d^3 r$ –амплитуда рассеяния на жестко закрепленном центре;

$e^{-w(\vec{k}' - \vec{k})} = \int e^{-i(\vec{k}' - \vec{k})\vec{\xi}} |\phi_0(\vec{\xi})|^2 d^3 \xi$ – фактор Дебая-Уоллера. Как видим, угловая зависимость действительно определяется двумя фактрами: анизотропией рассеяния, связанной с внутренними характеристиками рассеивателя (дается $f_0(\vec{k}' - \vec{k})$) и анизотропией, возникающей вследствие колебаний рассеивателей.

Если длина волны много больше радиуса потенциала взаимодействия (только этот случай и представляет для нас интерес), то для нейтронов $f_0(\vec{k}' - \vec{k}) = f_0$ является константой и отличие угловой зависимости R от случая жестко закрепленных ядер определяется фактором Дебая-Уоллера. Если же длина волны падающего излучения много больше амплитуды колебаний ядер (много больше размеров размытости границы), то даже при отражения назад фактор Дебая-Уоллера равен единице и справедливо соотношение (1). Таким образом, для длин волн, сравнимых с размерами переходной области (ситуация, имеющая место для тепловых нейтронов и γ -квантов), коэффициент отражения R зависит от вида этой области, определяемой динамикой ядер. Поэтому, например, отражение γ-квантов, испытывающих дипольное рассеяние, не описывается формулами Френеля. Уравнения, определяющие зеркальное отражение частиц при наличии размазанной границы, совпадают по форме с уравнениями, возникающими при прохождении света через оптически неоднородную среду [7].

Заметим в заключение, что наряду с появлением переходного слоя движение ядер приводит к возникновению флуктуаций поверхности вещества, которая становится шероховатой. Так же как и для света [8], нейтроны и γ-кванты, кроме зеркального отражения, испытывают рассеяние на таких молекулярных шероховатостях поверхности.

Выражаю глубокую благодарность М.И.Подгорецкому, привлекшему внимание автора к обсуждаемому вопросу, за ценные обсуждения, а также В.Л.Любошицу за полезное обсуждение.

Литература

1. Экспериментальная ядерная физика. Под редакцией Э.Сегре, т. , ИЛ, 1955 г.
2. M. Goldberger, F. Seitz. Phys. Rev. 71, 294, 1947.
3. S. Bernstein, E. Campbell. Phys. Rev. 132, 1625, 1963.
4. K.M. Watson. Phys. Rev. 105, 1388 1957.
5. A. Maradudin, J. Melngailis, Phys. Rev. 133, 1188, 1964.
6. B. Bowles, T. Cranshaw. Phys. Lett, 17, 258, 1965.
7. В.А.Кизель УФН, 92, 479, 1967.
8. Л.И.Мандельштам. Полное собрание трудов, Изд-во АН СССР, Т. 1, 1948 г.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 декабря 1967 года.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
Заказ 7846. Тираж 453. 0,4 уч.-изд. л.
Редактор В.Р.Саранцева. Декабрь 1967 г.

Барышевский В.Г. P4-3614

Зеркальное отражение нейтронов и γ -квантов

В работе обращается внимание на то, что коэффициент зеркального отражения γ -квантов (нейтронов) не определяется показателем преломления. Зависимость коэффициента отражения от угла тесно связана с угловой зависимостью амплитуды рассеяния на жестко закрепленном центре и существующей на границе вещества переходной областью. Для γ -квантов это, в частности, приводит к тому, что зеркальное отражение их формулы Френеля не описывают.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна, 1967.

Baryshevsky V.G. P4-3614

Mirror Reflection of Neutrons and γ - Quanta

Attention is paid to the fact that the mirror reflection coefficient of γ - quanta (neutrons) is not determined by the index of refraction. The dependence of the reflection coefficient on the angle is closely connected with the angular dependence of the scattering amplitude in a rigidly fixed centre and with the transition region existing on the matter boundary. As to γ - quanta, this fact, in particular, leads to that the Frenel formulae do not describe their mirror reflection.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1967.