ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р4 - 3431

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Г.Н. Афанасьев

НЕЙТРОН–ПРОТОННЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ В ЛЕГКИХ ЯДРАХ

1967 г.

P4 - 3431

Г.Н. Афанасьев

НЕЙТРОН-ПРОТОННЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ В ЛЕГКИХ ЯДРАХ

В последнее время появляется много работ, в которых нейтрон-протонные корреляции в легких ядрах рассматриваются методом обобщенного канонического преобразования.

Используя различные канонические преобразования, некоторые авторы [1,2] получают решения со щелью в частном случае ($N = Z$), другие же получают для этого случая бесщелевые решения [3,4]. Помимо этого несоответствия остаются невыясненными вопросы влияния на полученные решения эффектов запаздывания, вопросы минимума полной энергии и т.д.

В данной работе нейтрон-протонные корреляции исследуются двумя различными методами: методом обобщенного канонического преобразования и методом функций Грина. При этом проясняются вопросы, остающиеся в тени при раздельном применении этих методов. Показано, что:

1) учет эффектов запаздывания не приводит к исчезновению решения несверхпроводящего типа;

2) уравнения для корреляционных функций допускают три различных класса решений соответствующих:

I. тождественно исчезающей np корреляционной функции;

II. тождественно исчезающим pp и nn корреляционным функциям;

III. тождественно неисчезающим pp, nn и np корреляционным функциям.

3) При ($N \neq Z$) уравнения для корреляционных функций имеют решения класса III только при выполнении следующего соотношения между фазами pp, nn и np корреляционных функций:

$$\phi \equiv \frac{\phi_{pp} + \phi_{nn}}{2} - \phi_{np} = 0 .$$

В случае ($N = Z$) решения класса III возможны также при $\phi = \frac{\pi}{2}$. При ближайшем рассмотрении случай $\phi = \frac{\pi}{2}$ оказывается частным случаем решений класса I.

Случаи I , II , III анализируются с точки зрения минимума полной энергии. При этом случай III оказывается в энергетическом отношении наименее благоприятным вследствие наличия интерференции между pp, nn и np корреляционными взаимодействиями. При парной константе np взаимодействия $|G_0|$, меньшей некоторой критической $|G_c|$, энергетически выгоден случай I, а при $|G_0| \geq |G_c|$ – случай II.

Рассмотрим систему протонов и нейтронов, взаимодействующих посредством парных сил в $S=0$, $T=1$ состоянии. Гамильтониан такой системы в представлении вторичного квантования имеет вид:

$$H = \sum \epsilon_k a^+_{k\sigma\tau} a_{k\sigma\tau} + \frac{1}{4} \sum \sigma\sigma' [G_\tau (kk') a^+_{k\sigma\tau} a^+_{k\bar{\sigma}\bar{\tau}} a_{k'\bar{\sigma}'\bar{\tau}'} a_{k'\sigma'\tau'} + G_0(kk') a^+_{k\sigma\tau} a^+_{k\bar{\sigma}\bar{\tau}} a_{k'\bar{\sigma}'\bar{\tau}'} a_{k'\sigma'\tau'}] . \tag{1}$$

Здесь: ϵ_k – одночастичные уровни энергии,

σ, τ – проекции спина и изоспина,

$G_\tau(kk'), G_0(kk')$ – константы pp, nn и np парных сил, $\bar{\sigma} = -\sigma$, $\bar{\tau} = -\tau$ и т.д.

Последующее изложение является распространением на двухкомпонентную систему фермионов формализма функций Грина для одного сорта частиц, описанного в /5/.

Введем новый индекс ρ, различающий операторы рождения и уничтожения:

$$a^\rho_{k\sigma\tau} = \begin{cases} a_{k\sigma\tau} & \text{при } \rho = 1 \\ a^+_{k\sigma\tau} & \text{при } \rho = -1 . \end{cases}$$

Одночастичную функцию Грина определяем следующим образом:

$$G_{12}(t_1, t_2) \equiv G^{\rho_1\rho_2}_{\substack{\sigma_1\sigma_2 \\ \tau_1\tau_2}}(k_1 t_1, k_2 t_2) = -i\exp[i(\rho_1 \mu_{\tau_1} t_1 + \rho_2 \mu_{\tau_2} t_2)] \times \langle 0 | T \{ a^{\rho_1}_{k_1\sigma_1\tau_1}(t_1) a^{\rho_2}_{k_2\sigma_2\tau_2}(t_2) \} | 0 \rangle .$$

Здесь μ_1, μ_T – химические потенциалы протонной и нейтронной систем.

Дифференцируем $G_{12}(t_1, t_2)$:

$$(i\partial_{t_1} - \rho_1 \epsilon_{k_1\tau_1}) G_{12}(t_1, t_2) + \sum \int dt_3 g_{13}(t_1, t_3) G_{32}(t_3, t_2) = \delta_{12} , \tag{2}$$

где

$$\epsilon_{kr} = \epsilon_k - \mu_r + G_r(kk) + \frac{1}{2} G_0(kk).$$

$$\delta_{12} = \delta(t_1 - t_2)\delta_{\rho_1 \bar{\rho}_2} \delta_{k_1 k_2} \delta_{\sigma_1 \sigma_2} \delta_{r_1 r_2}$$

Суммирование в (2) производится по промежуточным индексам $\rho_3 k_3 \sigma_3 r_3$.

Функцию $g_{12}(t_1, t_2) = g^{\bar{\rho}_1 \rho_2}_{\substack{\sigma_1 \sigma_2 \\ r_1 r_2}}(k_1 t_1, k_2 t_2)$ можно представить в виде:

$$g_{12}(t_1, t_2) = \delta(t_1 - t_2) g_{12} + \delta g_{12}(t_1 - t_2). \tag{3}$$

Первое слагаемое в (3) соответствует распространению свободных квазичастиц, второе же определяется взаимодействием между ними.

Фурье-образы функций $G_{12}(t_1, t_2)$ и $g_{12}(t_1, t_2)$ определяем следующим образом:

$$G_{12}(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{2\pi} \int dt_1 dt_2 G_{12}(t_1, t_2) \exp[i(\rho_1 \omega_1 t_1 + \rho_2 \omega_2 t_2)]$$

$$g_{12}(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{2\pi} \int dt_1 dt_2 g_{12}(t_1, t_2) \exp[i(\rho_1 \omega_1 t_1 - \rho_2 \omega_2 t_2)].$$

Учитывая то, что функция $G_{12}(t_1, t_2)$ зависит лишь от разности временных аргументов, постулируя для волновой функции основного состояния свойства инвариантности относительно вращений в обычном и спиновом пространствах относительно операции обращения времени и пренебрегая недиагональными[6] по индексам k частями функции Грина, представим $G_{12}(\omega_1, \omega_2)$ в следующем виде:

$$G_{12}(\omega_1, \omega_2) = \delta(\rho_1 \sigma_1 + \rho_2 \sigma_2)(\delta_{\rho_1 \sigma_1} - \rho_1 \rho_2 \delta_{\rho_1 \bar{\sigma}_1})\delta(\rho_1 \omega_1 + \rho_2 \omega_2)\delta_{k_1 k_2} G^{\rho_1 \rho_2}_{r_1 r_2}(k_1, \omega_1), \tag{4}$$

где

$$G^{\rho_1 \rho_2}_{r_1 r_2}(k_1, \omega_1) = \delta_{\rho_1 \bar{\rho}_2} \rho_1 F^{r_1 + r_2}_{1 k_1}(\omega_1) + \delta_{\rho_1 \rho_2} F^{r_1 + r_2}_{2 k_1}(r_1 \omega_1).$$

Переходя к Фурье-образам в (3) и используя (4), убеждаемся, что структура $g^{\rho_1 \rho_2}_{\substack{\sigma_1 \sigma_2 \\ r_1 r_2}}(\omega k\ \omega, k\ \omega)$ по индексам $\rho\ k\ \sigma\ r\ \omega$ идентична структуре $G_{12}(\omega_1, \omega_2)$:

$$g^{\rho_1 \rho_2}_{\substack{\sigma_1 \sigma_2 \\ r_1 r_2}}(k_1 \omega_1, k_2 \omega_2) = \delta(\rho_1 \sigma_1 + \rho_2 \sigma_2)(\delta_{\rho_1 \sigma_1} - \rho_1 \rho_2 \delta_{\rho_1 \bar{\sigma}_1})\delta(\rho_1 \omega_1 + \rho_2 \omega_2)\delta_{k_1 k_2} g^{\rho_1 \rho_2}_{r_1 r_2}(k_1 \omega_1),$$

где $$g^{\rho_1 \rho_2}_{r_1 r_2}(k_1, \omega_1) = \rho_1 \delta_{\rho_1 \bar{\rho}_2} g^{r_1 + r_2}_{1 k_1}(\omega_1) + \delta_{\rho_1 \rho_2} g^{r_1 + r_2}_{2 k_1}(r_1 \omega_1). \tag{5}$$

Наконец, переходя в уравнении (2) к Фурье-образам, подставляя (4), (5) и опуская, ради удобства, индекс k , получаем:

$$g\,\vec{F} = \vec{1}, \qquad (6)$$

где

$$g = \begin{bmatrix} \omega - \epsilon_r - g_1^r & -g_2^r & -g_1^0 & -g_2^0 \\ -g_2^r & \omega + \epsilon_r + \bar{g}_1^r & -\bar{g}_2^0 & \bar{g}_1^0 \\ -g_1^0 & -\bar{g}_2^0 & \omega - \epsilon_{\bar{r}} - g_1^{\bar{r}} & -g_2^{\bar{r}} \\ -g_2^0 & \bar{g}_1^0 & -g_2^{\bar{r}} & \omega + \epsilon_{\bar{r}} + \bar{g}_1^{\bar{r}} \end{bmatrix}$$

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F_1^r \\ F_2^r \\ F_1^0 \\ F_2^0 \end{pmatrix} \qquad\qquad \vec{1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$F_1^r \equiv F_1^r(\omega), \qquad \bar{F}_1^r \equiv F_1^r(-\omega)$$

$$g_1^r \equiv g_1^r(\omega), \qquad \bar{g}_1^r \equiv g_1^r(-\omega) \qquad \text{и т.д.}$$

Ради полноты картины приведем выражение для функции $g_{r_1 r_2}^{\rho_1 \rho_2}(k\,\omega)$

$$g_{r_1 r_2}^{\rho_1 \rho_2}(k,\omega) = g_{r_1 r_2}^{\rho_1 \rho_2}(k) + \delta\, g_{r_1 r_2}^{\rho_1 \rho_2}(k,\omega) \qquad (7.1)$$

$$g_{r_1 r_2}^{\rho_1 \rho_2}(k) = \rho_1\, \delta_{\rho_1 \bar{\rho}_2}\, g_{1k}^{r_1 + r_2} + \delta_{\rho_1 \rho_2}\, g_{2k}^{r_1 + r_2} \qquad (7.2)$$

$$g_{1k}^{r} = -i\, G_r(k\,k)\,[\,F_{1k}^{r}(0+) + F_{1k}^{r}(0-)\,] + \frac{i}{2}\, G_0(k\,k)\,[\,F_{1k}^{\bar{r}}(0+) + F_{1k}^{\bar{r}}(0-)\,] \qquad (7.3)$$

$$g_{1k}^{0} = i\, G_0(k\,k)\, F_{1k}^{0}(0) \qquad (7.4)$$

$$g^{\tau_1+\tau_2}_{2k} = -i \sum G_{\tau_1+\tau_2}(kk'') F^{\tau_1+\tau_2}_{2k''}(0) = \sum G_{\tau_1+\tau_2}(kk'') \sigma'' \langle 0| a^+_{k''\sigma''\tau_1} a^+_{k'\bar{\sigma}''\tau_2} |0\rangle \qquad (7.5)$$

$$\delta g^{\rho\rho'}_{\tau\tau'}(k,\omega) = \frac{i\rho}{2\pi} \sum_{\substack{\rho_1\rho_2\rho_3\rho' \\ \tau_1\tau_2\tau_3\tau'}} \rho_1 \int d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3\, \gamma^{\rho_1\rho_2\rho_3\rho'}_{-\,-}(k''\omega_1, k''\omega_2, k\omega_3, k - \rho\rho'\omega) \times \qquad (7.6)$$

$$\times [\, G_\tau(kk'') G^{\rho_1\bar\rho}_{\tau_1\tau}(k''\omega_1) G^{\rho_2\bar\rho}_{\tau_2\tau}(k''\omega_2) G^{\rho_3\rho}_{\tau_3\tau}(k\omega_3) + G_0(kk'') G^{\rho_1\bar\rho}_{\tau_1\tau''}(k''\omega_1) G^{\rho_2\bar\rho}_{\tau_2\tau''}(k''\omega_2) \times G^{\rho_3\rho}_{\tau_3\tau}(k,\omega_3)\,]$$

Здесь функция $\gamma(1234) = \gamma^{\rho_1\rho_2\rho_3\rho_4}_{\sigma_1\sigma_2\sigma_3\sigma_4\, \tau_1\tau_2\tau_3\tau_4}(k_1\omega_1, k_2\omega_2, k_3\omega_3, k_4\omega_4)$ описывает взаимодействие между квазичастицами. Разрешаем систему (6) относительно функций F :

$$F^\tau_1 = \frac{\Delta_{11}}{\Delta}, \quad F^\tau_2 = \frac{\Delta_{12}}{\Delta} \quad \text{и т.д.} \qquad (8)$$

Здесь Δ_{1i} – миноры определителя Δ матрицы g .

Из лемановского разложения для функций $G_{12}(\omega_1, \omega_2)$ следует, что полюса функций F лежат во втором и четвертом квадрантах. Определитель Δ можно представить в виде:

$$\Delta(\omega^2) = [\,\omega^2 - \phi_1(\omega^2)\,][\,\omega^2 - \phi_T(\omega^2)\,].$$

В случае зарядовой симметрии $(N = Z, G_\tau = G_0)$ имеем:

$$\epsilon_1 = \epsilon_T \equiv \in \qquad g^\tau_2 = g^0_2 \equiv g$$

$$g^\tau_1 \equiv g_{1e}(\omega^2) + \omega\, g_{10}(\omega^2), \quad g^0_1 = g^0_{1e}(\omega^2) + \omega\, g^0_{10}(\omega^2).$$

Функции $\phi_1(\omega^2)$, $\phi_T(\omega^2)$ равны в этом случае

$$\phi_1(\omega^2) = \frac{(\in + g_{1e} + g^0_{1e})^2 + 4g^2}{(1 - g_{10} - g^0_{10})^2}$$

,

$$\phi_T(\omega^2) = \left(\frac{\in + g_{1e} - g^0_{1e}}{1 + g_{10} - g^0_{10}}\right)^2 .$$

Очевидно, что решения уравнений $\omega^2 = \phi_1(\omega^2)$ и $\omega^2 = \phi_T(\omega^2)$ определяют квазичастицы, энергетический спектр которых содержит конечную щель $\left| \dfrac{2g}{1 - g_{10} - g_{10}^0} \right|$ в первом случае и не содержит щели во втором.

Пренебрегая зависимостью функций g от частоты, получаем:

$$g_2^r(\omega) \approx g_r\,, \quad g_2^0(r\omega) \approx g_0\,, \quad g_1^r \approx 0\,, \quad g_1^0 \approx 0$$

$$\phi_1(\omega^2) \approx \phi_{10} \equiv \omega_1^2\,, \quad \phi_T(\omega^2) \approx \phi_{T0} \equiv \omega_T^2\,.$$

Здесь:

$$\omega_r^2 = \frac{1}{2}(A + rB)\,, \quad r = \pm 1$$

$$A = \epsilon_1^2 + \epsilon_T^2 + g_1^2 + g_T^2 + 2g_0^2$$

$$B = \{[\epsilon_1^2 + g_1^2 - \epsilon_T^2 - g_T^2]^2 + 4g_0^2[(\epsilon_1 - \epsilon_T)^2 + (g_1 + g_T)^2]\}^{1/2}\,.$$

Соотношения (8) выглядят при этом следующим образом:

$$F_1^r = \frac{(\omega + \epsilon_r)(\omega^2 - \epsilon_{\bar r}^2 - g_{\bar r}^2) - g_0^2(\omega + \epsilon_{\bar r})}{\Lambda_0(\omega^2)} \tag{9.1}$$

$$F_2^r = \frac{g_r(\omega^2 - \epsilon_{\bar r}^2 - g_{\bar r}^2) + g_0^2 g_{\bar r}}{\Lambda_0(\omega^2)} \tag{9.2}$$

$$F_2^0 = g_0 \frac{(\omega + \epsilon_r)(\omega - \epsilon_{\bar r}) + g_1 g_T - g_0^2}{\Lambda_0(\omega^2)} \tag{9.3}$$

$$F_1^0 = g_0 \frac{(\omega + \epsilon_1) g_T + (\omega + \epsilon_T) g_1}{\Lambda_0(\omega^2)} \tag{9.4}$$

$$\Lambda_0(\omega^2) = (\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_T^2)\,.$$

Учет зависимости функций g от частоты может привести или к изменению квазичастичной энергии (в этом случае уравнение $\omega^2 = \phi(\omega^2)$ имеет вблизи границы Ферми частиц сорта r и в промежутке между границами Ферми протонной и нейтронной систем. Пренебрегая зависимостью функций g от частоты стандартным образом, получаем уравнения для корреляционных функций и числа частиц сорта:

$$g_{kr} = -\sum G_r(kk'')\left[g_r \frac{\omega_1\omega_T + \epsilon_{\bar r}^2}{2\omega_1\omega_T(\omega_1+\omega_T)} - g_{\bar r}\frac{g_0^2 - g_1 g_T}{\omega_1\omega_T(\omega_1+\omega_T)}\right]_{k''} \qquad (12.1)$$

$$g_{k0} = -\sum G_0(kk'')\left[g_0 \frac{\omega_1\omega_T + \epsilon_1\epsilon_T + g_0^2 - g_1 g_T}{2\omega_1\omega_T(\omega_1+\omega_T)}\right]_{k''} \qquad (12.2)$$

$$N_r = \frac{1}{2}\sum\left[1 - \epsilon_r \frac{\omega_1\omega_T + \epsilon_{\bar r}^2 + g_{\bar r}^2}{\omega_1\omega_T(\omega_1+\omega_T)} - g_0^2 \frac{\epsilon_{\bar r}}{\omega_1\omega_T(\omega_1+\omega_T)}\right]_k . \qquad (12.3)$$

Индекс k, стоящий при квадратных скобках в (12.1) – (12.3), означает, что величины, стоящие в скобках, определяются набором квантовых чисел k.

В случае, когда матричные элементы парных сил являются константами:

$$G_r(k, k'') \equiv G_r, \quad G_0(kk'') \equiv G_0,$$

уравнения (12.1), (12.2) имеют следующий вид:

$$g_r = G_r C_r = -G_r \sum\left[g_r \frac{\omega_1\omega_T + \epsilon_{\bar r}^2}{2\omega_1\omega_T(\omega_1+\omega_T)} - g_{\bar r}\frac{g_0^2 - g_1 g_T}{2\omega_1\omega_T(\omega_1+\omega_T)}\right]_k \qquad (13.1)$$

$$g_0 = G_0 C_0 = -G_0 g_0 \sum\left[\frac{\omega_1\omega_T + \epsilon_1\epsilon_T + g_0^2 - g_1 g_T}{2\omega_1\omega_T(\omega_1+\omega_T)}\right]_k . \qquad (13.2)$$

Здесь

$$C_{r_1+r_2} = \sum \sigma \langle 0 | a^+_{k\sigma r_1} a^+_{\bar k\bar\sigma r_2} | 0 \rangle .$$

Система уравнений (13) допускает следующие три класса решений:

I $\quad C_0 = 0, \; C_1, C_T \neq 0$

$$\text{II} \qquad C_0 \neq 0, \quad C_1, C_T = 0$$

$$\text{III} \qquad C_0, C_1, C_T \neq 0 .$$

Реализация того или иного случая (I , II , III) зависит от относительной величины минимума полной энергии в каждом из трех случаев. Энергия взаимодействия и полная энергия, вычисленные без учета эффектов запаздывания (т.е. при пренебрежении зависимостью функций g от частоты), равны:

$$V_{int} = \frac{G_1 C_1^2 + G_T C_T^2}{2} + G_0 C_0^2 \tag{14.1}$$

$$E_0 = T + V_{int} \tag{14.2}$$

$$T = \sum \epsilon_k \left[1 - \frac{\omega_1\omega_T + \epsilon^2 - \mu_-^2 + g_+^2 + g_-^2 + g_0^2}{\omega_1\omega_T(\omega_1 + \omega_T)} - 2\mu_- \frac{g_+ g_-}{\omega_1\omega_T(\omega_1 + \omega_T)} \right]_k .$$

Здесь и в дальнейшем:

$$\epsilon = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_T}{2}, \quad \mu_\pm = \frac{\mu_1 \mp \mu_T}{2} .$$

$$g_\pm = \frac{g_1 \pm g_T}{2}, \quad C_\pm = \frac{C_1 \pm C_T}{2} .$$

Применим теперь формулы (14.1), (14.2) к каждому из трех случаев (I , II , III) . В последующем изложении (если не оговорено противное) мы считаем pp , nn и np парные константы одинаковыми:

$$G_r = G_0 \equiv G .$$

I .

В этом случае система уравнений (12) разбивается на две независимые подсистемы:

$$\frac{2}{|G|} = \sum \frac{1}{E_{kr}}, \quad E_{kr} = \sqrt{\epsilon_{kr}^2 + g_r^2}$$

$$N_r = \frac{1}{2} \sum \left(1 - \frac{\epsilon_{kr}}{E_{kr}} \right) . \tag{15}$$

Заменяя в (15) суммы интегралами по оболочке энергетической ширины a со средней плотностью уровней ρ и разрешая полученные уравнения, получаем:

$$\frac{\dfrac{\mu_r}{a}-\dfrac{1}{2}}{\theta_r-\dfrac{1}{2}}=\operatorname{cth}\eta\ ,\quad |g_r|=a\,\frac{\sqrt{\theta_r(1-\theta_r)}}{\operatorname{sh}\eta}\ ,$$

где

$$\eta=\frac{1}{|G|\,\rho}\ ,\quad \theta_r=\frac{N_r}{\rho\, a}\ .$$

Энергия взаимодействия и полная энергия равны:

$$V_{int}=-\frac{\theta_+(1-\theta_+)-\theta_-^2}{|G|\operatorname{sh}^2\eta} \tag{16}$$

$$E_0=\rho a^2\,[\operatorname{cth}\eta\,(\theta_+^2+\theta_-^2)-\theta_+(\operatorname{cth}\eta-1)\,]\,.$$

Здесь и в дальнейшем мы полагаем

$$\theta_\pm=\frac{N_\pm}{\rho\, a}=\frac{N_1\pm N_T}{2\rho\, a}\ .$$

II .

Этот случай рассмотрен в /7/. Энергии квазичастиц равны:

$$\omega_1=\sqrt{\epsilon^2+g_0^2}+\mu_-$$

$$\omega_T=\left|\sqrt{\epsilon^2+g_0^2}-\mu_-\right|\,. \tag{17}$$

Уравнения для корреляционных функций и числа частиц при $N_-\neq 0$ имеют вид

$$\frac{2}{|G|}=\sum_{out}\frac{1}{E_{0k}}\ ,\quad N_+=\frac{1}{2}\sum_{out}\left(1-\frac{\epsilon_k}{E_{0k}}\right) \tag{18}$$

$$N_-=\frac{1}{2}\sum_{in}1\ ,\quad E_{0k}=\sqrt{\epsilon_k^2+g_0^2}\ .$$

Символы in и out при суммах означают, что суммирование ведется по одно-частичным уровням внутри интервала

$$(-\sqrt{\mu_-^2 - g_0^2},\ \sqrt{\mu_-^2 - g_0^2})$$

и вне этого интервала соответственно. Заменяем в (18) суммы интегралами и решаем полученные уравнения:

$$\frac{\dfrac{\mu_+}{a} - \dfrac{1}{2}}{\theta_+ - \dfrac{1}{2}} = \operatorname{cth}\eta - \frac{\theta}{\sqrt{\theta + (1-\theta_+)}}\,\frac{1}{\operatorname{sh}\eta}$$

$$|g_0| = \frac{a}{\operatorname{sh}\eta}\left[\theta_+(1-\theta_+) + \theta_-^2 - 2\theta_-\sqrt{\theta_+(1-\theta_+)}\operatorname{ch}\eta\right]^{1/2}$$

$$\mu_- = \frac{a}{\operatorname{sh}\eta}\left|\theta_-\operatorname{ch}\eta - \sqrt{\theta + (1-\theta+)}\right| .$$

Заметим, что выражение, стоящее под радикалом в предпоследнем выражении, положительно при

$$\theta_- < \sqrt{\theta_+(1-\theta_+)}\exp(-\eta)$$

и отрицательно при обратном знаке неравенства. Отсюда следует, что случай II может иметь место при $\theta_- < \sqrt{\theta_+(1-\theta_+)}\exp(-\eta)$

Наконец, энергия взаимодействия и полная энергия равны:

$$V_{int} = -\frac{\theta_+(1-\theta_+) + \theta_-^2 - 2\theta_-\sqrt{\theta_+(1-\theta_+)}\operatorname{ch}\eta}{|G|\operatorname{sh}^2\eta}a^2 \qquad (19)$$

$$E_0 = \rho a^2 \{\theta_+(1-\operatorname{cth}\eta) + \theta_+^2\operatorname{cth}\eta + \frac{\theta_-\sqrt{\theta_+(1-\theta_+)}}{\operatorname{sh}\eta} +$$

$$+ \left|\theta_-\operatorname{cth}\eta - \frac{\sqrt{\theta_+(1-\theta_+)}}{\operatorname{sh}\eta}\right|\theta_-\} .$$

Сравнивая (16) и (19), убеждаемся, что

$$V_{int}(\mathrm{II}) > V_{int}(\mathrm{I})$$

$$E_0(\mathrm{II}) > E_0(\mathrm{I}),$$

т.е. случай I энергетически выгоден по сравнению с II . Пусть теперь $G_1 = G_T \equiv G \neq G_0$. Тогда из предыдущего рассмотрения следует, что случай I имеет место при $|G_0| < |G_c| \; (|G_c| > |G|)$. Константа G_c находится из трансцендентного уравнения

$$E_0(\mathrm{I}, G) = E_0(\mathrm{II}, G_c).$$

Наконец, при $|G_0| > |G_c|$ реализуется случай II .

III .

Система уравнений (13) эквивалентна в этом случае следующей:

$$\frac{1}{|G_1|} - \frac{1}{|G_T|} = 2\sum\left[\frac{\epsilon\mu_- + g_+ g_-\left(\frac{g_0^2}{g_1 g_T} - 1\right)}{\omega_1\omega_T(\omega_1+\omega_T)}\right]_k$$

$$\frac{1}{|G_1|} + \frac{1}{|G_T|} = \sum\left[\frac{\omega_1\omega_T + \epsilon^2 + \mu_-^2 - (g_+^2 + g_-^2)\left(\frac{g_0^2}{g_1 g_T} - 1\right)}{\omega_1\omega_T(\omega_1+\omega_T)}\right]_k \tag{20}$$

$$\frac{1}{|G_1|} + \frac{1}{|G_T|} - \frac{2}{|G_0|} = 2\left[\mu_-^2 - g_+^2\left(\frac{g_0^2}{g_1 g_T} - 1\right)\right]\sum_k\left[\frac{1}{\omega_{1k}\omega_{Tk}(\omega_{1k}+\omega_{Tk})}\right].$$

В случае равенства парных констант $G_r = G_0 \equiv G$ из последнего уравнения вытекает следующее простое соотношение между корреляционными функциями:

$$g_0^2 = g_1 g_T\left[1 + \frac{\mu_-^2}{g_+^2}\right]. \tag{21}$$

Учитывая (21), представим систему уравнений (13) в виде:

$$\mu_- \Sigma \left[\frac{\epsilon + \mu_- \frac{g_-}{g_+}}{\omega_1 \omega_T (\omega_1 + \omega_T)} \right]_k = 0 \tag{22.1}$$

$$\frac{2}{|G|} = \Sigma \left[\frac{\omega_1 \omega_T + \epsilon^2 - \left(\frac{g_-}{g_+} \mu_- \right)^2}{\omega_1 \omega_T (\omega_1 + \omega_T)} \right]_k \tag{22.2}$$

$$N_+ = \frac{1}{2} \Sigma \left[1 - \epsilon \frac{\omega_1 \omega_T + \epsilon^2 - \left(\frac{g_-}{g_+} \mu_- \right)^2}{\omega_1 \omega_T (\omega_1 + \omega_T)} \right]_k \tag{22.3}$$

$$N_- = \frac{\mu_-}{2} \Sigma \left[\frac{\omega_1 \omega_T - \epsilon^2 + \left(\frac{g_-}{g_+} \mu_- \right)^2}{\omega_1 \omega_T (\omega_1 + \omega_T)} \right]_k \tag{22.4}$$

$$\omega_r^2 = \epsilon^2 + 2(g_+^2 + \mu_-^2) - \left(\frac{g_-}{g_+} \mu_- \right)^2 + 2r \left[(\epsilon \mu_- - g_- g_+)^2 + \left(1 - \frac{g_-^2}{g_+^2}\right)(\mu_-^2 + g_+^2)^2 \right]^{1/2} . \tag{23}$$

Из (23) следует, что ω_T обращается в нуль при

$$\epsilon_k + \frac{g_-}{g_+} \mu_- = 0 ,$$

т.е. бесщелевое решение (при тождественно неисчезающих pp , nn и np корреляционных функциях) имеет место всегда, а не только в случае зарядовой симметрии ($N \neq Z$).

Оценим предварительно величину полной энергии и энергии взаимодействия для трех частных случаев.

1) Случай зарядовой симметрии

$$\epsilon_1 = \epsilon_T \equiv \in , \quad \mu_1 = \mu_T \equiv \mu , \quad C_1 = C_T = C_0 \equiv C , \quad N_1 = N_T \equiv N \tag{24}$$

$$\frac{2}{|G|} = \Sigma \frac{1}{E_k} , \quad N = \frac{11}{2} \Sigma \left[1 - \frac{\in}{2|\in|} - \frac{\in}{2E} \right]_k .$$

$$E_k = \sqrt{\in_k^2 + 4g^2} , \qquad g = GC$$

Заменяем в (24) суммы интегралами и разрешаем полученные уравнения относительно g, μ .

При

$$\frac{1}{2} - \frac{1+\operatorname{th}\eta}{4} \le \theta \le \frac{1}{2} + \frac{1+\operatorname{th}\eta}{4}, \quad \theta = \frac{N}{\rho a}$$

имеем:

$$\frac{\dfrac{\mu}{a} - \dfrac{1}{2}}{\theta - \dfrac{1}{2}} = \frac{2}{1+\operatorname{th}\eta}$$

$$|g| = \frac{a}{\operatorname{sh}\eta}\left[\left(\frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{\theta - \frac{1}{2}}{1+\operatorname{cth}\eta}\right)^2\right]^{1/2}$$

$$V_{int} = -2a^2\,\frac{\left(\dfrac{1}{4}\right)^2 - \left(\dfrac{\theta - \frac{1}{2}}{1+\operatorname{cth}\eta}\right)^2}{|G|\operatorname{sh}^2\eta}$$

$$E_0 = \frac{1}{2}\rho a^2\left[(1+\operatorname{th}\eta)\left(\frac{1}{2} + \frac{2\theta-1}{1+\operatorname{th}\eta}\right)^2 - \frac{\operatorname{cth}2\eta - 1}{2}\right]. \tag{25}$$

При

$$0 \le \theta \le \frac{1}{2} - \frac{1+\operatorname{th}\eta}{4}$$

получаем:

$$\frac{\dfrac{\mu}{a} - \dfrac{1}{2}}{\theta - \dfrac{1}{4}} = 2\operatorname{cth}\eta, \quad |g| = \frac{a}{\operatorname{sh}\eta}\left[\theta\left(\frac{1}{2} - \theta\right)\right]^{1/2}$$

$$V_{int} = -a^2\,\frac{\theta(1-2\theta)}{|G|\operatorname{sh}^2\eta} \tag{26}$$

$$E_0 = \rho a^2\,\theta(1 - \operatorname{cth}\eta + 2\theta\operatorname{cth}\eta).$$

Наконец, при

$$\frac{1}{2} + \frac{1+\operatorname{th}\eta}{4} \le \theta \le 1$$

находим:

$$\frac{\frac{\mu}{a}-\frac{1}{2}}{\theta-\frac{3}{4}} = 2\,\mathrm{cth}\,\eta\ , \quad |g| = \frac{a}{\mathrm{sh}\,\eta}\left[(1-\theta)\left(\theta-\frac{1}{2}\right)\right]^{1/2}$$

$$V_{int} = -a^2\,\frac{(1-\theta)(2\theta-1)}{|G|\,\mathrm{sh}^2\eta} \tag{27}$$

$$E_0 = \rho a^2[\,\theta + \mathrm{cth}\,\eta\,(\theta-1)(2\theta-1)\,].$$

Сравнивая (25)-(27) с (16), (19), заключаем, что

$$V_{int}(\mathrm{I}) < V_{int}(\mathrm{II}) < V_{int}(\mathrm{III}_1)$$

$$E_0(\mathrm{I}) < E_0(\mathrm{II}) \leq E_0(\mathrm{III}_1).$$

2) Рассмотрим теперь случай $\theta_+ = \frac{1}{2}$, т.е. оболочка заполняется протонами и нейтронами симметрично относительно своей середины. Система уравнений (22) выглядит в этом случае следующим образом:

$$\mu_+ = \frac{a}{2}\ , \quad g_1 = g_T = g\ , \quad g_0^2 = g^2 + \mu_-^2$$

$$\frac{2}{|G|} = \Sigma\left[\frac{\omega_1\omega_T + \epsilon^2}{\omega_1\omega_T(\omega_1+\omega_T)}\right]_k\ , \quad 2N_- = \mu_-\,\Sigma\left[\frac{\omega_1\omega_T - \epsilon^2}{\omega_1\omega_T(\omega_1+\omega_T)}\right]_k .$$

Заменяя суммы интегралами, находим следующие два уравнения:

$$\theta_-\left(\frac{\theta_-}{2} - \frac{|g|}{a\mu_-}\sqrt{g^2+\mu_-^2}\right) = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{4} - \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{g}{a}\right)^2}\right] \tag{28.1}$$

$$\mathrm{sh}\,\eta\,\sqrt{g^2+\mu_-^2} + |g|\,\mathrm{ch}\,\eta = \frac{a}{4} + \sqrt{\left(\frac{a}{4}\right)^2 + g^2}\ . \tag{28.2}$$

Система уравнений (28) сводится к уравнению четвертой степени относительно функции $|g|$. Заметим, что производная $\frac{d}{d|g|}$ левой части (28.2) всегда больше производной правой части. Отсюда следует, что (28.2) имеет положительный корень при условии $\mu_- < \frac{a}{2\,\mathrm{sh}\,\eta}$. Поэтому решение с $|g| \neq 0$ может существовать лишь в области $0 \leq \mu_- \leq \frac{a}{2\,\mathrm{sh}\,\eta}$ при условии наличия более глубокого минимума полной энергии, чем в случаях I , II . Мы сейчас покажем, однако, что это не так. В самом деле, при $\mu_- = 0$ мы приходим к случаю III . При $\mu_- = \frac{a}{2\,\mathrm{sh}\,\eta}$ функция $|g|$ исчезает, так что мы имеем случай II . Таким образом, решение оказывается энергетически невыгодным, по крайней мере, на границах интервала своего существования. Находя после простых, но утомительных вычислений $\frac{dV_{int}}{d\mu_-}$, $\frac{dE_0}{d\mu_-}$, убеждаемся, что энергия взаимодействия и полная энергия не имеют минимума в области $0 \leq \mu_- \leq \frac{a}{2\,\mathrm{sh}\,\eta}$. Поэтому

$$V_{int}(\mathrm{I}) < V_{int}(\mathrm{II}) < V_{int}(\mathrm{III}_2)$$

$$E_0(\mathrm{I}) < E_0(\mathrm{II}) < E_0(\mathrm{III}_2).$$

3) Рассмотрим теперь случай, когда протоны и нейтроны заполняют одну подоболочку с энергией ϵ_k . Уравнение (22.1) выглядит в этом случае следующим образом:

$$\mu_- \frac{1}{\omega_{1k} + \omega_{Tk}} \frac{1}{[(\epsilon_k - \mu_- \frac{C_-}{C_+})^2 + 4 g_+^2]^{1/2}} = 0 \,,$$

т.е. имеет решение только при $\mu_- = 0$, что вследствие (22.4) приводит к $N_- = 0$. Таким образом, случай III_3 оказывается частным случаем III_1 и поэтому энергетически невыгоден.

Следующие соображения указывают на то, что непрерывные решения, принадлежащие классу III_1 возможны только при $\theta_- = 0$ или при $\theta_+ = \frac{1}{2}$. Заменяя в (22.1) и (22.2) суммы интегралами, получаем

$$\frac{\mathrm{ch}^{-1} \frac{\mathrm{ch} \frac{\phi_2 + \chi}{2}}{\sin\alpha} - \mathrm{ch}^{-1} \frac{\mathrm{ch} \frac{\phi_1 + \chi}{2}}{\sin\alpha}}{\mathrm{sh}^{-1} \frac{\mathrm{sh} \frac{\phi_1 - \chi}{2}}{\sin\alpha} + \mathrm{sh}^{-1} \frac{\mathrm{sh} \frac{\phi_2 - \chi}{2}}{\sin\alpha} + 2\,\mathrm{sh}^{-1} \frac{\mathrm{sh}\,\chi}{\sin\alpha}} = 1 \qquad (29.1)$$

$$2\eta + 2\,\mathrm{ch}^{-1}\frac{\mathrm{ch}\,\chi}{\cos\alpha} = \mathrm{sh}^{-1}\frac{\mathrm{sh}\,\dfrac{\phi_2+\chi}{2}}{\cos\alpha} - \mathrm{sh}^{-1}\frac{\mathrm{sh}\,\dfrac{\phi_1+\chi}{2}}{\cos\alpha} +$$

$$+ \mathrm{ch}^{-1}\frac{\mathrm{ch}\,\dfrac{\phi_1-\chi}{2}}{\cos\alpha} + \mathrm{ch}^{-1}\frac{\mathrm{ch}\,\dfrac{\phi_2-\chi}{2}}{\cos\alpha}, \tag{29.2}$$

где

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{g_+}{\mu_-}, \quad \mathrm{th}\,\chi = \frac{g_-}{g_+}$$

$$\mathrm{sh}\,\phi_1 = -\frac{g_+g_- + \mu_+\mu_-}{\mu_-^2 + g_+^2}\,\mathrm{ch}\,\chi, \quad \mathrm{sh}\,\phi_2 = \frac{(a-\mu_+)\mu_- - g_+g_-}{\mu_-^2 + g_+^2}\,\mathrm{ch}\,\chi.$$

Обращаясь к выражению (22.1) при $\theta_+ \neq \frac{1}{2}$, замечаем, что при $\theta_- = 0$ оно исчезает вследствие наличия множителя μ_- перед знаком суммы. Однако при сколь угодно малом $\mu_- \neq 0$ уравнение (22.1) должно удовлетворяться за счет обращения в нуль самой суммы. Переходя к пределу $\mu_- \to 0$ под знаком суммы (или, что то же самое, раскрывая неопределенность $\frac{0}{0}$ в (29.1)), убеждаемся, что сумма в (22.1) обращается в нуль при $\mu_+ = \frac{a}{2}$, $\theta_+ = \frac{1}{2}$, т.е. приходим к противоречию с исходным предположением $\theta_+ \neq \frac{1}{2}$. Отсюда следует, что при $\theta_+ \neq \frac{1}{2}$ существует некоторое $\theta_-^c \neq 0$ такое, что при $\theta_- > \theta_-^c$ существует класс решений III, а при $\theta_- < \theta_-^c$ не существует. Учитывая (21), заключаем, что при $\theta_- = \theta_-^c$ должны исчезать, как минимум, две корреляционные функции (например, C_1 и C_0). Переходя в уравнениях (22.1) – (22.4) к пределу $C_1 \to 0$, получаем $\theta_-^c = 0$, опять-таки вступая в противоречие с предположением $\theta_-^c \neq 0$.

Тем самым показано, что для простого парного гамильтониана при сделанных выше предположениях не существует устойчивых (в смысле минимума полной энергии) решений, соответствующих тождественно неисчезающим pp, nn и np корреляционным функциям.

Итак, мы показали, что при тождественно неисчезающих pp, nn и np корреляционных функциях имеется два рода квазичастиц. Энергетический спектр квазичастиц первого рода содержит щель, тогда как энергетический спектр второго рода ее не содержит. Однако в /1/ было получено каноническое преобразование, которое при равных по абсолютной величине pp, nn и np корреляционных функциях приводило в случае зарядовой симметрии $(N=Z)$ к квазичастицам со щелью. pp и nn корреляционные функции были при этом чисто вещественными, а np -чисто мнимой. В нашем же случае вышеупомянутые свойства инвариантности основного состояния гарантировали вещественность всех трех корреляционных функций. С другой стороны, как в данной работе, так и в /1/, исходный гамильтониана - один и тот же. Поэтому окончательный результат не должен зависеть от способа диагонализации, в частности, от свойств промежуточных математических величин, таковыми являются корреляционные функции. Представляет интерес найти каноническое преобразование, диагонализирующее исходный гамильтониана и содержащее как результаты данной работы, так и /1/. Линеаризуя /8/ исходный гамильтониан и пренебрегая некогерентными членами, получаем:

$$H = V + \frac{1}{2} \Sigma [\epsilon_{kr} a^{T}_{k\sigma r} a^{1}_{k\sigma r} - \sigma \rho \; g_r(\rho) a^{\rho}_{k\sigma r} \; a^{\rho}_{k\bar{\sigma} r} - \tag{30}$$

$$- \sigma \rho \; g_0(\rho) \; a^{\rho}_{k\sigma r} \; a^{\rho}_{k\bar{\sigma}\bar{r}}] .$$

Здесь

$$g_r(\rho) = G_r \; C_r(\rho) = \mathrm{Re}\; g_r + i\rho \; \mathrm{Im}\; g_r = |g_r| \exp(i\rho\phi_r) \tag{31.1}$$

$$g_0(\rho) = G_0 C_0(\rho) = \mathrm{Re}\; g_0 + i\rho \; \mathrm{Im}\; g_0 = |g_0| \exp(i\rho\phi_0) \tag{31.2}$$

$$C_r(\rho) = \rho \; \Sigma \; \sigma < 0 | \; a^{\bar{\rho}}_{k\sigma r} \; a^{\bar{\rho}}_{k\bar{\sigma} r} | 0 >$$

$$C_0(\rho) = \frac{1}{2} \; \Sigma \; \sigma < 0 | \; a^{\bar{\rho}}_{k\sigma r} \; a^{\bar{\rho}}_{k\sigma\bar{r}} | 0 >$$

$$V = \frac{|C_1|^2 G_1 + |C_T|^2 \; G_T}{2} + |C_0|^2 \; G_0 .$$

Выражение (30) есть билинейная форма операторов $a^{\rho}_{k\sigma r}$. Такая форма может быть приведена к диагональному виду

$$H = E_0 + \Sigma\ \omega_{kr}\, a^{+}_{k\sigma r} a_{k\sigma r} \tag{32}$$

унитарным преобразованием U :

$$a^{\rho}_{k\sigma r} = \Sigma\ U^{\rho\rho'}_{\sigma r\sigma' r'}(k)\ a^{\rho'}_{k\sigma' r'} . \tag{33}$$

Коммутируя обе части (31) с оператором $a^{\rho}_{k\sigma r}$, подставляя (33) и приравнивая коэффициенты при $a^{\rho}_{k\sigma r}$, получаем следующую систему уравнений для коэффициентов матрицы преобразования U :

$$(\in_{kr} - \rho\rho'\omega_{kr'})\, U^{\rho\rho'}_{\sigma r\sigma' r'}(k) + \sigma\, g_r\, (-\rho)\ U^{\bar\rho\rho'}_{\bar\sigma r\sigma' r'}(k) + \sigma\, g_0(-\rho)\ U^{\bar\rho\rho'}_{\bar\sigma\bar r\sigma' r'}(k) = 0 . \tag{34}$$

В дальнейшем, ради удобства, одночастичные индексы k опускаются.

Условие существования нетривиального решения однородной системы (33) определяет энергии квазичастиц;

$$\omega^2_r = \frac{1}{2}\,(A + rB), \quad r = \pm 1 ,$$

где

$$A = \epsilon^2_1 + |g_1|^2 + \epsilon^2_T + |g_T|^2 + 2|g_0|^2$$

$$B = \{ [\epsilon^2_1 + |g_1|^2 - \epsilon^2_T - |g_T|^2]^2 + 4|g_0|^2 [(\epsilon_1 - \epsilon_T)^2 + |g_1|^2 + |g_T|^2 + 2|g_1 g_T| \cos 2\phi]\}^{1/2} .$$

При $|g_0| = 0$

$$\omega^2_r = \in^2_r + |g_r|^2 .$$

В случае зарядовой симметрии

$$\epsilon_1 = \epsilon_T \equiv \in , \quad |g_1| = |g_T| = |g_0| = |g|$$

$$\omega_r = \sqrt{\in^2 + 2|g|^2 (1 + r\cos\phi)} .$$

При нулевом сдвиге фазы /3,4/

$$\omega_1 = \sqrt{\in^2 + 4|g|^2}$$

При $\phi = \frac{\pi}{2}$ [1]

$$\omega_T = |\in| .$$

$$\omega_1 = \omega_T = \sqrt{\in^2 + 2|g|^2} .$$

Разрешаем систему (34)

$$\frac{\sigma U^{\bar\rho\rho'}_{\bar\sigma\tau\sigma'\tau'}}{U^{\rho\rho'}_{\sigma\tau\sigma'\tau'}} = \exp(i\rho\phi_\tau)\frac{|g_{\bar\tau}|(\epsilon^2_{\bar\tau}+|g_{\bar\tau}|^2-\omega^2_{\tau'})-|g^2_0 g_{\bar\tau}|\exp(-2i\rho\phi)}{(\epsilon_\tau+\rho\rho'\omega_{\tau'})(\epsilon^2_{\bar\tau}+|g_{\bar\tau}|^2-\omega^2_{\tau'})+|g_0|^2(\epsilon_\tau+\rho\rho'\omega_{\tau'})} \tag{35}$$

$$\frac{\sigma U^{\bar\rho\rho'}_{\bar\sigma\bar\tau\sigma'\tau'}}{U^{\rho\rho'}_{\sigma\tau\sigma'\tau'}} = \exp\left(i\rho\frac{\phi_1+\phi_T}{2}\right)\frac{[(\epsilon_\tau+\rho\rho'\omega_{\tau'})(\epsilon_{\bar\tau}-\rho\rho'\omega_{\tau'})+|g_0|^2]\exp(-i\rho\phi)-|g_1 g_T|\exp(i\rho\phi)}{(\epsilon_\tau+\rho\rho'\omega_{\tau'})\,\epsilon^2_{\bar\tau}+|g_{\bar\tau}|^2-\omega^2_{\tau'})+|g_0|^2(\epsilon_{\bar\tau}+\rho\rho'\omega_{\tau'})}|g_0|$$

$$\left|U^{\rho\rho'}_{\sigma\tau\sigma'\tau'}\right|^2 = -\rho\rho'\tau'\frac{(\epsilon_\tau+\rho\rho'\omega_{\tau'})(\epsilon^2_{\bar\tau}+|g_{\bar\tau}|^2-\omega^2_{\tau'})+|g_0|^2(\epsilon_{\bar\tau}+\rho\rho'\omega_{\tau'})}{2\omega_{\tau'}(\omega^2_1-\omega^2_T)}.$$

Подставляя (33), (35) в (2(31.1) и учитывая, что:

$$a_{k\sigma\tau}|0> = 0,$$

находим следующее уравнение для $g_\tau(\rho)$:

$$g_\tau(\rho) = |g_\tau|\exp(i\rho\phi_\tau) = \rho\, G_\tau\,\Sigma\,\sigma\,U^{\bar\rho 1}_{\sigma\tau\sigma'\tau'}U^{\bar\rho T}_{\bar\sigma\tau\sigma'\tau'} =$$

$$= \rho\, G_\tau \exp(i\rho\phi_\tau)\,\Sigma\left\{\frac{|g_\tau|(\epsilon^2_{\bar\tau}+|g_{\bar\tau}|^2-\omega^2_{\tau'})-|g^2_0 g_{\bar\tau}|\exp(-2i\rho\phi)}{(\epsilon_\tau-\rho\omega_{\tau'})(\epsilon^2_{\bar\tau}+|g_{\bar\tau}|^2-\omega^2_{\tau'})+|g_0|^2(\epsilon_{\bar\tau}-\rho\omega_{\tau'})}\left|U^{\bar\rho 1}_{\sigma\tau\sigma'\tau'}\right|^2\right\}_k,$$

т.е.

$$|g_\tau| = -\frac{G_\tau}{2}\Sigma\left\{\frac{|g_\tau|(\omega_1\omega_T+\epsilon^2_{\bar\tau}+|g_{\bar\tau}|^2)-|g^2_0 g_{\bar\tau}|\cos 2\phi}{\omega_1\omega_T(\omega_1+\omega_T)}+i\rho\sin 2\phi\frac{|g^2_0 g_{\bar\tau}|}{\omega_1\omega_T(\omega_1+\omega_T)}\right\}_k. \tag{36}$$

Мнимое слагаемое в правой части (36) исчезает, если (при $|g^2_0 g_{\bar\tau}| \neq 0$)

$$\phi = 0, \pm\frac{\pi}{2}.$$

Полагая $\cos 2\phi = m$ $(m = \pm 1)$, получаем:

$$|g_\tau| = -\frac{G_\tau}{2}\Sigma\left\{\frac{|g_\tau|(\omega_1\omega_T+\epsilon^2_{\bar\tau}+|g_{\bar\tau}|^2)-|g^2_0 g_{\bar\tau}|\cos 2\phi}{\omega_1\omega_T(\omega_1+\omega_T)}\right\}_k. \tag{37.1}$$

Подобным же образом находим:

$$|g_0| = -\frac{G_0}{2}|g_0|\sum\left\{\frac{\omega_1\omega_T+\epsilon_1\epsilon_T+|g_0|^2-m|g_1g_T|}{\omega_1\omega_T(\omega_1+\omega_T)}\right\}_k \qquad (37.2)$$

$$N_T = \frac{1}{2}\sum\left\{1-\frac{\epsilon_T(\omega_1\omega_T+\epsilon_T^2+|g_T|^2)+|g_0|^2\epsilon_T}{\omega_1\omega_T(\omega_1+\omega_T)}\right\}_k . \qquad (37.3)$$

При $G_1=G_T=G_0\equiv G$ имеем:

$$\frac{2}{|G|} = \sum\left\{\frac{\omega_1\omega_T+\epsilon_1^2}{\omega_1\omega_T(\omega_1+\omega_T)} - \frac{|g_1|}{|g_T|}\,\frac{m|g_0|^2-|g_1g_T|}{\omega_1\omega_T(\omega_1+\omega_T)}\right\}_k \qquad (38.1)$$

$$\frac{2}{|G|} = \sum\left\{\frac{\omega_1\omega_T+\epsilon_T^2}{\omega_1\omega_T(\omega_1+\omega_T)} - \frac{|g_T|}{|g_1|}\,\frac{m|g_0|^2-|g_1g_T|}{\omega_1\omega_T(\omega_1+\omega_T)}\right\}_k \qquad (38.2)$$

$$\frac{2}{|G|} = \sum\left\{\frac{\omega_1\omega_T+\epsilon_1\epsilon_T}{\omega_1\omega_T(\omega_1+\omega_T)} + m\,\frac{m|g_0|^2-|g_1g_T|}{\omega_1\omega_T(\omega_1+\omega_T)}\right\}_k . \qquad (38.3)$$

Взяв полусумму (38.1), (38.2) и вычитая (38.3), получаем:

$$\left\{(\mu_1-\mu_T)^2-G^2\,\frac{m|C_0|^2-|C_1C_T|}{|C_1C_T|}\,(|C_1|+m|C_T|)^2\right\}\sum\frac{1}{\omega_{1k}\,\omega_{Tk}(\omega_{1k}+\omega_{Tk})} = 0. \qquad (39)$$

Поскольку сумма в (39) – величина существенно положительная, то:

$$(\mu_1-\mu_T)^2 - G^2\,\frac{m|C_0|^2-|C_1C_T|}{|C_1C_T|}\,(|C_1|+m|C_T|)^2 = 0 .$$

При $m = 1$

$$|C_0|^2 = |C_1C_T|\left[1+\frac{1}{G^2}\,\frac{(\mu_1-\mu_T)^2}{(|C_1|+|C_T|)^2}\right] . \qquad (40)$$

Решения типа (40) были проанализированы выше и являются энергетически невыгодными. При $m=-1$ уравнение (39) удовлетворено быть не может, исключая случай зарядовой симметрии. В этом случае уравнения для корреляционных функций и числа частиц имеют вид:

$$\frac{2}{|G|} = \sum_{k\sigma}\frac{1}{\sqrt{\epsilon_k^2+2|g|^2}}, \quad N_1 = N_T = \frac{1}{2}\sum\left(1-\frac{\epsilon_k}{\sqrt{\epsilon_k^2+2|g|^2}}\right) . \qquad (41)$$

Полная энергия:

$$E_0 = \Sigma\, \epsilon_k \left(1 - \frac{\epsilon_k}{\sqrt{\epsilon_k^2 + 2|g|^2}}\right) - 2|GC^2| . \tag{42}$$

Сравнивая выражения (41), (42) с соответствующими формулами в случае $|C_0| = 0$, убеждаемся в полном совпадении.

Таким образом, заключаем, что решение, найденное в /1/, есть частный случай решения с тождественно равной нулю нейтрон-протонной корреляционной функцией. Другими словами, при $N = Z$ возможны две различные процедуры диагонализации парного гамильтониана, ведущие к одному и тому же конечному результату.

Подведем итоги. Мы показали, что вследствие наличия интерференции между корреляционными функциями, решения с тремя тождественно неисчезающими корреляционными функциями оказываются энергетически невыгодными. Следующие эффекты, которыми мы выше пренебрегали, могут существенно изменить полученные оценки энергетических минимумов:

1) эффекты запаздывания,

2) эффекты четверных корреляций.

В заключение автор приносит глубокую благодарность В.Г. Соловьеву за интерес к работе и полезные обсуждения.

Литература

1. В. Беляев, Б.Н. Захарьев, В.Г. Соловьев. ЖЭТФ, 38, 952 (1960).
2. H.T.Chen,A.Goswami. Physics Letters, 24B, 257 (1967).
3. A.Goswami. Nuclear Physics, 60, 228 (1964).
4. P.Camiz et al., Nuovo Cimento 42B, 199 (1966).
5. P.Nozieres. Le probleme a N corps, Paris Dunod (1963).
6. А.Б. Мигдал. Теория конечных Ферми-систем и свойства атомных ядер, Наука, Москва, (1965).
7. В.Г.Соловьев. Влияние парных корреляций сверхпроводящего типа на свойства атомных ядер. Госатомиздат, 1963.
8. Н.Н.Боголюбов. К вопросу о модельном гамильтониане в теории сверхпроводимости. Препринт ОИЯИ Р-511, Дубна 1960.

Рукопись поступила в издательский отдел
7 июля 1967 г.