

С 348а

20/XII - 67

Л-437

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P4 - 3580



В.Лелек

ВЫРАВНИВАНИЕ ПОТОКА
В ГЕТЕРОГЕННОМ РЕАКТОРЕ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

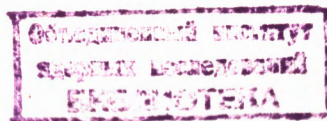
1967.

P4 - 3580

В.Лелек

ВЫРАВНИВАНИЕ ПОТОКА
В ГЕТЕРОГЕННОМ РЕАКТОРЕ

Направлено в АЭ



5487/1. up.

1. В в е д е н и е

Настоящая работа является продолжением^{1/}. Ее цель – найти метод, позволяющий, взяв за основу гомогенные расчеты, расставить блоки реактора так, чтобы поток тепловых нейтронов был достаточно точно выравнен. Если это удастся, то можно для достаточного количества стержней и не решать гетерогенную задачу. Это особенно важно, если просто учитывать пространственную зависимость резонансного захвата, возникающую из-за неравномерности распределения топлива. Гетерогенная проблема становится потом почти не решаемой. Из результатов^{1/} вытекает, что именно это имеет место в области практически применяемых результатов.

2. Постановка задачи

К гетерогенным расчетам применяем теорию Фейнберга-Галаниа^{2/}. Резонансный захват пока не учитываем. Для плоской геометрии стержнями являются плоскости толщиной d , для цилиндрической – стержни (нитевидные) радиуса ρ .

Реактор описываем уравнением

$$\Phi(\vec{r}) = \sum_{n=1}^N \gamma_n N(\vec{r}, \vec{r}_n) \Phi(\vec{r}_n), \quad (2.1)$$

где \vec{r} – координаты стержней, $\Phi(\vec{r})$ – тепловой поток в точке \vec{r} , $\Phi(\vec{r}_n)$ – тепловой поток на n -том стержне, γ_n – тепловая постоянная n -того стержня, $d \Sigma_a^u$ – для плоских стержней, $\pi \rho^2 \Sigma_a^u$ – для нитевидных стержней, ρ – радиус стержня, Σ_a^u – сечение захвата в горючем, N – количество стержней, $N(\vec{r}, \vec{r}_n)$ – функция влияния.

Гетерогенное ядро $H(\vec{r}, \vec{r}_m)$, подсчитанное в двухгрупповом приближении (в согласии с уравнениями, применяемыми для гомогенных расчетов), имеет для бесконечной среды вид: для плоского стержня

$$H(\vec{z}, \vec{z}_0) = \frac{L}{D} \frac{1}{2(L^2 - r)} \{ [L^2(\eta - 1) + r] e^{-\frac{|z - z_0|}{L}} - \eta L \sqrt{r} e^{-\frac{|z - z_0|}{\sqrt{r}}} \}, \quad (2.2a)$$

для нитевидного стержня:

$$H(\vec{r}, \vec{r}_0) = \frac{1}{2\pi D(L^2 - r)} \{ [L^2(r - 1) + r] K_0\left(\frac{|\vec{r} - \vec{r}_0|}{L}\right) - \eta L^2 K_0\left(\frac{|\vec{r} - \vec{r}_0|}{\sqrt{r}}\right) \}, \quad (2.2b)$$

где D - коэффициент диффузии для среды (между блоками), L - диффузионная длина среды, r - возраст нейтронов в среде, η - количество вторичных нейтронов.

Подставляя в левую часть (2.1) координаты стержней и требуя точного выравнивания потока на стержнях ($\Phi(\vec{r}_m) = \Phi(\vec{r}_k)$; $n, k = 1, 2, \dots, N$), приходим к системе нелинейных уравнений для координат стержней \vec{r}_m и их характеристик γ и η

$$\sum_{n=1}^N \gamma_n H(\vec{r}_m | \vec{r}_n) = 1; \quad m = 1, 2, \dots, N. \quad (2.3)$$

3. Решение задачи

Если не требовать одинаковости стержней, то решение системы (2.3) становится тривиальным. Задавая координаты стержней, получаем систему линейных алгебраических уравнений (2.3) для тепловых постоянных γ_n . В дальнейшем предполагаем, что все стержни одинаковы.

А. Для плоской геометрии

Сначала решим соответствующую гомогенную задачу (т.е. найдем распределение топлива, при котором выравнен поток тепловых нейтронов). После этого проведем гетерогенизацию, которая состоит в следующем: задаем количество стержней N и подсчитываем количество топлива на один стержень ν . Затем

делим зону на N областей (ограниченных плоскостями) так, чтобы количество топлива в каждой области совпадало с ν , подсчитываем центры тяжести топлива на всех областях. Их координаты z_n^T берем в качестве приближенного решения $z_n^{(0)}$.

Полагая $z_n^{(1)} = z_n^{(0)} + \zeta_n^{(1)}$ и предполагая, что $\zeta_n^{(0)} \ll z_n^{(0)}$, можно разложить $H(z_n^{(1)} | z_n^{(0)})$ в ряд и получить из (2.3) систему линейных уравнений для поправок $\zeta_n^{(1)}$. В следующей итерации подставляем $z_n^{(2)} = z_n^{(1)} + \zeta_n^{(1)}$ и повторяем процесс, который быстро сходится и уже после двух-трех шагов дает точный результат (см. /5/). Таким образом оказывается, что для плоского реактора с количеством плоских стержней больше, чем 15, достаточно решить только однородную задачу.

Б. Для цилиндрической геометрии

Прямое обобщение вышесказанного метода на цилиндрическую геометрию возможно только, если топливо расположено в виде концентрических цилиндров. Для нитевидных стержней возникают трудности.

Из соображений симметрии вытекает, что стержни должны быть расположены на окружностях с центром в середине реактора. Пусть K - число этих окружностей, и N_k - число стержней на k -той окружности и (r_k, ϕ_k^i) их цилиндрические координаты. Тогда (2.3) можно записать в форме:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{N_k} H(r_\rho, \phi_\rho^j | r_k, \phi_k^i) = \frac{1}{\nu}; \quad \begin{matrix} \rho = 1, 2, \dots, K, \\ j = 1, 2, \dots, N_\rho. \end{matrix} \quad (3.1)$$

Система (3.1) сильно упрощается, если стержни расположены таким образом, что для всех стержней, лежащих на одной окружности, уравнения одинаковы. Это имеет место, если уравнения для других стержней той же окружности можно получить поворотом или зеркальным обращением координат или комбинацией этих двух преобразований. Из этого требования получаются два типа распределения стержней:

1. На всех окружностях одинаковое количество стержней разделенных равными угловыми интервалами.

II. Если на одной окружности n стержней, то на других может быть или n или $2n$ стержней при определенных угловых расстояниях. В центре всегда может быть один стержень. Рисунки 1 и 2 отвечают первому типу, 3 и 4 - второму.

Вообще говоря, (3.1) представляет систему N уравнений для $2N$ неизвестных координат стержней. Применение симметрий является естественным для устранения этой неоднозначности.

З а м е ч а н и е

Квадратная решетка удовлетворяет 1 типу с четырьмя стержнями на окружности, если понимать окружности с большим числом стержней (оно всегда кратно четырем), как соответствующее количество бесконечно близких, но разных окружностей. Для остальных регулярных решеток получается то же самое, но с иным числом стержней на окружности.

Теперь можно поступать таким же самым образом, как и в случае плоской геометрии. Взять однородное решение для распределения топлива, разделить топливо на цилиндрические кольца с количеством массы, соответствующим количеству стержней, подсчитать центр тяжести r_k^T и из симметрии определить угловые координаты. Далее разложить $N(r_\rho, \phi_\rho | r_k, \phi_k^2)$ в ряд по r_ρ, r_k в точках r_ρ^T, r_k^T и уточнять итерациями центры разложений. Однако в некоторых случаях нет сходимости, и во всех случаях разница в координатах "гетерогенизированного" решения и точного решения такая, что вообще нельзя говорить о гомогенизации. Но однородное решение можно "гетерогенизировать" другим образом. Преобразуем распределение топлива на постоянную и квадратную сетку, при постоянном распределении преобразуем обратно. Затем подсчитаем центры тяжести таким образом возникших ячеек. Это приводит нас к формуле:

$$\begin{matrix} x^T \\ y^T \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} A+\alpha \\ B+\alpha \end{matrix} \right. = \frac{N}{\pi R^2} \int_A^{A+\alpha} d\xi \int_B^{B+\alpha} d\eta \frac{r^*(\rho)}{\rho} \left\{ \begin{matrix} \xi \\ \eta \end{matrix} \right. , \quad (3.2)$$

A, B - постоянные, зависящие от номера ячейки, N - количество стержней, $a = \sqrt{\frac{\pi R^2}{N}}$ шаг решетки, $\rho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$ и $r^*(\rho)$ определяется из условия

$$\int_0^{r^*(\rho)} m(x) r dx = \rho^2 \frac{M}{2\pi R^2} , \quad (3.3)$$

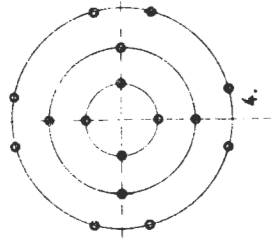


Рис. 4.

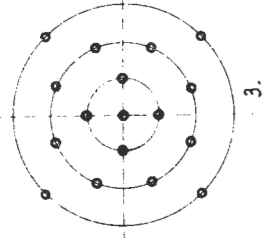


Рис. 3.

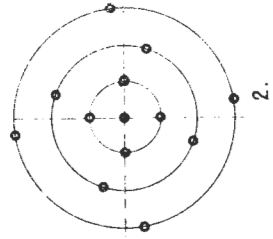


Рис. 2.

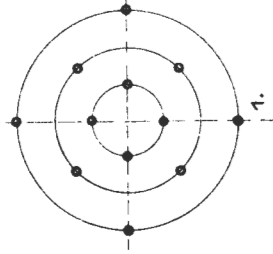


Рис. 1.

где $M = 2\pi \int_0^R m(r) r dr$ — количество топлива в активной зоне. Алгоритм для счета интеграла (3.2) можно запрограммировать независимо от того, учитывается резонансный захват или нет. Пользуясь вышеуказанным подходом, можно ввести понятие ячейки и для случая неравномерного распределения горючего. Но даже этот вид "гетерогенизации" не приводит к нулевому приближению, при использовании которого получились бы удовлетворительные результаты итеративного решения системы (3.1) для большого числа стержней. При большом количестве стержней появляются трудности из-за того, что в ходе решения (3.1) вычитаются друг из друга почти одинаковые числа, что приводит к нестабильности и потере знаков при счете (даже если считать на машине с десятью значащими цифрами). Это все наводит на мысль о том, что может быть и не нужно точно решать систему (3.1), а стоит просто проверить, не является ли "гетерогенизированное" решение уже достаточно точным.

Поставим сейчас задачу таким образом. Рассчитав из гомогенного решения координаты стержней r_k, ϕ_k^1 по формулам (3.2) и (3.3), будем решать систему:

$$\Phi(r_\rho) = \lambda \sum_{k=1}^K \Phi(r_k) \sum_{i=1}^{N_k} \gamma_i H(r_\rho, \phi_\rho^i); \quad \rho = 1, 2, \dots, K. \quad (3.4)$$

Из-за симметрии поток на стержнях не зависит от ϕ и уравнений только K . γ полагаем равным поглощению нейтронов в стержне: $\gamma = \frac{M}{N} \sum_{\alpha}^v (\sum_{\alpha}^v - \text{макроскопическое сечение захвата в стержне})$, λ является собственным числом системы (3.4) и имеет смысл гетерогенной поправки к критической массе. Эту поправку можно сильно уменьшить учетом внешнего блок-эффекта в тепловом поглощении Θ . Следуя Галанину, получаем:

$$\Theta^{-1} = 1 + \rho_0 + \rho_1 \quad (3.5a)$$

$$\rho_0 = \frac{\sum_{\alpha}^m V_m}{\sum_{\alpha}^v V_v}; \quad \rho_1 = \frac{a^2}{4\pi L^2} \left[\frac{\lg \frac{a^2}{2\pi\rho^2} + 0,024}{1 - \frac{\pi\rho^2}{a}} - \frac{3}{2} + \frac{\pi\rho^2}{2a^2} \right] \quad (3.5b)$$

где ρ - радиус стержня, V_u - объем топлива, V_m - объем замедлителя, Σ_a^m - макроскопическое сечение захвата замедлителя.

Следовательно, γ надо увеличить, чтобы компенсировать ухудшение критичности, связанное с появлением внешнего блок-эффекта при переходе от гомогенной системы к гетерогенной. Поэтому в (3.4) вместо γ лучше писать

$$\gamma^* = \frac{\rho_0 + \rho_1}{\rho_0} \gamma . \quad (3.6)$$

Ввиду того, что шаг решетки для неравномерного распределения топлива зависит от координат, надо в формуле (3.6) произвести усреднение по объему реактора.

Решаем систему (3.4) относительно λ и $\Phi(r)$, получаем, что для реакторов с более чем 20 стержнями выравнивание в пределах 3% и λ не отличается от единицы больше, чем на 1%.

З а м е ч а н и е 2

Из-за нелинейности системы (3.3) нельзя ничего сказать относительно однозначности ее решения, можно только доказать, исходя из формулы ядра для плоской геометрии, однозначность решения для трех стержней.

Результаты

Продемонстрируем результаты на нескольких примерах и приведем чертеж решетки, полученной гетерогенизацией. Все результаты касаются реактора с бесконечным отражателем и со следующими характеристиками:

$$\eta = 1.34$$

$$\sigma_a^u = 7.73 \text{ (barn)}$$

$$\Sigma_a^m = 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

$$r = 118 \text{ cm}^2 .$$

Относительно большая неравномерность в потоке на краевых блоках объясняется тем, что вблизи границы понятие ячейки теряет смысл.

З а к л ю ч е н и е

В работе исследовались различные подходы к гетерогенному решению задачи о выравнивании потока. Введение понятия ячейки для реакторов с неравномерным распределением топлива показывает, как можно эту задачу решать.

Оказалось, что гомогенный расчет может с достаточной точностью предсказать результат гетерогенного расчета для реакторов с более чем 20 стержнями, если пользоваться описанным методом. Из этого вытекает, что для реакторов с выравненным потоком в практически важных случаях, когда гетерогенный расчет из-за влияния резонансного поглощения и конечности отражателя становится очень трудоемким, достаточно вычислять параметры гетерогенного реактора в гомогенном приближении.

Заметим, что изложенный метод имеет применение и для других задач, например, когда нужно найти положения регуляторов так, чтобы они выравнивали поток.

В конце я хочу поблагодарить П. Рочка за обсуждение некоторых вопросов и Я.В.Шевелева за ценные предложения.

Л и т е р а т у р а

1. В.Лелек, Препринт ОИЯИ Р4-3581, Дубна 1967.
2. С.М.Фейнберг. Реакторостроение и теория реакторов. Изд. АН СССР, 1955 г., стр. 578.
А.Я.Галанин. Теория ядерных реакторов на тепловых нейтронах. Москва, 1959 г. Атомиздат.
3. V.Lelek, Preprint UIV 1365/65, Praha 1965.

Рукопись поступила в издательский отдел
4 ноября 1967 г.

Таблица

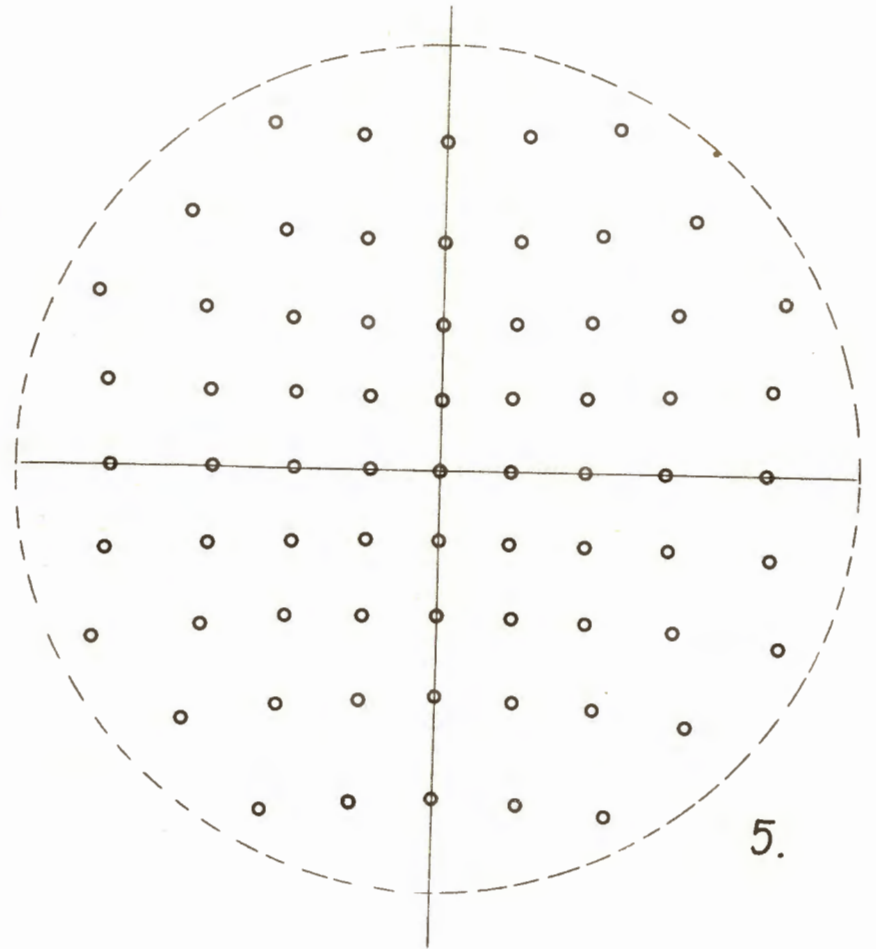
| $\frac{y}{y^*}$ | r_1 | ϕ_1^1 | $\Phi(r_1)$ | $\bar{\Phi}$ | λ | N |
|-----------------|-------|------------|-------------|--------------|-----------|-----|
| 1.982 | 0.000 | 0.000 | 1.000 | | | |
| 2.931 | 18.37 | 0.000 | .9804 | .8406 | .9251 | 9 |
| | 27.77 | .7853 | .9057 | | | |
| | 0.000 | 0.000 | 1.000 | | | |
| | 11.41 | 0.000 | .9851 | | | |
| .8411 | 18.57 | .7853 | .9887 | | | |
| 1.010 | 25.15 | 0.000 | .9812 | .9700 | .9859 | 21 |
| | 29.18 | 1.108 | .9486 | | | |
| | 29.18 | .4682 | .9486 | | | |
| | 0.000 | 0.000 | 1.000 | | | |
| | 8.476 | 0.000 | .9887 | | | |
| | 12.15 | .7853 | .9974 | | | |
| .4774 | 17.71 | 0.000 | .9921 | | | |
| | 20.15 | 1.107 | .9905 | | | |
| .5351 | 20.15 | .4636 | .9905 | .9817 | .9943 | 37 |
| | 27.20 | .7853 | .9841 | | | |
| | 29.67 | 0.000 | .9592 | | | |
| | 31.73 | 1.249 | .9593 | | | |
| | 31.73 | .3215 | .9593 | | | |
| | 0.000 | 0.000 | 1.000 | | | |
| | 0.154 | 0.000 | .9995 | | | |
| | 8.760 | .7853 | .9992 | | | |
| | 12.56 | 0.0000 | .9978 | | | |
| | 14.15 | 1.107 | .9981 | | | |
| | 14.15 | .4636 | .9973 | | | |
| | 18.34 | .7853 | .9971 | | | |
| .2560 | 10.63 | 0.000 | .9921 | | | |
| | 20.89 | 1.249 | .9957 | .9875 | .9965 | 69 |
| .2728 | 20.89 | .3217 | .9910 | .9875 | .9965 | |
| | 24.57 | .9828 | .9997 | | | |

Продолжение таблицы

| r_1 | ϕ_1^1 | $\Phi(r_1)$ |
|-------|------------|-------------|
| 24.57 | .5880 | .9905 |
| 28.32 | 0.000 | .9610 |
| 29.65 | 1.328 | .9844 |
| 29.65 | .2450 | .9689 |
| 30.95 | .7853 | .9905 |
| 33.34 | 1.107 | .9704 |
| 33.34 | .4634 | .9521 |

x) γ - без учета блок-эффекта в тепловом поглощении.
 $\bar{\gamma}^*$ - с учетом блока-эффекта в тепловом поглощении.

$$\bar{\gamma}^* = \frac{1}{V} \int_{(v)} \gamma^*(m) dV$$



5.

Рис. 5. Решетка реактора с выравненным потоком для 69 стержней. Данные взяты из таблицы. Пунктирная окружность обозначает границу активной зоны при гомогенном размещении топлива.