

с 348a

Л-437

20/XII-67

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P4 - 3581



В.Лелек

ВЫРАВНИВАНИЕ ПОТОКА В РЕАКТОРЕ  
ПРИ ПОМОЩИ НЕРАВНОМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ  
ГОРЮЧЕГО С УЧЕТОМ РЕЗОНАНСНОГО ЗАХВАТА

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1967.

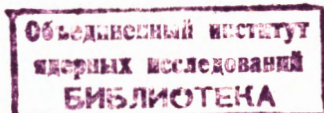
P4 - 3581

В.Лелек

5488,1 нр.  
5488,1

ВЫРАВНИВАНИЕ ПОТОКА В РЕАКТОРЕ  
ПРИ ПОМОЩИ НЕРАВНОМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ  
ГОРЮЧЕГО С УЧЕТОМ РЕЗОНАНСНОГО ЗАХВАТА

Направлено в АЭ



## 1. Введение

Задача о выравнивании потока неравномерным распределением горючего решалась без учёта резонансного поглощения (РП) в связи с задачей о минимуме критической массы в работах <sup>/1/</sup> и <sup>/2/</sup>. С бесконечным отражателем с учётом РП задача решалась в <sup>/3/</sup>; в этой работе показывается, что в реакторе с бесконечным отражателем влияние пространственной зависимости РП велико и что достаточно точный результат можно получить, если РП усреднить по объёму реактора.

Но оказывается, что для реакторов на естественном уране, особенно для малых толщин отражателя, влияние непостоянства РП существенно. Предлагаемая работа является продолжением <sup>/4/</sup>. Поскольку основным экономическим показателем реактора является удельная мощность (УМ) (мощность реактора, деленная на весь его объём), приводим сравнение этой величины для реакторов с выравненным потоком и постоянным распределением горючего.

## 2. Формулировка задачи

Реактор описывается двухгрупповыми уравнениями типа

$$-D\Delta\phi(\vec{r}) + [\sigma_a^u m(\vec{r}) + \Sigma_a^m] \phi(\vec{r}) = q(\vec{r}) \quad (2.1)$$

$$-r\Lambda q(\vec{r}) + q(\vec{r}) = \eta p [m(\vec{r})] \sigma_a^u m(\vec{r}) \phi(\vec{r}), \quad (2.2)$$

где  $D$  - коэффициент диффузии в замедлителе,  
 $\tau$  - возраст нейтронов в замедлителе,  
 $\Sigma_a^m$  - макроскопическое сечение захвата в замедлителе,  
 $\sigma_a^u$  - микроскопическое сечение захвата в горячем,  
 $\rho$  - резонансное поглощение,  
 $\eta$  - число вторичных нейтронов,  
 $\phi$  - поток тепловых нейтронов,  
 $\rho$  - плотность замедления,  
 $\rho^0$  - плотность горячего.

Предполагается, что  $D$ ,  $\tau$  и  $\Sigma_a^m$  пространственно-независимы, иначе говоря, плотность замедлителя постоянна. Отбрасывается такое распределение горячего  $\rho(z)$ , при котором тепловой поток не меняется в пределах активной зоны реактора.

### 3. Метод решения задачи

#### А. Для плоской геометрии

Из уравнений (2.1) и (2.2) получается уравнение для плотности горячего, которое, хотя оно нелинейно, можно аналитически решать. Если ввести координаты следующим образом:  $z = 0$  - плоскость симметрии реактора,  $h$  - полутолщина активной зоны и  $H$  - полутолщина всего реактора, то решение получается в виде

$$z = h - \int_{m(h)}^{m(z)} \frac{dm'}{\sqrt{\int_{m'}^{m(0)} \kappa(m'') dm''}} \quad (3A.1)$$

где

$$\kappa(m) = \frac{2}{r} \{ [\eta \rho(m) - 1] m - \Sigma_a^m / \sigma_a^u \}$$

Задав толщину отражателя  $\Delta H = H - h$ , из крайних условий можно получить уравнения для  $m(h)$  и  $m(0)$

$$m(h) = \frac{\Sigma_a^{rm}}{\sigma_a^u} \frac{r - L^2}{r} \frac{\sqrt{r} \operatorname{tgh} \frac{\Delta H}{\sqrt{r}}}{\sqrt{r} \operatorname{tgh} \frac{\Delta H}{\sqrt{r}} - L \operatorname{tgh} \frac{\Delta H}{L}} \quad (3A.2)$$

$$\int_{m(h)}^{m(0)} \kappa(m') dm' = \left[ \frac{m(h) + \sum_n^m / \sigma_n^u}{\sqrt{r} \operatorname{tgh} \frac{\Delta H}{\sqrt{r}}} \right]^2, \quad (3A.3)$$

где

$$L^2 = D / \sum_n^m.$$

Рассчитав  $m(0)$  и  $m(h)$ , можно из (3A.1) вычислить  $h$ . Рассматривая физически разумные случаи (неотрицательность выражения под радикалом (3A.1)), получаем условие для максимальной концентрации топлива в реакторе  $M_0$

$$\kappa(M_0) = 0, \quad (3A.4)$$

которое, в свою очередь, определяет минимальную толщину отражателя  $\Delta H_{\min}$  из (3A.2) и (3A.3). Решение имеет физический смысл только для  $\Delta H > \Delta H_{\min}$ . Если  $\Delta H$  стремится к  $\Delta H_{\min}$ , то  $m(0)$  стремится к  $M_{0,c}$  и  $h$  растет до бесконечности. Для  $\Delta H$  (или  $m(0)$ ), близких к  $\Delta H_{\min}$  (соответственно к  $M_{0,c}$ ), можно пользоваться асимптотическими выражениями:

$$h = \frac{1}{\sqrt{\left| \frac{d\kappa}{dm} \right|_{M_0}}} \left| \rho_g \frac{M_0 - m(0)}{2[M_0 - m(h)]} \right| \quad (3A.5)$$

$$\bar{m} = M_0 - \frac{M_0 - m(h)}{\left| \rho_g \frac{M_0 - m(0)}{2[M_0 - m(h)]} \right|} \quad (3A.6)$$

где  $\bar{m}$  - средняя плотность горючего в активной зоне  $\bar{m} = \frac{1}{h} \int_0^h m(z) dz$ .

### Б. Для цилиндрической геометрии

С решением задачи в цилиндрической геометрии можно справиться только численно. Коротко опишем примененный способ решения. Предполагаем, что реактор не имеет торцевого отражателя, а имеет отражатель толщины  $\Delta r$  в радиальном направлении.  $R$  - радиус активной зоны реактора:

На уравнение для  $m(r)$ :

$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dm}{dr} \right) = -\kappa(m)$  где что яное, как концентрация горючего, при которой  $\kappa_\infty = 1$

$$\frac{d^2 m}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dm}{dr} + \frac{\eta p [m(r)] \theta / r - 1}{\theta} m = (\Sigma_a^m / \sigma_a^u + \beta^2 D / \sigma_a^u) \frac{1}{\theta}, \quad (3Б.1)$$

где  $1/\theta = 1/r + \beta^2$   
 $\beta^2 = (\pi / 2h)^2$

h - полувисота реактора с условиями

$$\left. \frac{dm}{dr} \right|_0 = 0 \quad \text{и} \quad m(R) = \chi(R, \Delta R), \quad \left. \frac{dm}{dr} \right|_R = \psi(R, \Delta R) \quad (3Б.2)$$

(функции  $\chi$  и  $\psi$  получаются из граничных условий для потока и плотности замедления) можно смотреть как на уравнение с начальными условиями  $m(0) = m_0$  и  $\left. \frac{dm}{dr} \right|_0 = 0$ , и искать при постоянном  $\Delta R$  такие  $m_0$  и  $R$ , при которых оба условия (3Б.2) будут выполнены. При счёте поступаем следующим образом. Подбирая разумное  $m(0) = m_1$  (например, из расчёта в плоской геометрии), решаем (3Б.1), начиная с нуля методом Рунге-Кутты до точки  $R_1$ , где выполнено первое из условий (3Б.2). Второе условие даёт разность

$$\Delta \Psi_1 = \left. \frac{dm}{dr} \right|_{R_1} - \psi(R_1, \Delta R).$$

Затем то же самое сделаем для  $m(0) = m_2$ , и следующие приближение к  $m(0)$  получаем путем экстраполяции  $\Delta \Psi$  к нулю. Процесс продолжаем, пока в последующих шагах значения  $m(0)$  не совпадают. Этот алгоритм можно просто запрограммировать и оказывается, что он быстро сходится. Таким образом, можно поступать до  $R \approx 5 - 6 \Delta R$ . В этой области разность  $m(0)$  и  $M_0$  уже почти нулевая, но асимптотические формулы не отыскивались.

#### Замечание

Из формул для плоской геометрии получаются важные результаты, которые подтверждаются в цилиндрической геометрии численным счётом.

Поскольку  $N \rightarrow \infty$ , если  $\mu(0) \rightarrow M_0$ , то из (3А.6) получается, что  $\bar{\mu} \rightarrow M_0$ .  $M_0$  представляет собой плотность горючего в бесконечном критическом реакторе с постоянным распределением горючего. Но коэффициент выравнивания  $\mu$  в каждом конечном плоском реакторе с постоянным распределением горючего равен  $2/\pi$ . Это значит, что УМ реактора с постоянным распределением горючего имеет предел  $M_0 \sigma_f 2/\pi$ , а для реактора с выраженным потоком  $M_0 \sigma_f$ , т.е. больше в  $\pi/2$  раз! Начиная с некоторой величины размеров реактора, УМ при выравненном потоке должна быть выше той, которая получается при постоянном распределении горючего. Таким образом, выравнивание потока не только увеличивает съем тепла с единицы веса топлива, но в достаточно большом реакторе также увеличивает съем мощности с единицы объема реактора (с единицы веса замедлителя).

#### 4. Результаты

В расчётах использовалась формула для резонансного захвата из книги Глазгина:

$$p = \exp \left[ -b \left( \frac{1}{\sqrt{\rho}} + A \right) \frac{\rho^2}{a^2} \right], \quad (4.1)$$

где  $\rho$  — радиус стержня,

$a$  — шаг решетки,

$A, b$  — постоянные, зависящие от типа замедлителя. Вместо  $\pi \rho^2/a^2$  ставится объемная плотность горючего  $m_v$ , так что при расчётах (4.1) принимает вид  $p = \exp \left[ -b \left( \frac{1}{\sqrt{\rho}} + A \right) \frac{m_v}{\pi} \right]$ .

Графики представляют результаты счёта системы естественный уран — тяжелая вода с параметрами  $\eta = 1,34$ ;  $r = 118 \text{ см}^2$ ;  $\Sigma_a^m = 10^{-4} \text{ см}^{-1}$ ;  $\sigma_a^u = 7,73 \text{ барн}$ ;  $\beta = 0$ ;  $A = 0,73$ ;  $b = 5,6$ . Оказывается, что плотность топлива имеет тенденцию при уменьшении толщины отражателя становиться в середине реактора постоянной, и лишь вблизи края активной зоны она резко падает, как видно из графика 1. Если для бесконечного отражателя ее можно удовлетворительно аппроксимировать решением задачи с постоянным резонансным захватом,

то в области толщин отражателя, близких к минимальной, этого сделать нельзя. Пространственная зависимость РП оказывает существенное влияние на решение. На графиках 2 и 3 показана зависимость размеров активной зоны от толщины отражателя для радиусов стержней 0,3 см и 1,0 см. По мере уменьшения толщины отражателя размер активной зоны сначала уменьшается, хотя на графике это почти незаметно. Затем, когда толщина отражателя приближается к минимальной, размер активной зоны резко увеличивается. Критическая масса с уменьшением толщины отражателя всегда растёт. От величины РП зависит также минимальная толщина отражателя. Вообще, с уменьшением РП уменьшается и минимальная толщина отражателя, которая становится нулевой, если РП отсутствует. Но это уже имеет место в области плотностей горючего, где нужно учитывать вытеснение замедлителя горючим, так что этот результат имеет лишь академический интерес.

На последних двух графиках 4 и 5 представлена зависимость УМ реакторов с выравненным потоком и постоянным распределением горючего от размеров реактора в целом. Пунктирные линии показывают предельные значения для бесконечно больших размеров реактора<sup>х/</sup>. У реактора с постоянным распределением горючего УМ зависит еще от толщины отражателя. В некоторых областях размеров активной зоны и отражателя УМ может быть выше той, что имеет место для отражателя нулевой толщины, но эффект слишком мал и поэтому без большой ошибки можно считать оптимальным реактор без отражателя. С ним и будет проведено сравнение выравненного реактора. Графики УМ начинаются с точки минимальных размеров реактора с выравненным потоком. Из результатов видно, что начиная с некоторого размера реактора УМ при постоянном потоке начинаем превышать УМ при постоянном распределении горючего и что это превышение, что особенно важно, достигается уже в области размеров, практически применимых для постройки реактора. Например, для радиуса реактора 200 см превышение составляет уже приблизительно 40% УМ реактора с постоянным распределением горючего.

---

<sup>х/</sup> Заметим, что в "бесконечном" однородном реакторе поток отнюдь не постоянен, так как границы у этого реактора, хотя они и отодвинуты бесконечно далеко, продолжают терять нейтроны.



## 5. Выводы

В статье рассматривались эффекты, возникающие при расчёте реактора с выравненным потоком с учётом пространственной зависимости РП. Оказалось, что это влияние существенно. Оно приводит к существованию определенной минимальной толщины отражателя, ниже которой задача не имеет решения, и при приближении к этому граничному значению критические размеры растут до бесконечности, причём в центре активной зоны возникнет область почти постоянной плотности и горючего. Минимальная толщина отражателя зависит от величины РП и с его уменьшением к нулю она тоже стремится к нулю.

Практически важным является, что удельные (в расчёте на полный объем замедлителя) мощности реакторов с выравненным потоком гораздо выше, чем у реакторов с постоянным распределением горючего при одинаковых размерах реактора уже в области параметров, применимых для постройки.

В конце я хочу поблагодарить за обсуждение результатов и ценные предложения А.Д.Галанина, И.Рочка и Я.В. Шевелева.

## Л и т е р а т у р а

1. G.Coertfel, J.Nucl.Eng., 2 (1956) 193-201.
2. I.E.Wilkins, Nucl.Sci.Eng. 3 (1959) 229 - 232.
3. V.Bartosek, R.Zefula. Jour. of Nucl. En. A/B (1966) 20, 129-132.
4. М.Нрон, V.Lelek, ОИЯИ Е4-2939 Дубна, 1966.
5. Галанин А.Я. Теория ядерных реакторов на тепловых нейтронах Москва, 1959 г. Атомиздат.

Рукопись поступила в издательский отдел

4 ноября 1967 года.

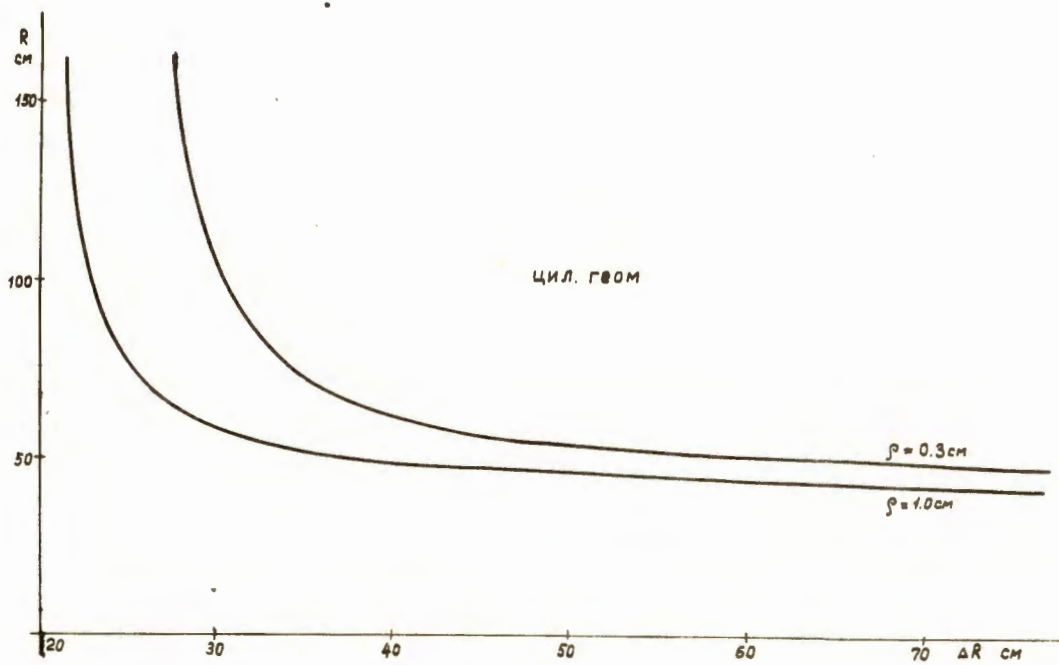


Рис. 3. Зависимость радиуса активной зоны от толщины отражателя.

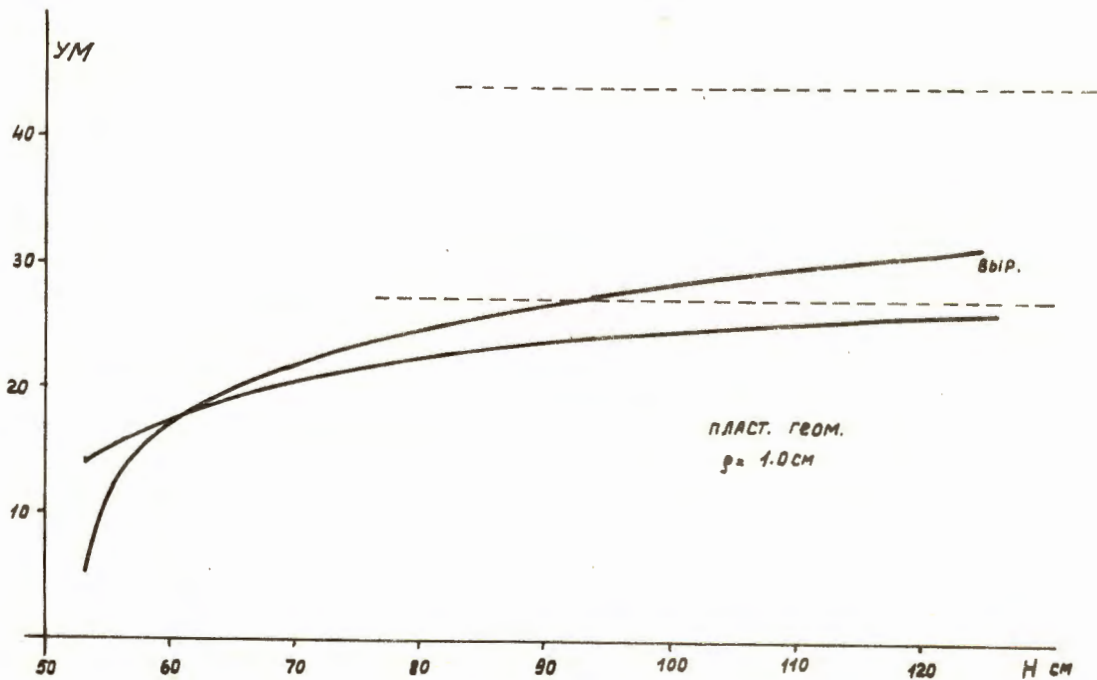


Рис. 4. Зависимость удельной мощности УМ (произвольные единицы) от размеров реактора для реактора с выравненным потоком (ВЫР) и постоянным распределением горючего. Пунктирные линии обозначают асимптотические значения для бесконечно больших размеров реактора.

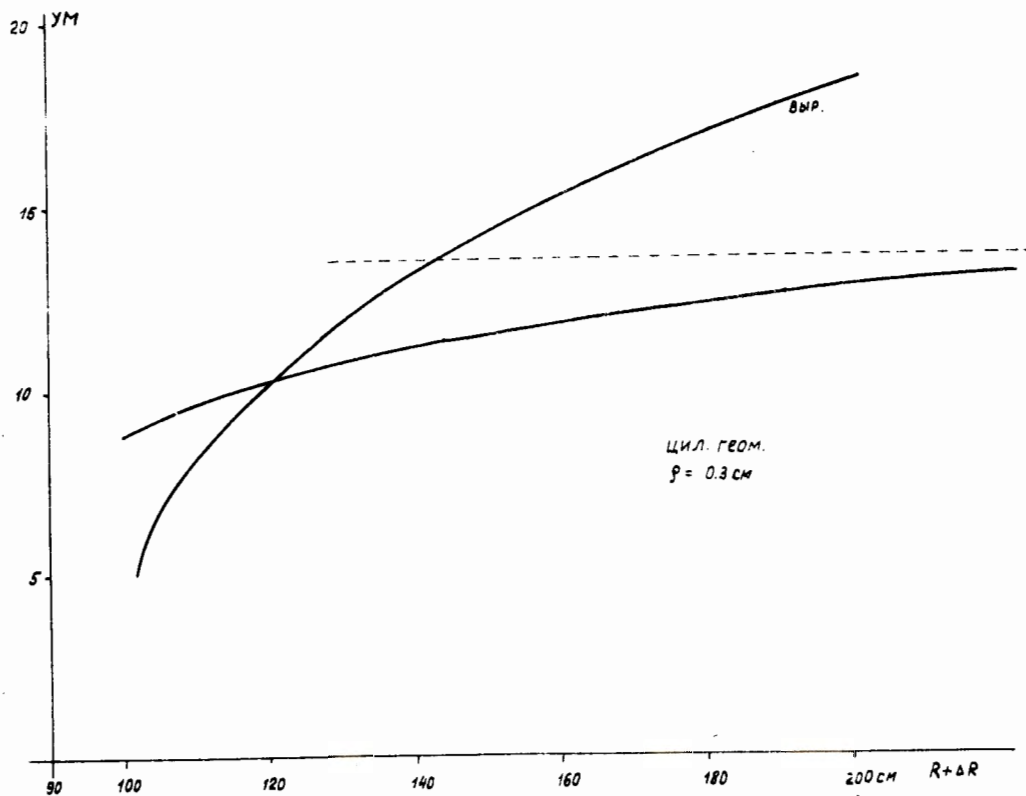


Рис. 5. Зависимость удельной мощности УМ (произвольные единицы) от размеров реактора для реактора с выравненным потоком (В.В.Р.) и постоянным распределением горючего. Пунктирные линии обозначают асимптотические значения для бесконечно больших размеров реактора.