ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р4 - 3450

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

К. Левин, Д. Робашик

ПРАВИЛА СУММ И γD-РАССЕЯНИЕ ВПЕРЕД

1967.

P4 - 3450

К. Левин, Д. Робашик

ПРАВИЛА СУММ И γ D-РАССЕЯНИЕ ВПЕРЕД

1. Введение

Известные результаты сверхсходящихся правил сумм для электромагнитного взаимодействия нуклона [1,2,3] стимулируют изучение электромагнитного взаимодействия дейтрона. Если выбирать амплитуды с перекрестной симметрией и одночастичным промежуточным расстоянием, то остаются фоторасщепление и комптоновское рассеяние. Рассмотрев уже сверхсходящиеся соотношения для перекрестного канала фоторасщепления [4], будем исследовать комптоновское рассеяние вперед.

Одно правило сумм для γN -рассеяния вперед, которое можно обобщить для произвольного спина частиц, впервые рассмотрели Герасимов [5] и позднее Pagels [6] и другие авторы [7]. В этом правиле сумм аномальный момент частиц выражается через интеграл по полным эффективным сечениям с определенной спиральностью. Как показано в [5,6], она приводится из дисперсионного соотношения и низкой энергетической теоремы. γD рассеяние вперед коротко рассматривается в [6]. В этом случае правило сумм запишется:

$$\frac{4\pi^2\alpha}{M^2}\left(\frac{M}{2m}\mu_0-1\right)^2=\int\limits_{R}^{\infty}\frac{\sigma_{++}-\sigma_{-+}}{\omega}\,d\omega, \qquad (1)$$

где μ_D -магнитный момент, M -масса дейтрона, σ_{++}, σ_{-+} -полные эффективные сечения для входящего фотона с параллельной и антипараллельной поляризацией к спину дейтрона, B - порог фоторасщепления.

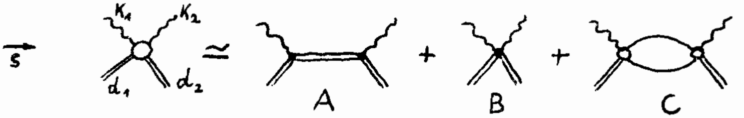
Во второй части мы рассматриваем борновское приближение. Его разложение дает кинематические инварианты, которые умножены на билинейные выражения электромагнитных формфакторов дейтрона. Из этих разложений мы берем одночастичные состояния для правил сумм. В третьей части мы получим серию правил сумм, содержащую два правила сумм для аномального магнитного момента и электрического квадрупольного момента дейтрона. Четвертая часть содержит некоторые замечания относительно двух нуклонных промежуточных состояний.

2.Общая амплитуда и борновское приближение

Матричный элемент для комптоновского рассеяния на дейтроне можно записать в виде:

$$\langle d_2 k_2 | S-1 | d_1 k_1 \rangle = -i(2\pi)^4 \delta(d_1+k_1-d_2-k_2) \frac{T}{\sqrt{16 W_1 W_2 \omega_1 \omega_2}}, \quad T = M_{\alpha\beta\mu\nu} e_1^{\alpha} e_2^{*\beta} u_1^{\mu} u_2^{*\nu}, \quad (2)$$

причём d, W, u и k, ω, e обозначают импульс, энергию и поляризацию дейтрона и фотона. $M_{\alpha\beta\mu\nu}$ можно разложить на независимые кинематические инварианты. Низко-энергетическое поведение амплитуды определяется следующими диаграммами:



$$+ \left\{ \begin{matrix} k_1 \longleftrightarrow -K_2 \\ e_1 \longleftrightarrow e_2 \end{matrix} \right\}.$$

Борновское приближение получается как сумма диаграмм A и B и соответствующих вкладов перекрестных диаграмм. Как хорошо известно, четырехчастичная диаграмма B нужна для удовлетворения калибровочной инвариантности борновского приближения. Для вычислений мы используем γd -вершинную часть, введенную Sakita and Goebel /9/ и получим вычет дейтрона от одночастичных промежуточных состояний в соотношении унитарности. Этот вклад для матричного элемента отдельно не калибровочно инвариантен. Поэтому нужно прибавить некоторые неполюсные члены в минимальном виде, чтобы получить калибровочное инвариантное борновское приближение. Эти дополнительные члены как раз представляют собой вклады диаграммы B (см. Приложение). Ограничиваясь рассеянием вперед: $d_1 = d_2 = \delta$, $k_1 = k_2 = k$, системой покоя дейтрона $W_1 = W_2 = M$, $u_1^0 = u_2^0 = 0$ и калибровкой $e_1^0 = e_2^0 = 0$, получим:

$$T = 2\left(e - \frac{\beta}{2}\right)^2 \frac{kd}{M^2}\left[(u_1 e_1)(u_2^* e_2^*) - (u_1 e_2^*)(u_2^* e_1)\right] +$$
$$+ 2e^2 (e_1 e_2^*)(u_1 u_2^*) + \tag{3}$$
$$+ 4\left(e - \frac{1}{2}\beta\right)\gamma\omega^2\left[\frac{1}{\omega^2}(k u_1)(k u_2^*)(e_1 e_2^*)\right],$$

причём

$$4\pi a = e^2, \quad \beta = e(M/m)\mu_D, \quad \gamma = e Q_D \frac{1}{2\sqrt{10}}. \tag{4}$$

Q_D обозначает электрический квадрупольный момент дейтрона. В заключение заметим, что борновское приближение дает высшую поправку для низкоэнергетической теоремы /8/ в случае частиц со спином 1.

3. Правила сумм

В случае γd -рассеяния вперед имеется четыре независимых инварианта. Три инварианта I_1, I_2 и I_4, уже содержащиеся в борновском приближении, дополняются инвариантом I_3:

$$I_1 = (u_1 u_2^*)(e_1 e_2^*), \tag{5}$$

$$I_2 = (\hat{k} u_1)(\hat{k} u_2^*)(e_1 e_2^*), \quad \hat{k} = \frac{k}{\omega}, \tag{6}$$

$$I_3 = (u_1 e_1)(u_2^* e_2^*) + (u_1 e_2^*)(u_2^* e_1), \tag{7}$$

$$I_4 = (u_1 e_1)(u_2^* e_2^*) - (u_1 e_2^*)(u_2^* e_1). \tag{8}$$

Асимптотическое и перекрестное поведение не допускают сверхсходимости соответствующих скалярных амплитуд R_i. Однако можно ввести новые инварианты $I_i^{(n_i)}$:

$$\Sigma I_i R_i = \Sigma I_i^{(n_i)} R_i^{(n_i)}, \quad I_i^{(n_i)} = I_i \omega^{n_i}, \tag{9}$$

где n_i – положительное целое число, выбранное таким образом, чтобы перекрестные и асимптотические поведения допускали сверхсходящиеся правила сумм для новых амплитуд $R_i^{(n_i)}$. Это возможно потому, что для рассеяния вперед энергия фотона ω выражается посредством соотношения:

$$\omega = \frac{s - M^2}{2M} = -\frac{u - M^2}{2M} = \frac{(kd)}{M}. \tag{10}$$

Так можно получить серию нетривиальных правил сумм для $R_i^{(n_i)}$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{Im}\, R_i^{(n_i)}(\omega)\, d\omega = 0 \tag{11}$$

для определенных n_i.

Вклады борновского приближения для этих правил сумм существуют для $i=4$, $n=2$, и $i=2$, $n=3$. При сравнении с формулой (3) получим

$$4\pi^2\alpha \frac{1}{M}\left(1 - \frac{M}{2m}\mu_D\right)^2 = \int_B^{\infty} \frac{\mathrm{Im}\, R_4}{\omega^2}\, d\omega, \tag{12}$$

$$4\pi^2\alpha \frac{1}{\sqrt{10}}\left(1 - \frac{M}{2m}\mu_D\right) Q_D = \int_B^{\infty} \frac{\mathrm{Im}\, R_2}{\omega^3}\, d\omega, \tag{13}$$

где интегрирование начинается от порога B фоторасщепления. Все другие правила сумм или тривиальны или имеют вид:

$$\int_B^{\infty} \mathrm{Im}\, R_i^{(n_i)}(\omega)\, d\omega = 0 + 0(e^4). \tag{14}$$

(Возможные поправки по меньшей мере должны иметь порядок e^4. Их существование представляет собой принципиальный интерес). Использование оптической теоремы дает:

$$\mathrm{Im}\,(R_2 - R_3) = M\omega(\sigma_{++} + \sigma_{+-} - 2\sigma_{+0}), \tag{15}$$

$$\mathrm{Im}\,R_4 = M\omega\,(\sigma_{++} - \sigma_{+-}), \tag{16}$$

причём σ_{++}, σ_{+-} и σ_{+0} – полные эффективные сечения для спинов фотона и дейтрона, параллельных, антипараллельных и вертикальных друг к другу. Из соотношения (12), (13), (15) и (16) следует:

$$4\pi^2\alpha\,\frac{1}{\sqrt{10}\,M}\left(1 - \frac{M}{2m}\mu_D\right)Q_D = \int_B^\infty \frac{\sigma_{++} + \sigma_{+-} - 2\sigma_{+0}}{\omega^2}\,d\omega, \tag{17}$$

$$4\pi^2\alpha\,\frac{1}{M^2}\left(1 - \frac{M}{2m}\mu_D\right)^2 = \int_B^\infty \frac{\sigma_{++} - \sigma_{+-}}{\omega}\,d\omega, \tag{18}$$

где (1) и (18) тождественны. До сих пор эти правила сумм действительны только для рассеяния изоскалярных фотонов, потому что борновское приближение существует только в этом случае. Но правила сумм для изовекторной части всегда имеют вид (14), так что соотношения (17) и (18) в общем виде имеют место.

4. Обсуждение

Существенный вклад в интегралы правил сумм (17) и (18) дает низко-энергетическая область промежуточных состояний $n-p$. Изовекторная амплитуда не может давать вклад в интеграл. Поэтому эти интегралы в основном определены самой низшей изоскалярной np -парциальной волной, которая связана с магнитными дипольными переходами в фоторасщеплении дейтрона. Нечётных электрических переходов в борновском приближении нет, поэтому они не играют роли при обсуждении правил сумм. Самые низкие магнитные дипольные переходы – амплитуды $M_1({}^1s_0)$ и $M_1({}^3s_1)$. Первая – это изовекторный переход, так что только вторая должна быть рассмотрена. Но вероятность этого перехода относительно мала и полностью исчезает при отсутствии np –тензорных сил (см. /9/). Поэтому первый существенный вклад в интегралы дает переход $M1({}^3D_1)$, который незначителен у порога. Это объясняет тот факт, что уже одни борновские члены приблизительно удовлетворяют правилам сумм с $\mu_D = 1$. Интересно отметить, что вообще для рассеяния правила сумм в борновском приближении дают одновременно $\mu_D = 1$, $\gamma = 0$.

Авторы благодарны С.Б.Герасимову за ряд интересных дискуссий и полезных замечаний.

Приложение

При вычислении диаграммы A используем γd –вершинную часть, введенную в /9/ $\langle d' | \gamma | d \rangle = \frac{u^*_{\rho}(d')\, u_{\nu}(d)}{\sqrt{4WW'}} [(d+d')_\mu (g^{\rho\nu} e + k^\rho k^\nu \gamma) + (k^\rho e^\nu - k^\nu e^\rho)\beta]$. Соединяя 2 такие вершинные части и суммируя промежуточные состояния, мы получаем вычеты полюса. Конструируя T –матрицу с помощью этих вычетов и прибавляя неполюсные члены, чтобы конечное выражение сделать калибровочным инвариантом, мы получаем в общем виде

$$T = -u_1^{\nu} u_2^{*\mu} e_1^{\alpha} e_2^{*\beta} \{ 4e^2 g_{\nu\mu} \left(\frac{d_{1\alpha} d_{2\beta}}{s-M^2} + \frac{d_{1\beta} d_{2\alpha}}{u-M^2} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} \right) + 4e\gamma (k_{1\nu} k_{1\mu} + k_{2\nu} k_{2\mu}) \cdot$$

$$\cdot \left(\frac{a_{1\alpha} a_{2\beta}}{s-M^2} + \frac{a_{1\beta} a_{2\alpha}}{u-M^2} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} \right) - 4\left[\left(e - \frac{1}{2}\beta\right)^2 \frac{1}{M^2} - \gamma^2 (k_1 k_2) \right] \left[\frac{k_{1\nu} k_{2\mu} d_{1\alpha} a_{2\beta}}{s-M^2} + \frac{k_{1\mu} k_{2\nu} d_{1\beta} d_{2\alpha}}{u-M^2} - \right.$$

$$- \frac{1}{2} (g_{\nu\alpha} d_{2\beta} k_{2\mu} + g_{\beta\mu} k_{1\nu} d_{1\alpha} - (k_1 d_1) g_{\nu\alpha} g_{\mu\beta}) + \frac{1}{2} (g_{\nu\beta} d_{2\alpha} k_{1\mu} + g_{\mu\alpha} k_{2\nu} d_{1\beta} - (k_2 d_1) g_{\mu\alpha} g_{\nu\beta}) \Big] +$$

$$+ \beta^2 \left[\frac{e_{1\sigma\nu\alpha}\, e_{2\sigma\mu\beta}}{s-M^2} + \frac{e_{2\sigma\nu\beta}\, e_{1\sigma\mu\alpha}}{u-M^2} \right] - 2\beta\gamma \left[k_{1\nu} k_{2\mu} \frac{d_{1\alpha} k_{1\beta} + d_{2\beta} k_{2\alpha}}{s-M^2} - k_{1\nu} g_{\mu\beta} d_{1\alpha} \frac{(k_1 k_2)}{s-M^2} - \right.$$

$$- k_{\mu} g_{\nu\alpha} d_{2\beta} \frac{(k_1 k_2)}{s-M^2} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} (k_{1\nu} k_{2\mu} + k_{2\nu} k_{1\mu}) + \frac{(k_1 k_2)}{2} (g_{\nu\alpha} g_{\mu\beta} + g_{\nu\beta} g_{\mu\alpha}) - k_{2\nu} k_{1\mu} \frac{d_{1\beta} k_{2\alpha} + d_{2\alpha} k_{1\beta}}{u-M^2}$$

$$+ k_{2\nu}\, g_{\mu\alpha}\, d_{1\beta} \frac{(k_1 k_2)}{u - M^2} + k_{1\mu}\, g_{\nu\beta}\, d_{2\alpha} \frac{(k_1 k_2)}{u - M^2} \Big] + 2\beta e \Big[\Big(d_{1\alpha}\, e_{2\nu\mu\beta} + d_{2\rho}\, e_{1\mu\nu\alpha} \Big) \frac{1}{s - M^2} +$$

$$+ \Big(- d_{1\beta}\, e_{1\mu\nu\alpha} + d_{2\alpha}\, e_{2\mu\nu\beta} \Big) \frac{1}{u - M^2} \Big] \Big\} ,$$

где $$e_{1\mu\nu\alpha} = k_{1\mu}\, g_{\nu\alpha} - k_{1\nu}\, g_{\mu\alpha} .$$

Вследствие ограничения части 2 это выражение переходит в формулу (3).

Литература

1. Л.Д.Соловьев. ЯФ 3 188 (1966).
2. S.Fubini,C.Rosetti, F.Furlan. Nuovo Cim., 43, 161 (1966).
3. И.Г.Азнаурян. Препринт Р2-3028, Дубна 1966.
4. K.Lewin,D.Robaschik. Perprint E2-3205, Dubna 1967.
5. С.Б.Герасимов. ЯФ 2 , 598 (1965).
6. H.Pagels. Preprint Rockefeller University New York.
7. M.Hosoda, K.Yamamoto. Osaka University perprint.
8. Л.И.Лапидус, Чжоу Гуан-чжао. ЖЭТФ 39, 1286 (1960).
9. B.Sakita, G.J.Goebel. Phys.Rev., 127, 1787 (1962).

Рукопись поступила в издательский отдел

20 июля 1967 года.