ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р4 - 3447

В.К. Лукьянов, И.Ж. Петков

ДИФРАКЦИОННОЕ РАССМОТРЕНИЕ РЕАКЦИИ СРЫВА НА ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1967.

5269/3 пр.

P4 - 3447

В.К. Лукьянов, И.Ж. Петков

ДИФРАКЦИОННОЕ РАССМОТРЕНИЕ РЕАКЦИИ СРЫВА НА ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ

Введение

В последние годы реакции срыва и подхвата стали интенсивно использоваться для изучения свойств деформированных ядер. Информация, получаемая в таких реакциях, включает энергетические спектры вылетающих частиц и соответствующие дифференциальные сечения. Однако, если спектры через Q -реакции просто связаны с энергиями возбужденных состояний ядер, то интерпретация дифференциальных сечений и извлечение из них спектроскопической информации представляют собой сложную задачу, требующую знания механизма реакции и структуры участвующих в ней ядер.

Обычно для описания прямых процессов используется метод искаженных волн, который хорошо разработан для дейтронного срыва на круглых ядрах. В качестве искаженных волн входного и выходного каналов здесь выбираются функции относительного движения в центрально-симметричном поле соответствующих оптических потенциалов, и дифференциальное сечение реакции A(d,p)B принимает следующий вид:

$$\sigma^{(0)}(\theta) = \frac{2J_B+1}{2J_A+1} \sum_{j_n \ell_n} S_{j_n \ell_n} \Phi_{\ell_n}(\theta). \tag{1.1}$$

$\Phi_{\ell_n}(\theta)$ – фактор определяет угловое распределение протонов, которое зависит от переданного ядру B момента ℓ_n и всех параметров задачи. Спектроскопический фактор $S_{j_n \ell_n}$ содержит информацию о структуре участвующих в реакции ядер, определяется их внутренними волновыми функциями

$$S_{j_n \ell_n} = \Big| \sum_{\mu_n M_A} (J_A j_n M_A \mu_n | J_B M_B) \langle \Phi_{J_B M_B}(\xi \vec{r}) | F_{j_n \ell_n}(\vec{r}) \Phi_{J_A M_A}(\xi) \rangle \Big|^2 \tag{1.2}$$

и характеризует вероятность того, что ядро $B(J_B M_B)$ можно представить в виде ядра $A(J_A M_A)$ и связанного нейтрона n в состоянии с квантовыми числами $j_n \ell_n$. Использование возникающих из (1.2) правил отбора

$$\vec{j}_n = \vec{J}_B - \vec{J}_A \quad , \quad \vec{j}_n = \vec{\ell}_n + \vec{s}_n \tag{1.3}$$

дает интересную возможность находить по формуле (1.1) из экспериментальных сечений S -факторы и затем сравнивать их с соответствующими расчетами в рамках той или иной модели ядра.

Однако приведенные формулы имеют ограниченный смысл, так как в них заложено предположение об одноступенчатом характере срыва, когда весь переданный ядру A момент J переносится только нейтроном, попавшим в j_n - оболочку, то есть $J = j_n$. Это справедливо, если остаточные взаимодействия в ядрах A и B невелики. В противном случае в ядрах появляются низколежащие коллективные уровни, которые могут давать заметный вклад в сечение, участвуя в многоступенчатом процессе передачи момента J. По той же причине момент нейтрона j_n уже не сохраняется и не может, вообще говоря, совпадать с сохраняющимся квантовым числом переданного момента J. Таким образом, вместо (1.3) надо пользоваться общим правилом отбора

$$\vec{J} = \vec{J}_B - \vec{J}_A \; .$$

Примером может служить разобранный в работе [1] случай, когда в функциях входного и выходного каналов добавлялись слагаемые, связанные с возможностью виртуального возбуждения по одному низколежащему уровню в ядрах A и B. В этом случае оказалась возможной двухступенчатая передача момента J ядру A и в формуле (1.1) для сечения появилось дополнительное слагаемое $\Delta\sigma(\theta)$

$$\sigma(\theta) = \sigma^{(0)}(\theta) + \Delta\sigma(\theta) \, ,$$

причем

$$\vec{J} = \vec{j}_n + \vec{L} \, ,$$

где L есть промежуточный момент, связанный с виртуальным подвозбуждением. Было показано, что в ряде случаев это слагаемое может играть основную роль.

Однако, если в силу центральной симметрии задачи срыва на круглых ядрах формулы (1,1) - (1.3) дают во многих случаях удовлетворительное описание, то применение их для реакций срыва на деформированных ядрах с самого начала является непоследовательным.

Действительно, из-за сильного остаточного взаимодействия деформационного типа момент j_n попавшего в ядро нейтрона не сохраняется и нужна классификация состояний по другим, сохраняющимся квантовым числам, например, проекциям моментов на ось симметрии ядра. Если же в этом случае продолжать пользоваться обычными формулами срыва (1,1) - (1.3), то есть фактор $\Phi_{\ell_n}(\theta)$ вычислять с помощью искаженных волн центрального поля, а S -фактор рассчитать с помощью внутренних функций деформированного ядра (формула Satcher'a [2]), то из (1,3) приходится делать вывод о сохранении j_n на нильссоновской орбите, что неверно. Можно искать к сечению (1.1) поправки первого порядка по деформации ядра, то есть находить $\Delta\sigma = \beta\,\sigma^{(1)}(\theta)$. Такие расчеты, как правило, очень сложны и требуют введения дополнительных приближений (батлеровское [3], учет искажения только ядерным полем [4], "коровое" возбуждение [5]). Тем не менее оценки показывают, что эти поправки могут иногда изменять сечение на порядок величины, а в случае запрещенных переходов ($\sigma^{(0)} = 0$) давать основной вклад. Но здесь возникает вопрос о применимости вообще какой-либо теории возмущений по параметру деформации β, тем более известно, что ее нельзя использовать при расчете одночастичных уровней в поле деформированного ядра. Любая теория, в которой учитывается вклад в сечение срыва лишь одного низколежащего уровня, также будет иметь ограниченную область применения, поскольку в деформированных ядрах имеется много низколежащих, особенно вращательных, уровней, которые сравнительно легко возбуждаются. Последнее обстоятельство оказывается, например, существенным при рассмотрении упругого и неупругого рассеяния с возбуждением коллективных уровней, в связи с чем приходится развивать методы связанных каналов [6,7] или теорию многократного кулоновского возбуждения [8].

Поэтому, рассматривая далее (разд. 2) реакцию срыва на деформированных ядрах, мы учитываем вклад в сечение всех вращательных уровней ядер A и B, не прибегая к использованию теории возмущений по параметру деформации. Математически это означает, что искаженные волны записываются в поле деформированного ядра и содержат все слагаемые, отвечающие возможности виртуального возбуждения любого вращательного или колебательного уровня. После соответствующих вкладок для сечения срыва на деформированном ядре получается общее выражение в замкнутом виде. Оно содержит наряду с обычными слагаемыми одноступенчатого срыва слагаемые многоступенчатого срыва, которые играют определяющую роль при возбуждении в реакции высоколежащих вращательных уровней или при передаче нейтрона в ядро с большим J_B. Получены также правила отбора по сохраняющимся квантовым числам и сделаны некоторые качественные выводы.

Далее в разд. 3 развивается дифракционный метод, с помощью которого выражение для сечения срыва существенно упрощается и делается физически очень наглядным.

В разд. 4 проведен качественный анализ углового распределения в таких реакциях, проанализирован вклад в него всех ступеней виртуального подвозбуждения, для каждой из которых получен аналог правил отбора Блэйра–Вилларса. В качестве иллюстрации к сделанным выводам дан пример реакции $Mg^{24}(dp)Mg^{25}$. Полученные результаты кроме простого качественного анализа позволяют проводить количественное сравнение с экспериментальными данными при выполнении условий дифракционного приближения. Последнее особенно важно, потому что стандартный метод связанных каналов, который необходимо использовать для отыскания соответствующих искаженных волн, практически не применим при этих условиях из-за своей технической сложности.

2. Дифференциальное сечение

В этом разделе, следуя работе [9], получим выражение для дифференциального сечения срыва на деформированном ядре. Для конкретности рассмотрим реакцию $A(dp)B$, когда ядра A и B имеют вращательные состояния, описываемые волновыми функциями:

$$\Phi_{J_A M_A}(\theta_i) = \sqrt{\frac{2J_A+1}{16\pi^2(1+\delta_{0K_A})}}\, D^{J_A}_{M_A K_A}(\theta_i) \qquad (2.1)$$

$$\Phi_{J_B M_B}(\theta_i\vec{r}) = \sqrt{\frac{2J_B+1}{16\pi^2}}\, \Phi_\Omega(\vec{r})\, D^{J_B}_{M_B K_B}(\theta_i), \qquad (2.$$

где функция нейтрона в деформированном ядре B представляется как и в р боте [10]:

$$\Phi_\Omega(\vec{r}) = \sum_{\ell''\Lambda} a_{\ell''\Lambda} R_{\ell''}(r)\, Y_{\ell''\Lambda}(\omega) \sum_\sigma D^{*s_n}_{\sigma\Sigma}(\theta_i)\, \chi_{s_n\sigma}. \qquad (2.2$$

(здесь спиновая функция переведена в лабораторную систему координат).

Запишем теперь дифференциальное сечение (dp) –срыва в приближении нулевого радиуса (np) –взаимодействия:

$$\sigma(\theta) = C^2[(2J_A+1)(2\bar{s}+1)]^{-1} \sum_{M_A M_B} \sum_{\sigma\bar{\sigma}} |T_{pd}|^2, \qquad (2.3$$

где

$$C = \frac{\mu_p \mu_d}{(2\pi\hbar^2)^2}\, \frac{k_p}{k_d}\, D_0^2;\quad D_0^2 = 2{,}38\cdot 10^3\, \frac{\epsilon_{pn}^{\frac{1}{2}}}{\mu_{np}^{3/2}}\ \text{Мэв}^2\ \text{fm}^3 .$$

(Здесь индексы с чертой сверху относятся ко входному, дейтронному каналу, массы измеряются в единицах протонной массы, энергии в Мэв, длины в fm)

$$T_{pd} = \langle \Psi^{(-)}_{\vec{k}_p}(\vec{r}\theta_i)\,\chi_{s\sigma}\,\Phi_{J_B M_B}(\theta_i\vec{r}) | \Phi_{J_A M_A}(\theta_i)\,\chi_{\bar{s}\bar{\sigma}}\,\Psi^{(+)}_{\vec{k}_d}(\vec{r},\theta_i) \rangle \qquad (2.4)$$

– амплитуда срыва, в которой волновые функции входного и выходного каналов записаны в адиабатическом приближении, то есть представлены в виде произведения функции внутреннего и относительного движений. Такое приближение справедливо, если энергии достаточно большого числа вращательных уровней ядер A и B удовлетворяют условию $\epsilon < \frac{E}{kR}$, и соответствующие искаженн волны можно рассматривать как решения в поле неподвижного деформированного ядра.

Видно, что для вычисления амплитуды срыва (2,4) необходимо находить искаженные волны $\Psi^{(\pm)}_{\vec{k}_{p,d}}(\vec{r}\,\theta_1)$. Выше уже отмечалось, какие несоответствия возникают, если эти функции рассчитывать в поле центрально-симметричного потенциала. Поэтому будем учитывать в относительном движении тот факт, что рассеяние происходит в поле деформированных потенциалов ядер A и B, включающих кулоновское и ядерное оптическое взаимодействие без спин-орбитальных членов.

$$\frac{2\mu}{h^2}\,V(\vec{r}\,\theta_1) = u_0(r) + \sum_{\lambda} u_\lambda(r)\,P_\lambda(\omega)$$

Тогда соответствующие искаженные волны запишутся в виде:

$$\Psi^{(+)}_{\vec{k}_d}(\vec{r}\,\theta_1) = \sum_{\bar{\ell}\bar{\ell}'\bar{m}} R^{\bar{m}}_{\bar{\ell}\bar{\ell}'}(r)\,Y_{\bar{\ell}\bar{m}}(\omega)\,D^{\bar{\ell}'}_{0\bar{m}}(\theta_1) \qquad (\vec{k}_d \parallel OZ) \tag{2.5}$$

$$\Psi^{(-)}_{\vec{k}_p}(\vec{r}\,\theta_1) = \sum_{\ell\ell' m m'} R^{m}_{\ell\ell'}(r)\,Y_{\ell m}(\omega)\,D^{\ell'}_{m'm}(\theta_1)\,Y^{*}_{\ell' m}(\hat{k}_p), \tag{2.6}$$

где ω – угловые координаты вектора $\vec{r}$ в собственной системе координат ядра, $\hat{k}$ – угловые координаты векторы $\vec{k}$ в лабораторной системе, $m(\bar{m})$ – сохраняющаяся проекция векторов $\ell(\bar{\ell})$ и $\ell'(\bar{\ell}')$ на ось симметрии ядра. Здесь

$$R^{\bar{m}}_{\bar{\ell}\bar{\ell}'}(r) = [\pi(2\bar{\ell}'+1)]^{1/2}\, i^{\bar{\ell}'}\, e^{i\sigma_{\bar{\ell}'}}\,\frac{\phi^{\bar{m}}_{\bar{\ell}\bar{\ell}'}(r)}{k_d r} \tag{2.7}$$

$$R^{m}_{\ell\ell'}(r) = 2\pi(-i)^{\ell'}\, e^{i\sigma_{\ell'}}\,\frac{\phi^{m}_{\ell\ell'}(r)}{k_p r} \tag{2.8}$$

σ_ℓ – кулоновские фазы, а радиальные функции ϕ^{c}_{ab} удовлетворяют системе связанных уравнений /7/

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{a(a+1)}{r^2} - u_0(r) + k^2\right]\phi^{c}_{ab}(r) = \sum_{\lambda d} u_\lambda(r)\,p^{\lambda c}_{ad}\,\phi^{c}_{db}(r) \tag{2.9}$$

с коэффициентами

$$p^{\lambda c}_{ad} = (-1)^{c}\,\frac{\hat{d}\hat{a}}{\hat{\lambda}^2}\,(da00/\lambda 0)(dac-c/\lambda 0)$$

и асимптотикой

$$\phi^{c}_{ab}(r) \approx (F_a + i\,G_a)\,\delta_{ab} + S^{c}_{ab}(F_a - i\,G_a), \tag{2.10}$$

F_a и G_a – соответственно регулярная и нерегулярная кулоновские функции, а S^{c}_{ab} – матрица рассеяния в адиабатическом приближении.

Теперь, подставляя искаженные волны (2.5) и (2.6) в формулы (2.4), (2.3) и проводя соответствующие интегрирования и суммирования (см. Приложение 1), получим окончательное выражение для дифференциального сечения срыва на деформированном ядре

$$\sigma(\theta) = C^2\,[16\pi(2s_n+1)(1+\delta_{0K_A})]^{-1}\sum_{JL}(2L+1)^{-1}(J_A J K_A \Omega\,|\,J_B K_B)^2\,\cdot$$
$$\cdot\sum_{m'}\Big|\sum_{\ell''\Lambda} a_{\ell''\Lambda}(L s_n \Lambda \Sigma\,|\,J\Omega)\sum_{\substack{\ell\ell'\bar{\ell}\bar{\ell}'\\ m\bar{m}}} I\left(\begin{smallmatrix}\ell\,\ell'\,m\\ \bar{\ell}\,\bar{\ell}'\,\bar{m}\end{smallmatrix},\ell''\right)\hat{\ell}\hat{\bar{\ell}}\hat{\ell}''^{-1}(\ell\bar{\ell}00\,|\,\ell''0)\,\cdot \tag{2.11}$$
$$(\ell\bar{\ell}m\bar{m}\,|\,\ell''\Lambda)(\ell'\bar{\ell}'m\bar{m}\,|\,L\Lambda)(\ell'\bar{\ell}'m'0\,|\,Lm')\,Y^{*}_{\ell'm'}(\theta,\phi)\Big|^2,$$

где

$$I = \int R^{\bar{m}}_{\bar{\ell}\bar{\ell}'}\,R_{\ell''}\,R^{m}_{\ell\ell'}\,r^2\,dr \tag{2.12}$$

– интеграл перекрытия радиальных функций (обозначено $\hat{n} = \sqrt{2n+1}$).

Анализ полученного результата приводит к следующим заключениям:

1) Из формулы (2.11) для сечения следуют правила отбора только для сохраняющихся квантовых чисел переданного ядру момента J и его проекции на ось симметрии ядра Ω :

$$|J_B - J_A| \le J \le J_B + J_A \qquad (\vec{J} = \vec{J}_B - \vec{J}_A) \tag{2.13}$$

$$\Omega = K_B - K_A \,. \tag{2.14}$$

В случае четно-четного начального ядра $J_A = 0$, и только одно значение $J = J_B$ дает вклад в сечение срыва. Переданный момент J , вообще говоря, не совпадает с несохраняющимся моментом j ($\vec{j} = \vec{\ell}'' + \vec{s}_n$) нейтрона на нильссоновской орбите. По той же причине роль орбитального квантового числа играет уже не ℓ'' , а L , которое определяется из правил отбора

$$\vec{L} = \vec{J} - \vec{s}_n \qquad s_n = \frac{1}{2} \,. \tag{2.15}$$

2) Таким образом, желаемой факторизации сечения из структурной и кинематической части, как это было в случае круглых ядер (формула (1,1)), не возникает и, вообще говоря, все значения ℓ'' (а значит и все коэффициенты Нильссона $a_{\ell''\Lambda}$) дают вклад в сечение срыва. При этом слагаемое с $\ell'' = L$ может оказаться не основным, и обработка экспериментальных данных по реакциям срыва на деформированных ядрах усложняется.

В частном случае, когда в качестве искаженных волн выбираются обычные функции центрального поля, оказывается, что только одно слагаемое с $\ell'' = L$ дает вклад в сечение (формула Satchler'a [2]). Чтобы получить этот результат, необходимо положить в (2.11).

$$\ell' = \ell \qquad \bar{\ell}' = \bar{\ell} \qquad R^{m}_{\ell\ell'} = R_{\ell} \qquad R^{\bar{m}}_{\bar{\ell}\bar{\ell}'} = R_{\bar{\ell}} \,.$$

В этом случае искаженные волны (2.5) и (2.6) переходят в соответствующие функции центрального поля. Учитывая далее, что

$$\sum_{m\bar{m}} (\ell \bar{\ell} m \bar{m} \mid L \Lambda)(\ell \bar{\ell} m \bar{m} \mid \ell'' \Lambda) = \delta_{L\ell''}$$

получим обычное выражение для дифференциального сечения срыва на круглом ядре (1.1), но с S -фактором деформированного ядра

$$\sigma(\theta) = \frac{2J_B + 1}{2J_A + 1} \sum_{JL} S_{JL} \Phi_L(\theta) \tag{2.16}$$

$$S_{JL} = \frac{2J_A + 1}{2J_B + 1} (1 + \delta_{0K_A})^{-1} [(J_A J K_A \Omega \mid J_B K_B) C^{\Omega}_{JL}]^2 \,, \tag{2.17}$$

где

$$C^{\Omega}_{JL} = \sum_{\Lambda} a_{L\Lambda} (L s_n \Lambda \Sigma \mid J \Omega) \,. \tag{2.18}$$

Здесь $\vec{J}$ уже совпадает с моментом нейтрона на нильссоновской орбите ($\vec{J} = \vec{j} = \vec{\ell}'' + \vec{s}_n$) и мы вынуждены считать его сохраняющимся квантовым числом, что, вообще говоря, неверно.

3) Оценка порядка величины слагаемых с $\ell'' \ne L$ в сечении (2.11), которые появляются из-за учета деформации ядра, довольно сложна, так как требует решения задачи на связанные каналы (2.9). Грубая оценка таких поправок проводилась в первом порядке по деформации ядра. Использование батлеровского приближения [3] показывает, что они могут составлять 20% от основного члена ($\ell'' = L$), а более точные расчеты с учетом искажения [4] при некоторых углах рассеяния изменяют сечение на порядок величины. Более того, основное слагаемое может "зануляться," и тогда "поправки" ($\ell'' \ne L$) по порядку величины оказываются основными. Это видно из простого примера реакции $Mg^{24}(dp)Mg^{25}$ со срывом нейтрона на первый вращательный уровень $Mg^{25}\, J^{\pi}_{B} = 7/2^{+}$ ($E = 1{,}61$ Мэв) полосы, построенной на нильссоновской орбите [202]$5/2^{+}$. Действительно, в этом случае $J_A = 0$ и $J = J_B = \frac{7}{2}$, тогда $L = 3{,}4$. В то же время известно [10], что здесь коэффициенты Нильссона отличны от нуля лишь при одном значении $\ell'' = 2$. Таким образом, L и ℓ'' никогда не совпадут и слагаемое с $\ell'' = L$

дает нулевой вклад в сечение этого перехода (см. также (2.16)). В то же время экспериментальное сечение этого перехода не сильно отличается по абсолютной величине от сечения срыва на основное состояние $J^{\pi}_{B} = \frac{5^{+}}{2}$ /11/. и полностью должно объясняться слагаемыми с $\ell'' \neq L$. Этот пример подтверждает вывод, что в реакциях срыва остаточные взаимодействия деформационного типа могут оказаться так же важными в описании относительного движения частиц, как и в расчете уровней связанного состояния нуклонов.

3. Дифракционная формула

Теперь можно поставить задачу о более детальном анализе полученного результата (2.11) с целью проследить механизм виртуального неупругого подвозбуждения во входном и выходном каналах в процессе срыва; проанализировать угловое распределение, даваемое каждой ступенью такого многократного процесса срыва, и его связь с упругим и неупругим рассеянием во входном и выходном каналах; изучить возможность получения окончательного выражения для сечения в явном (аналитическом) виде, что весьма важно для анализа экспериментальных данных. За основу дальнейшего рассмотрения возьмем дифракционное приближение, которое обычно используется в задачах рассеяния для наглядного качественного анализа, а также во многих случаях при удачной параметризации S -матрицы упругого рассеяния может давать и количественное описание изучаемых процессов.

Суть приближения состоит в предположении, что вклад в сечение дает большое число парциальных волн, причем в области пространства, $\ell < \ell_0$ имеется сильное поглощение, и действительная часть S - матрицы там близка к единице. Таким образом, наиболее важно знать поведение S -матрицы при больших значениях парциальных волн вблизи границы этой области :

$$\ell \gtrsim \ell_0 \gg 1 \qquad (\ell_0 \approx kR). \tag{3.1}$$

Здесь под ℓ разумеются все моменты $\ell \ell' \bar{\ell}\, \bar{\ell}'$ и т.п., характеризующие относительное движение. Размеры пограничного слоя перехода от "черноты" к свободному движению задаются параметром Δ :

$$\Delta < \ell_0 \qquad (\Delta \approx k a), \tag{3.2}$$

S - матрица является обычно функцией этих двух параметров дифракционного рассеяния ℓ_0 и Δ ($R = r_0 A^{\frac{1}{3}}$ и a - соответственно параметры радиуса и размазки оптического потенциала).

Будем также предполагать, что числа $\ell'' L$ и т.п., играющие роль переданных моментов, значительно меньше соответствующих моментов относительного движения частиц в каналах, то есть

$$L,\ \ell'' \ldots \ll \ell_0 \lessapprox \ell,\ \ell',\ \bar{\ell},\ \bar{\ell}' \ldots \tag{3.3}$$

Это неравенство позволит в дальнейшем для ряда коэффициентов Клебша-Гордана использовать их асимптотические выражения.

Рассмотрим теперь интеграл перекрытия радиальных функций (2.12):

$$I = 2\pi^{3/2}\, \hat{\bar{\ell}}'\, i^{\bar{\ell}' - \ell'}\, e^{i(\bar{\sigma}_{\bar{\ell}'} + \sigma_{\ell'})}\, (k_p k_d)^{-1} \int \bar{\phi}^{\bar{m}}_{\bar{\ell}\bar{\ell}'}\, R_{\ell''}\, \phi^{m}_{\ell\ell'}\, dr . \tag{3.4}$$

Из-за сильного поглощения внутри ядра основной вклад в этот интеграл будет давать область вблизи поверхности ядра $kr \approx kR \pm \Delta \approx \ell_0 \pm \Delta$. Но тогда на основании (3.1) $kr \gg 1$ при оценке (3.4) для функций ϕ и R можно использовать соответствующие асимптотические выражения

$$\bar{\phi}^{\bar{m}}_{\bar{\ell}\bar{\ell}'} \approx (\bar{F}_{\bar{\ell}} + i\bar{G}_{\bar{\ell}})\, \delta_{\bar{\ell}\bar{\ell}'} + \bar{S}^{\bar{m}}_{\bar{\ell}\bar{\ell}'} (\bar{F}_{\bar{\ell}} - i\bar{G}_{\bar{\ell}}) \tag{3.5}$$

$$\phi^{m}_{\ell\ell'} \approx (F_{\ell} + iG_{\ell})\, \delta_{\ell\ell'} + S^{m}_{\ell\ell'} (F_{\ell} - iG_{\ell})$$

$$R_{\ell''} \approx (\alpha r)^{-1} e^{-\alpha r}, \qquad \left(\alpha = \sqrt{\frac{2m E_n}{h^2}}\right). \tag{3.6}$$

Последняя при условия (3.1) и (3.3) фактически не зависит от ℓ'' и слабо меняется по сравнению с функциями относительного движения в наиболее важной области пространства $R \div R \pm \frac{\Delta}{k}$, если выполняется условие

$$E \gg E_n \frac{m}{\mu}, \tag{3.7}$$

где m – масса переданного нейтрона, а μ – масса падающей (или вылетающей) частицы.

Здесь надо заметить, что выбранная асимптотика (3.6) функции связанного состояния $R_{\ell''}$ является правильной, но не соответствует асимптотике обычно используемых в разложении (2.2) базисных функций гармонического осциллятора, которые имеют "хвост" вида $R_{\ell''} \approx (\sqrt{\beta}\, r)^{\ell''} e^{-\beta r^2}$. Точно также и коэффициенты разложения $a_{\ell'' L}$ по такому базису с правильной асимптотикой будут отличаться от обычных нильссоновских, что приведет к изменению абсолютной величины сечения. Этот вопрос специально анализировался в работе /12/ в рамках обычного метода искаженных волн центрального поля. Было показано, что использование функций связанного состояния (2.2) в поле конечного деформированного потенциала типа Вудса-Саксона (которые находились методом связанных каналов) изменяют S -факторы реакции $Mg^{24}(dp)Mg^{25}$, рассчитанные вначале с помощью нильссоновских функций, в среднем примерно на 20%, хотя иногда (например, переход на уровень $J^{\pi} = \frac{1}{2}^{+}$, $E = 0{,}58$ Мэв) это изменение оказывается вдвое больше.

Итак, подставим (3.5) и (3.6) в интеграл (3.4) и при его оценке учтем тот факт, что при $kr \gg 1$ функции

$$F_{\alpha} \pm i G_{\alpha} \approx \pm i \exp(\mp i \theta_{\alpha})$$

$$\left(\theta_{\alpha} = kr - \eta \ln(2kr) - a \frac{\pi}{2} + \sigma_{\alpha}, \quad \eta = \frac{Z_1 Z_2 e^2 \mu}{h^2 k} \right)$$

сильно осциллируют. Тогда при условии (3.7) основной вклад в (3.4) дадут лишь те слагаемые, в которых под интегралом фазы θ_{α} вычитаются. Таким образом,

$$I = 2\pi^{3/2} \hat{\bar{\ell}}' i^{\bar{\ell}' - \ell'} e^{i(\sigma_{\bar{\ell}'} + \sigma_{\ell'})} (k_p k_d)^{-1} \{ \delta_{\ell\ell'} \bar{S}^{\bar{m}}_{\bar{\ell}\bar{\ell}'} \bar{A}_{\bar{\ell}\ell} + \delta_{\bar{\ell}\bar{\ell}'} S^{m}_{\ell\ell'} A_{\ell\bar{\ell}} \}, \tag{3.8}$$

где

$$\bar{A}_{\bar{\ell}\ell} = \int (\bar{F}_{\bar{\ell}} - i \bar{G}_{\bar{\ell}}) R_0 (F_{\ell} + i G_{\ell}) dr \tag{3.9}$$

$$A_{\ell\bar{\ell}} = \int (F_{\ell} - i G_{\ell}) R_0 (\bar{F}_{\bar{\ell}} + i \bar{G}_{\bar{\ell}}) dr . \tag{3.10}$$

Здесь можно, однако, заменить функции $(F_{\alpha} \pm i G_{\alpha})$ на соответствующие точные решения центрального поля, исправляя тем самым поведение подынтегральных выражений (3.9) и (3.10) вблизи поверхности ядра.

Подставляя далее (3.8) в (2.11), получим следующее выражение для сечения

$$\sigma(\theta) = C^2 \frac{4\pi^3}{(k_p k_d)^2} [16\pi (2 s_n + 1)(1 + \delta_{0 K_A})]^{-1} \sum_{JL} \hat{L}^{-2} (J_A J K_A \Omega | J_B K_B)^2 \cdot \tag{3.11}$$

$$\cdot \sum_{m'} \Big| \sum_{\ell'' \Lambda} a_{\ell'' \Lambda} (L s_n \Lambda \Sigma | J \Omega) F^{L m'}_{\ell'' \Lambda} \Big|^2 ,$$

где

$$F^{L m'}_{\ell'' \Lambda} = \sum_{\substack{\ell \ell' \bar{\ell} \bar{\ell}' \\ m \bar{m}}} \hat{\bar{\ell}}' \hat{\ell} \hat{\bar{\ell}} \hat{\ell}''^{-1} i^{\bar{\ell}' - \ell'} e^{i(\sigma_{\bar{\ell}'} + \sigma_{\ell'})} \{ \delta_{\ell\ell'} \bar{S}^{\bar{m}}_{\bar{\ell}\bar{\ell}'} \bar{A}_{\bar{\ell}\ell} + \delta_{\bar{\ell}\bar{\ell}'} S^{m}_{\ell\ell'} A_{\ell\bar{\ell}} \} \cdot \tag{3.12}$$

$$(\ell \bar{\ell} 0 0 | \ell'' 0)(\ell \bar{\ell} m \bar{m} | \ell'' \Lambda)(\ell' \bar{\ell}' m \bar{m} | L \Lambda)(\ell' \bar{\ell}' m' 0 | L m') Y^{*}_{\ell' m'}(\theta \phi)$$

играет роль амплитуды перехода на каждой из промежуточных ступеней срыва, причем каждая амплитуда входит со своим весом $a_{\ell''\Lambda}(L s_n \Lambda \Sigma | J \Omega)$.

Теперь для дальнейших вычислений необходимо задать $S^{m}_{\ell\ell'}$ –матрицу рассеяния на неподвижном деформированном ядре. Обычно ее находят численно /6,7/, решая уравнения связанных каналов (2.9). Однако, как показано в работе /13/, использование дифракционного и адиабатического приближений позволяет выразить ее через обычные элементы S_{ℓ} –матрицы рассеяния в центральном поле. Основываясь на Приложении II, запишем это выражение в следующем виде:

$$\bar{S}^{\bar{m}}_{\bar{\ell}\bar{\ell}'} = (-1)^{\bar{\ell}' - \bar{\ell} - \bar{m}} e^{-i(\bar{\sigma}_{\bar{\ell}'} + \bar{\sigma}_{\bar{\ell}})} \hat{\bar{\ell}} \hat{\bar{\ell}}' \sum_{j} (\bar{\ell}\bar{\ell}' 0 0 | j 0)(\bar{\ell}\bar{\ell}' \bar{m} - \bar{m} | j 0) \bar{\mathcal{S}}(\bar{\ell}'\bar{\ell} j), \tag{3.13}$$

где

$$\bar{\mathfrak{g}}(\bar{\ell}'\bar{\ell}j) = \frac{1}{4}\int_{1}^{-1} dx\,(\bar{S}_{\bar{\ell}'} + \bar{S}_{\bar{\ell}})P_j(x). \tag{3.14}$$

Аналогично записывается и $S^{m}_{\ell\ell'}$. Элементы S_ℓ –матрицы зависят как и обычно от параметров ℓ_0 и Δ , характеризующих дифракционное рассеяние. Введение деформации ядра приводит к тому, что эти параметры (обычно лишь ℓ_0), и, следовательно, S_ℓ –матрица, становятся функциями параметров несферичности (например, $S_\ell = S_\ell(\ell_0(x), \Delta)$), по которым затем в формуле (3.14) проводится интегрирование. В нашем случае это интегрирование ведется по угловым координатам точки поверхности ядра во внутренней системе ($R \to R(1+\beta\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\,P_2(x))$; $\ell_0 \to \ell_0(1+\beta\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\,P_2(x))$).

Теперь после подстановки (3.13) в (3.12) оказывается возможным упростить это последнее выражение. Покажем, как это можно сделать на примере первого слагаемого из (3.12). Прежде всего проведем суммирование по ℓ' с помощью $\delta_{\ell\ell'}$ –функции и затем по m с помощью равенства

$$\sum_{\bar{m}} (\ell\bar{\ell}'\bar{m}-\bar{m}\,|\,j\,0)(\ell\bar{\ell}m\bar{m}\,|\,\ell''\Lambda)(\ell\bar{\ell}'m\bar{m}\,|\,L\,\Lambda) =$$

$$= (-1)^{\Lambda+\bar{\ell}-j-L-\bar{m}}\,\hat{\ell}''\hat{L}\,(L\ell''-\Lambda\Lambda\,|\,j0)\,W(L\ell j\bar{\ell};\,\bar{\ell}'\ell'').$$

Используя затем соотношения

$$(\bar{\ell}\bar{\ell}'00|\,j0)(\ell\bar{\ell}00|\,\ell''0) = (-1)^{\ell+\bar{\ell}+\bar{\ell}'-\ell''}\sum_{j'}\hat{j}\hat{j}'(\bar{\ell}'\ell 00|j'0)(jj'00|\ell''0)W(j\bar{\ell}'\ell''\ell;\bar{\ell}j')$$

$$\sum_{\bar{\ell}} \hat{\bar{\ell}}^{2}\,W(j\,\bar{\ell}'\ell''\ell;\,\bar{\ell}j')\,W(j\bar{\ell}'\ell''\ell;\,\bar{\ell}L) = \hat{j}'^{-2}\delta_{j'L}$$

и суммируя по j' с помощью $\delta_{j'L}$–функции, получим для $F^{Lm}_{\ell''\Lambda}$ следующий результат (аналогичным образом поводятся выкладки для второго слагаемого из (3.12)):

$$F^{Lm'}_{\ell''\Lambda} = \hat{L}^{2}\sum_{j}\hat{j}\,(-1)^{m'+\Lambda-j}(L\ell''-\Lambda\Lambda\,|\,j0)(jL00\,|\ell''0)\,f^{j}_{Lm'}\,, \tag{3.15}$$

где

$$f^{j}_{Lm'}(\theta\phi) = \sum_{\ell\bar{\ell}'} B^{j}_{\bar{\ell}'}\{\,\hat{\ell}\,i^{\ell-\bar{\ell}'}(L\ell 00|\bar{\ell}'0)(L\ell m'-m'|\ell'0)Y^{*}_{\ell m'}(\theta\phi) + \tag{3.16}$$

$$+\hat{\bar{\ell}}'\,i^{\bar{\ell}'-\ell}(L\bar{\ell}'00|\ell 0)(L\bar{\ell}'m'-m'|\ell 0)Y^{*}_{\bar{\ell}'m'}(\theta\phi)\}$$

$$B^{j}_{\bar{\ell}'} = \frac{1}{2}\,[\,e^{i(\sigma_{\bar{\ell}'}-\bar{\sigma}_{\bar{\ell}'})}\bar{A}_{\bar{\ell}\bar{\ell}'}\,\bar{\mathfrak{g}}(\bar{\ell}'\bar{\ell}'j) + e^{i(\bar{\sigma}_{\bar{\ell}'}-\sigma_{\bar{\ell}'})}A_{\bar{\ell}'\bar{\ell}'}\mathfrak{g}(\bar{\ell}'\bar{\ell}'j)\,]. \tag{3.16'}$$

При проведении суммирования по $\bar{\ell}$ и записи формулы (3.16) в симметризованном виде мы воспользовались тем, что в дифракционном приближении и при условии (3.3) можно с точностью до членов $\approx(kR)^{-1}$ положить, например.:

$$e^{i(\sigma_\ell-\bar{\sigma}_{\bar{\ell}})}\mathfrak{g}(\bar{\ell}'\bar{\ell}j)\,\bar{A}_{\bar{\ell}\ell} \approx e^{i(\sigma_\ell-\bar{\sigma}_\ell)}\,\mathfrak{g}(\bar{\ell}'\ell j)\,\bar{A}_{\ell\ell} \approx e^{i(\sigma_{\bar{\ell}}-\bar{\sigma}_{\bar{\ell}})}\,\mathfrak{g}(\bar{\ell}'\ell j)\,\bar{A}_{\bar{\ell}\bar{\ell}}$$

и аналогично – для другого канала.

Далее интересным и важным является то, что с помощью тех же приближений (3.1)–(3.3), используя асимптотические выражения для коэффициентов Клебша–Гордана, удается провести еще одно приближенное суммирование в (3.16) по ℓ /13/, при этом точность та же, до членов $\approx(kR)^{-1}$, что и во всем рассмотрении этого раздела. Для малых и больших углов рассеяния амплитуды $f^{j}_{Lm'}(\theta\phi)$ имеют разный вид. При $\theta<(kR)^{-1}$

$$f^{j}_{Lm'}(\theta\phi) = 2\sqrt{4\pi}\,\hat{L}^{-1}\,Y^{*}_{Lm'}(\tfrac{\pi}{2}\,\phi)\sum_{\ell}\hat{\ell}\,B^{j}_{\ell}\,Y^{*}_{\ell m'}(\theta-\tfrac{\pi}{2}). \tag{3.17}$$

При $\theta>(kR)^{-1}$

$$f^{j}_{Lm'}(\theta\,\phi) = (-1)^{m'}\sqrt{4\pi}\,\hat{L}^{-1}[\,Y^{*}_{Lm'}(\tfrac{\pi}{2}+\theta,\phi) + Y^{*}_{Lm'}(\tfrac{\pi}{2}\,\phi)\,]\sum_{\ell}\hat{\ell}B^{j}_{\ell}\,Y^{*}_{\ell L}(\theta\tfrac{\pi}{2}). \tag{3.18}$$

Обратим внимание, что полученные выражения (3.16)–(3.18) по своей форме сходны с соответствующими амплитудами промежуточного виртуального подвозбуждения в неупругом дифракционном рассеянии, полученными Инопиным /13/.

Отличие состоит, грубо говоря, в домножении их на радиальные интегралы перекрытия $A_{\ell\ell}$, которые прямым образом характеризуют механизм срыва. Отметим также, что при выводе этих формул не использовалось предположение о малости параметра деформации. Поэтому в окончательных результатах (3.16)-(3.18) роль S -матрицы выполняет интеграл $\mathcal{I}(\ell\ell j)$ (3.14), уже под знаком которого при наличии малости $\ell_0\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\,\beta\, P_2(x) \ll 1$ можно проводить разложения элементов $S_\ell(\ell_0(1+\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\,\beta P_2(x));\Delta)$, ограничиваясь любым порядком.

Запишем теперь окончательное выражение для дифференциального сечения срыва в дифракционном приближении. Подставляя (3.15) в (3.11) и проводя некоторые упрощения, получим:

$$\sigma(\theta) = \frac{2J_B+1}{2J_A+1} \sum_{JL} \frac{2J_A+1}{2J_B+1} (1+\delta_{0K_A})^{-1} (J_A J K_A \Omega | J_B K_B)^2 \cdot \tag{3.19}$$

$$\cdot \sum_{m'} \Big| \sum_j C^{\Omega}_{JLj} \Big\{ C \frac{2}{2k_p k_d} \hat{s}_n^{-1} f^j_{Lm'}(\theta\phi) \Big\} \Big|^2 ,$$

где

$$C^{\Omega}_{JLj} = \hat{L}\,\hat{j}^2 (-1)^j \sum_{\ell''\Lambda} \hat{\ell}''^{-1} a_{\ell''\Lambda} (L s_n \Lambda \Sigma | J \Omega)(L j \Lambda 0 | \ell'' \Lambda)(L j 0 0 | \ell'' 0) \tag{3.20}$$

связано в первую очередь со спектроскопическими характеристиками ядер A и B, участвующих в срыве, а выражение в фигурных скобках определяет угловое распределение, зависимость от энергии частиц и параметров относительного движения в каналах. Формулы (3.19), (3.20) представляют основной результат данного раздела.

В частном случае $j = 0$ получаем из (3.20) уже известный результат Satchler'а (2.18):

$$C^{\Omega}_{JL0} = \sum_{\Lambda} a_{L\Lambda} (L s_n \Lambda \Sigma | J \Omega),$$

причем сечение факторизуется в виде (2.16), а кинематическая часть дает дифракционную формулу срыва на круглом ядре

$$\Phi_L(\theta) = C^2 \frac{\pi^2}{4(k_p k_d)^2} \frac{1}{2s_n+1} \sum_{m'} | f^0_{Lm'}(\theta\phi) |^2 , \tag{3.21}$$

где $f^0_{Lm'}$ определяется формулами (3.17), (3.18) при $j = 0$. Рассматривая случай малых углов $\theta < (kR)^{-1}$ и выбирая систему координат так, чтобы $\phi = 0$, получим из (3.17) и (3.21):

$$\Phi_L(\theta) = C^2 \frac{1}{16(2s_n+1)} \sum_{m'} \Big| \frac{(4\pi)^{3/2}}{k_p k_d} Y_{Lm'}(\frac{\pi}{2} 0) \sum_{\ell} \hat{\ell}\, B^0_{\ell} Y_{\ell -m'}(\theta 0) \Big|^2 . \tag{3.22}$$

Это выражение совпадает с результатом работы /14/, где дифракционный подход специально применялся к случаю срыва на круглых ядрах. Отличие состоит в том, что там матрица B^0_ℓ представлена в виде среднего геометрического от S -матрицы входного и выходного каналов, умноженной на радиальный интеграл. Такая замена, однако, верна лишь в случае, когда входной и выходной каналы не сильно различаются по своим параметрам и энергиям. Другим различием является то, что в указанной работе формула (3.22) используется также и для больших углов $\theta > (kR)^{-1}$. Можно показать, однако, что экстраполяция (3.22) в область больших углов возможна лишь при формальной замене

$$Y_{Lm'}(\frac{\pi}{2}\ 0) \to \frac{1}{2} [\, Y_{Lm'}(\frac{\pi}{2}+\theta,\ 0) + Y_{Lm'}(\frac{\pi}{2}\ \ 0)\,] .$$

В сечении это приводит к дополнительному фактору $\frac{1}{2}[1 + P_L(\cos\theta)]$, заметно изменяющемуся с ростом угла.

4. Некоторые заключения

Рассмотрим наиболее интересный случай дейтронного срыва с вылетом протонов под большими углами $\theta > (kR)^{-1}$, когда наблюдается четкая картина дифракционных максимумов и минимумов. Подставляя (3.18) в (3.19) и проводя суммирование по m', получим дифференциальное сечение

$$\sigma(\theta) = \frac{2J_B+1}{2J_A+1} \sum_{JL} \frac{2J_A+1}{2J_B+1} (1+\delta_{0K_A})^{-1} (J_A J K_A \Omega | J_B K_B)^2 [1 + P_L(\cos\theta)] \cdot \tag{4.1}$$

$$\cdot \Big| \sum_j C^{\Omega}_{JLj} \Big\{ C \frac{\pi}{2\sqrt{2}\, k_p k_d} \frac{1}{\sqrt{2s_n+1}} \sum_{\ell} \hat{\ell}\, B^j_{\ell} Y_{\ell L}(\theta, 0) \Big\} \Big|^2 .$$

Здесь основные черты углового распределения определяются суперпозицией (с весами C^{Ω}_{JLj}) промежуточных амплитуд вида

$$t^j_L = \text{const} \sum_{\ell} \hat{\ell} \; B^j_{\ell} Y_{\ell L}(\theta, 0). \qquad (4.2)$$

Напомним, что

$$B^j_{\ell} = \frac{1}{2}\left[e^{i(\sigma_{\ell} - \bar{\sigma}_{\ell})} \bar{A}_{\ell\ell} \, \mathcal{G}(\ell\ell j) + e^{i(\bar{\sigma}_{\ell} - \sigma_{\ell})} A_{\ell\ell} \mathcal{G}(\ell\ell j)\right] \qquad (4.3)$$

$$\mathcal{G}(\ell\ell j) = \frac{1}{2}\int_{1}^{-1} dx \, S_{\ell}(x) \, P_j(x), \qquad (4.4)$$

а $A_{\ell\ell}$– радиальные интегралы перекрытия (3.9), (3.10).

При выполнении условия (3.7) радиальные интегралы слабо меняются как функции ℓ в наиболее важной области $\ell_0 \pm \Delta$, и поэтому при качественном анализе можно вынести их из-под знака суммы в формуле (4.2). Пренебрегая также разностью кулоновских фаз в каналах, можем теперь записать (4.2) в виде:

$$t^j_L \approx \left[\bar{A}_{\ell_0\ell_0} \sum_{\ell} \hat{\ell} \, \bar{\mathcal{G}}(\ell\ell j) \, Y_{\ell L}(\theta, 0) + A_{\ell_0\ell_0} \sum_{\ell} \hat{\ell} \, \mathcal{G}(\ell\ell j) Y_{\ell L}(\theta, 0)\right]. \qquad (4.5)$$

Сравнивая выражение под знаком суммы с результатами работы[/15/] (или же с амплитудой $\langle D^L_{MK}(\theta_1) | f(\Omega, \theta_1) | D^0_{00}\rangle$, где $f(\Omega, \theta_1)$ дана в Приложении II), можно убедиться, что оно по форме похоже на амплитуду неупругого рассеяния с передачей момента L. Таким образом t^j_L можно интерпретировать как сумму двух промежуточных амплитуд неупругого подвозбуждения во входном и выходном каналах, веса которых определяются соответствующими радиальными интегралами. Если последние считать величинами одного порядка, то можно ожидать, что основной вклад в (4.5) дает лишь протонный (выходной) канал. Действительно, в рассматриваемой области углов $\theta > (kR)^{-1}$ всегда наблюдается

экспоненциальный спад сечений упругого и неупругого рассеяния вида $e^{-2\bar{\Delta}\theta}$ и $e^{-2\Delta\theta}$, соответственно для входного и выходного каналов. С другой стороны, последние данные говорят за то, что параметр диффузности дейтронного оптического потенциала примерно вдвое превышает соответствующий протонный параметр, и значит $\bar{\Delta} \approx 2\Delta$. Следовательно,

$$t^j_L \approx A_{\ell_0\ell_0} \sum_{\ell} \hat{\ell} \, \mathcal{G}(\ell\ell j) Y_{\ell L}(\theta, 0). \qquad (4.6)$$

Отсюда видно, что для круглых ядер ($j = 0, \beta = 0$) в случае передачи нейтрона в состояние с моментом $L = 0$ эта амплитуда (4.6) (с точностью до численного коэффициента) совпадает с амплитудой упругого рассеяния в протонном канале:

$$t^j_0 \approx \frac{1}{2ik} \sum_{\ell} (2\ell + 1) S_{\ell} P_{\ell}(\cos\theta) = f_{\text{упр.}}(\theta). \qquad (4.7)$$

Этот же результат был получен из других модельных соображений в работе[/16/], при этом авторам трудно было объяснить, почему при $L \neq 0$ такой вывод оказывался уже неверным. В той же работе[/16/] результат (4.7) подтверждался для случая $L = 0$ рядом примеров из имеющихся экспериментальных данных – поэтому мы их здесь не воспроизводим.

Рассмотрим теперь выражение (4.4). Учитывая, что обычно в случае центрального поля элементы S_{ℓ} можно записать в виде

$$S_{\ell} \equiv S\left(\ell - \ell_0\left(1 + \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \, \beta \, P_2(x)\right); \Delta\right),$$

разложим их в ряд по деформациям

$$S_{\ell} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^n}{n!} \left(-\sqrt{\frac{5}{4\pi}} \, P_2(x)\right)^n \frac{d^n S_{\ell}}{d\ell^n}$$

и подставляя в (4.4), получим:

$$\mathcal{G}(\ell\ell j) = \sum_{n=0}^{\infty} \beta^n A^j_n \frac{d^n S_{\ell}}{d\ell^n}, \qquad (4.8)$$

где

$$\frac{1}{n!}\left(-\sqrt{\frac{5}{4\pi}} \, P_2(x)\right)^n = \sum_j A^j_n P_j(x).$$

Из последнего равенства следует, что j есть четное число, и если в дальнейшем анализе мы каждый раз будем ограничиваться лишь главными неисчезающими порядками в разложении по β , то они будут определяться числами $j = 2n$ $n = 0, 1, 2 \ldots$

В этом приближении j характеризует ступень срыва, которую будем снабжать номером $N = \frac{j}{2} + 1 = n + 1$. Так, например, если $N = 1$, то $j = 0\ (n = 0)$ и идет прямой, одноступенчатый срыв без промежуточных подвозбуждений в каналах, $N = 2$ ($j = 2, n = 1$) -двухступенчатый процесс, когда срыв идет через одно дополнительное подвозбуждение квадрупольного типа во входном или выходном канале; $N = 3$ ($j = 4, n = 2$) - трехступенчатый процесс, с двумя квадрупольными подвозбуждениями и т.д.

Подставим теперь (4.9) в (4.6). Здесь для оценок можно заменить сумму по ℓ интегралом, использовать асимптотическое выражение для $Y_{\ell L}(\theta 0)$ при $\theta > \ell^{-1}$ и интегрированием по частям $(n-1)$ раз свести ответ к интегралу с первой производной $\frac{d s_\ell}{d\ell}$ (подробности подобной процедуры см. в работе /13/). Тогда, аппроксимируя $\frac{d s_\ell}{d\ell} \approx \delta(\ell - \ell_0)$ и ограничиваясь при интегрировании лишь главными членами, получим:

$$t_L^{(N)}(\theta) \sim \theta^{N-2} \cos\left[\left(\ell_0 + \frac{1}{2}\right)\theta - \frac{\pi}{2}(L + N - 1) + \frac{\pi}{4}\right]. \qquad (4.10)$$

Заметим, что если более точно задавать производную $\frac{d s_\ell}{d\ell}$ с помощью "размазанной" δ -функции, то в сечении появится экспоненциальный множитель типа $e^{-2\Delta\theta}$.

Из (4.10) следует "правило фаз" для дейтронного срыва на деформированных ядрах: для N -й ступени срыва с передачей момента L сдвиг фазы осцилляций по отношению к упругому рассеянию в протонном канале ($L = 0, N = 1$) равен $(L + N - 1)\frac{\pi}{2}$.

Это правило можно обобщить также для срыва на круглых ядрах, когда в нем участвуют вместо вращательных низколежащие колебательные уровни квадрупольного типа. Однако обычно такие уровни лежат довольно высоко и срыв идет одной ступенью ($N = 1$) , без подвозбуждений. Тогда "правило фаз" выглядит проще и определяет сдвиг углового распределения только на фазу $L\frac{\pi}{2}$, где L - уже орбитальный момент нейтрона на оболочке (см. также формулу (4.7)).

Отсюда следует, что совпадения по фазе угловых распределений в срыве и упругом рассеянии в протонном канале можно ожидать лишь при передаче нейтрона на оболочку с $L = 0$.

Возможно , что при некоторых условиях определяющую роль в срыве будет играть не протонный, а дейтронный канал - тогда все сдвиги фаз надо брать относительно упругого рассеяния в этом канале. Более сложная картина наблюдаться, если оба канала интерферируют. Заметим также, что сделанные заключения во многом зависят от выполнения указанных выше условий (надбарьерные энергии, $kR \gg 1$, большие углы $\theta > (kR)^{-1}$, слабое изменение радиальных интегралов, определяющий вклад только одного канала).

Теперь дадим пример использования полученных правил на реакции $Mg^{24}(dp)Mg^{25}$. Обычно предполагается, что эти ядра являются деформированными, тогда уровни $Mg^{25}\ \frac{5}{2}^+$ $(E = 0)$ и $\frac{7}{2}^+$ (E =1,61 Мэв) можно считать первым и вторым уровнями вращательной полосы орбиты $[202]\frac{5}{2}^+$. Для этой орбиты отличны от нуля только коэффициенты Нильссона с $\ell'' = 2$ /10/. Для рассмотрения срыва нейтрона на эти уровни воспользуемся формулой (4.1). Поскольку j всегда четное число, а $\ell'' = 2$, то из выражения для C^{Ω}_{jLj} (3.20), куда входит коэффициент Клебша-Гордана $(Lj00|\ell''0)$, следует, что числа L могут быть только четными. Именно, для основного состояния $L = 2$, для первого вращательного возбуждения $L = 4$. Также видно, что в первом случае $(2j00|20)$ допускает $j = 0, 2, 4$, во втором из $(4j00|20)$ следует, что $j = 2, 4, 6$. И если теперь оставлять только главные члены ($j = 0$ для первого, и $j = 2$ для второго уровня), то можно сказать, что на первый уровень идет одноступенчатый срыв ($N = 1$), а на второй - двухступенчатый ($N = 2$). Соответственно для этих N и L из правила фаз следует, что угловые распределения при срыве на каждый из этих уровней должны быть в противофазе, причем первое из них в фазе с упругим рассеянием в протонном (или дейтронном) канале.

В заключение авторы выражают свою благодарность проф. В.Г. Соловьеву за стимулирование работы над этой темой, а также благодарят участников семинара по теории ядра Лаборатории теоретической физики за плодотворные обсуждения.

П р и л о ж е н и е I

После подстановки в амплитуду срыва (2.4) волновых функций внутреннего движения (2.1) и (2.2) и искаженных волн (2.5) и (2.6) возникает необходимость взять несколько интегралов. Обозначая их условно индексом сверху по виду функций, стоящих под интегралом, выпишем результаты:

$$I^{(D)} = \int D^{\ell'}_{m'm} D^{\bar\ell'}_{0\bar m} D^{*J_B}_{M_B K_B} D^{J_A}_{M_A K_A} D^{s_n}_{\sigma_n \Sigma} (d\theta_i) = \frac{8\pi^2}{2J+1} (-1)^{K_A-M_A} \sum_{JL} (\ell'\bar\ell' m' 0|Lm)\cdot$$

$$\cdot(\ell'\bar\ell' m\bar m|L\, m+\bar m)(J_B J_A -M_B M_A|JM)(J_B J_A -K_B K_A|JK)(L s_n m'\sigma_n|J -M)(L s_n \bar m+m\,\Sigma|J -K)$$

$$I^{(Y)} = \int Y^*_{\ell''\Lambda} Y_{\ell m} Y_{\bar\ell\bar m} (d\omega) = \frac{\hat\ell\hat{\bar\ell}}{\sqrt{4\pi\hat\ell''}} (\ell\bar\ell 0 0|\ell'' 0)(\ell\bar\ell m\bar m|\ell''\Lambda)$$

$$I^{(\chi)} = \langle \chi_{s\sigma}\chi_{s_n\sigma_n} | \chi_{\bar s\bar\sigma}\rangle = (s\, s_n \sigma\sigma_n|\bar s\bar\sigma)$$

$$I^{(R)} = I\begin{pmatrix} \ell\ell' & m \\ \bar\ell\bar\ell' & \bar m \\ \ell'' & \end{pmatrix} = \int R^{\bar m}_{\bar\ell\bar\ell'} R_{\ell''} R^{m}_{\ell\ell'} r^2 dr .$$

Итак, выражение для амплитуды срыва принимает вид:

$$T_{if} = C(-1)^{K_A-M_A} \frac{1}{4\sqrt\pi} \frac{\hat J_B \hat J_A}{\sqrt{1+\delta_{0K_A}}} \sum_{\begin{pmatrix} \ell\ell' \\ \bar\ell\bar\ell'\bar m \\ m\, m' \end{pmatrix}} \sum_{\ell''\Lambda\sigma_n} a_{\ell''\Lambda} \sum_{J\Lambda} \frac{\hat\ell\hat{\bar\ell}}{\hat\ell''\hat J^2}$$

$$(J_B J_A -M_B M_A|JM)(J_B J_A -K_B K_A|JK)(\ell'\bar\ell' m' 0|Lm')(\ell'\bar\ell' m\bar m|L\, m+\bar m)$$

$$(\ell\bar\ell 0 0|\ell'' 0)(\ell\bar\ell m\bar m|\ell''\Lambda)(s\, s_n \sigma\sigma_n|\bar s\bar\sigma)(L s_n m'\sigma_n|J -M).$$

$$(L s_n m+\bar m\,\Sigma|J -K)\, I^{(R)} Y^*_{\ell' m'}(\hat k_p).$$

После подстановки этого выражения в формулу (2.3) и проведения суммирований с учетом следующих равенств

$$\sum_{\sigma\bar\sigma} (s\, s_n \sigma\sigma_n|\bar s\bar\sigma)(s s_n \sigma\sigma'_n|\bar s\bar\sigma) = \frac{\hat{\bar s}^2}{\hat s_n^2}\delta_{\sigma_n\sigma'_n}$$

$$\sum_{M_A M_B} (J_B J_A -M_B M_A|JM)(J_B J_A -M_B M_A|J'M') = \delta_{JJ'}\delta_{MM'}$$

$$\sum_{\sigma_n M} (L s_n m'\sigma_n|J -M)(\underline{L} s_n \underline{m}'\sigma_n|J -M) = \frac{\hat J^2}{\hat L^2}\delta_{m'\underline{m}'}\delta_{L\underline{L}}$$

$$m+\bar m = \Lambda \qquad \Lambda+\Sigma = 0$$

получим окончательный результат (2.11), приведенный в разделе 2.

П р и л о ж е н и е II

Как показано в работе /13/, в дифракционном и адиабатическом приближении амплитуда упругого рассеяния на деформированном ядре имеет вид

$$f = \frac{\pi}{ik} \sum_{\substack{\ell\ell' \\ mm'}} Y^*_{\ell m}(\hat k)\langle Y_{\ell m}|S_\ell + S_{\ell'}|Y_{\ell' m'}\rangle i^{\ell-\ell'} Y_{\ell' m'}(\hat k_0).$$

Считаем, что единичные векторы $\hat k_0$ и $\hat k$, определяющие направление движения частиц в начале и в конце рассеяния, соответственно, заданы во внутренней системе координат, связанной с ядром. Тогда элементы S_ℓ -матрицы центрального поля должны зависеть от параметров несферичности ядра во внутренней системе, например,

$$S_\ell = S_\ell(\ell_0(1+\sqrt{\tfrac{5}{4\pi}}\beta P_2(x));\Delta).$$

Переведем $Y_{\ell' m'}(\hat k_0)$ в лабораторную систему координат, выбирая при этом ось $OZ \parallel \hat k_{0\,(\text{лаб.})}$. Тогда

$$Y_{\ell' m'}(\hat{k}_0) = \sqrt{\frac{2\ell'+1}{4\pi}}\, D^{*\ell'}_{0m'}(\theta_1).$$

Теперь, выделяя из S -матрицы кулоновские фазы в явном виде, используя выбранную асимптотику (2.9) для функций относительного движения, а также учитывая тот факт, что вследствие аксиальной симметрии ядра $m = m'$, представим амплитуду рассеяния на неподвижном деформированном ядре в следующем виде [7]:

$$f(\Omega\,\theta_1) = \frac{\sqrt{\pi}}{ik} \sum_{\ell\ell' m} \hat{\ell}'\, i^{\ell'-\ell}\, e^{i(\sigma_\ell + \sigma_{\ell'})}\, S^m_{\ell\ell'}\, Y_{\ell m}(\omega)\, D^{\ell'}_{0m}(\theta_1),$$

при этом

$$S^m_{\ell\ell'} = \frac{1}{2}(-1)^{\ell-\ell'} \langle \ell - m | S_\ell + S_{\ell'} | \ell' - m \rangle\, e^{-i(\sigma_\ell + \sigma_{\ell'})} =$$

$$= (-1)^{\ell-\ell'-m}\, e^{-i(\sigma_\ell + \sigma_{\ell'})}\, \hat{\ell}\hat{\ell}' \sum_j (\ell\ell' 0 0 | j 0)(\ell\ell' m - m | j 0)\, \mathcal{J}(\ell\ell' j)$$

$$\mathcal{J}(\ell\ell' j) = \frac{1}{4}\int_1^{-1} dx\,(S_\ell + S_{\ell'})\, P_j(x),$$

а ω и Ω – соответственно углы рассеяния во внутренней и лабораторной системе координат.

Литература

1. S.K.Penny, G.R.Satchler, Nucl.Phys., 53, 145 (1964).
2. G.R.Satchler. Ann. Phys., 3, 275 (1958).
3. J.Sawicki, G.R.Satchler, Nucl. Phys., 7, 289 (1958).
4. P.J.Iano, N.Austern, Phys. Rev., 151, 853 (1966).
5. B.Kozlowsky, A.de-Shalit, Nucl. Phys., 77, 215 (1966).
6. T.Tamura, Rev. Mod. Phys., 37, 678 (1965).

7. С.И. Дроздов. ЯФ, 1, 407 (1965).
8. K.Alder, A.Winther, Mat. Fys. NMedd. Dan.Vid.Selsk., 32, No. 8 (1960).
9. В.К. Лукьянов, И.Ж. Петков. Препринт ОИЯИ Р4-3070, Дубна 1966.
10. S.G.Nilsson, Mat.Fys.Medd.Dan.Vid.Selsk., 29, No.16 (1955). (перевод в сб. "Деформация атомных ядер", Москва, 1958).
11. Bibijana Cujec, Phys.Rev., 136, B1305 (1964).
12. E.Rost, Phys.Rev. , 154, 994 (1967).
13. Е.В. Инопин. ЖЭТФ, 50, 1592 (1966).
14. A.Dar, Nucl. Phys., 82, 354 (1966).
15. Е.В. Инопин, А.В. Шебеко. ЖЭТФ, 51, 1761 (1966).
16. C.A.Pearson, M.Coz, Nucl.Phys., 82, 533, 545 (1966).

Рукопись поступила в издательский отдел
19 июля 1967 г.