

2 36  
П-371  
ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

216259, 1967, 31/viii - 6.7  
т. 53, в. 6 (12), с. 2041-20

P4 - 3336



Н.М. Плакида

ЧАСТОТНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ  
ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ МЕТАЛЛОВ  
С ПРИМЕСЯМИ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

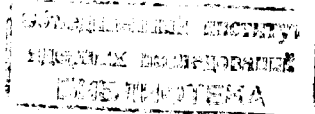
1967.

P4 - 3336

Н.М. Плакида

ЧАСТОТНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ  
ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ МЕТАЛЛОВ  
С ПРИМЕСЯМИ

Направлено в ЖЭТФ



5190/1 нр.

## 1. Введение

### Постановка задачи

1.1. Как было недавно показано в работе /1/, последовательный учет колебания примесных атомов в металлах приводит к целому ряду особенностей в температурной зависимости статической электропроводности. Оказывается, что правило Маттиссена не выполняется и примесная часть сопротивления существенным образом зависит от температуры. Характер этой зависимости позволяет получить определенную информацию о фоновом спектре металла с примесями и величине амплитуды рассеяния электронов на примесных атомах. Очевидно, что подобную же информацию можно получить, изучая частотную зависимость электропроводности металла с примесями, причем в некоторых случаях изучение частотной зависимости может оказаться экспериментально проще, чем изучение температурной зависимости.

В настоящей работе получено выражение для электропроводности металла с немагнитными примесями, справедливое в широком интервале частот и температур, которое позволяет провести такое исследование. Пользуясь методом Кубо, развитым нами ранее /2/ при изучении частотной зависимости проводимости металла, мы обобщили результаты работы /1/ на случай переменного электрического поля.

1.2. Кратко сформулируем постановку задачи. Рассматриваем простую модель металла, которую можно описать гамильтонианом /3/

$$H = \sum_n \frac{p_n^2}{2M_n} + \frac{1}{2} \sum_{n,m} \phi_{nm}^{\alpha\beta} u_n^\alpha u_m^\beta +$$

(1.1)

$$+ \sum_{\vec{p}} \epsilon_{\vec{p}} a_{\vec{p}}^{\dagger} a_{\vec{p}} + \sum_{n, \vec{q}} A_n(\vec{q}) e^{-i\vec{q} \cdot \vec{u}_n} \rho_{-\vec{q}},$$

где  $\vec{P}_n$  и  $\vec{u}_n$  - операторы импульса и смещения атома с массой  $M_n$  в узле  $n$ , равновесное положение которого обозначим  $R_n^0$ ,  $\phi_{nm}^{\alpha\beta} = \phi_{mn}^{\beta\alpha}$  - динамическая матрица взаимодействия атомов сплава. В дальнейшем мы сохраним координатное представление для гамильтониана решетки, так как оно особенно удобно при рассмотрении динамики решетки с примесями (см. /1,4/). При этом при выводе общих формул в разделе 2 нам не потребуется предположение о неизменности силовых постоянных  $\phi_{nm}^{\alpha\beta}$  при внедрении примесных атомов, или какие-либо другие свойства сплава, не отраженные в явном виде в гамильтониане (1.1). Будем предполагать, однако, что рассеяние электронов проводимости является слабым, так что можно ввести хорошо определенные одноэлектронные состояния  $p = (\vec{p}, \sigma)$  с энергией  $\epsilon_{\vec{p}}$  и пользоваться представлением вторичного квантования по этим состояниям:  $a_{\vec{p}}^{\dagger}$  и  $a_{\vec{p}}$  - операторы рождения и уничтожения электрона в состоянии  $\vec{p}$ ;  $\rho_{\vec{q}} = \sum_{\vec{p}} a_{\vec{p}}^{\dagger} a_{\vec{p}+\vec{q}}$ . Последний член в (1.1) описывает рассеяние электронов;  $A_n(\vec{q}) = (1/V) v_n(\vec{q}) \exp(-i\vec{q} \cdot \vec{R}_n^0)$ ,  $v_n(\vec{q})$  - фурье-компонента псевдопотенциала рассеяния электрона на атоме в узле  $n$ ,  $V = V_0 N$  - объем системы. Обычное разложение функции  $\exp(-i\vec{q} \cdot \vec{u}_n)$  по малости смещения  $\vec{u}_n$  мы проведем позднее в самих уравнениях, что позволит нам получить факторы Дебая-Валлера при амплитудах упругого рассеяния. Последние играют важную роль в характере температурной зависимости примесного сопротивления /1/. Для простоты будем предполагать, что решетка металла является одноатомной и кубической, так как обобщение на более сложные случаи не представляет принципиальной трудности. Будем считать также частоту внешнего поля не слишком большой, так чтобы можно было не учитывать межзонных переходов и электрон-электронного рассеяния.

1.3. Поскольку квантовое кинетическое уравнение для электронов проводимости в высокочастотном поле имеет довольно сложный вид (см. /5/), мы воспользуемся методом Кубо, который позволяет выразить кинетические коэффициенты типа электропроводности через временные корреляционные функции или функции Грина, вычисленные для равновесной системы (см. /6/). Интересующая нас продольная проводимость  $\sigma(\vec{k}, \omega)$ , зависящая от частоты  $\omega$

и волнового вектора  $\vec{k}$  электрического поля, может быть записана в виде<sup>/6,2/</sup>:

$$\sigma(\vec{k}, \omega) = \frac{1e^2}{mk^2} \sum_p (\vec{p} + \frac{\vec{k}}{2}) \vec{k} G_p(\vec{k}, \omega), \quad (1.2)$$

где  $e, m$  - заряд и масса электрона и  $G_p(\vec{k}, \omega)$  - фурье-компонента двухчастичной запаздывающей функции Грина (см.<sup>/6/</sup>):

$$\langle\langle a_{\vec{p}}^+(t) a_{\vec{p}+\vec{k}}^+(t); \rho_{-\vec{k}}^-(t') \rangle\rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_p(\vec{k}, \omega) e^{-i\omega(t-t')} d\omega. \quad (1.3)$$

Таким образом, задача о вычислении электропроводности сводится к задаче об отыскании функции Грина (1.3) для равновесной системы с гамильтонианом (1.1).

В следующем разделе мы получим уравнение для функции Грина (1.3) и вычислим электропроводность в общем случае для произвольной частоты и температуры. В разделе 3 будут рассмотрены некоторые частные случаи, позволяющие провести сравнение с экспериментом. Кратко результаты этой работы были сформулированы в<sup>/7/</sup>. В<sup>/8/</sup> обсуждаются решения для одночастичных функций Грина для системы с гамильтонианом (1.1).

## 2. Вычисление электропроводности в общем случае

2.1. Получим прежде всего уравнение для двухчастичной запаздывающей функции Грина (1.3). Как обычно, пользуясь уравнениями движения для операторов в гейзенберговском представлении с гамильтонианом (1.1), дифференцируем функцию Грина (1.3) по времени  $t$ , в результате чего получаем цепочку уравнений для функций Грина возрастающей сложности (см.<sup>/8/</sup>). По предположению рассеяние электронов является слабым, так что мы можем ограничиться первым борновским приближением, как и в работе<sup>/1/</sup>. Это позволяет более сложные функции Грина, входящие в уравнение для исходной функции (1.3) при квадрате потенциала рассеяния, приближенно выразить через двухчастичные функции типа (1.3). Без учета процессов электрон-фононного увлечения это расщепление имеет вид (ср.<sup>/2/</sup>):

$$\langle\langle a_{\vec{p}}^+ a_{\vec{p}+\vec{k}}^+ - (a_{\vec{q}}^+ a_{\vec{q}+\vec{k}}^+) e^{-i\vec{q}\cdot\vec{u}_m} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{u}_n}; \rho_{-\vec{k}}^-(t') \rangle\rangle = \langle e^{i\vec{q}(\vec{u}_m - \vec{u}_n)} \delta_{-\vec{q}, \vec{k}} G_p(\vec{k}, t-t') \rangle. \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned}
 & \langle\langle a_{\vec{p}}^{\dagger} a_{\vec{p}+\vec{k}-\vec{q}} a_{\vec{p}-\vec{q}}^{\dagger} e^{i(\vec{q}+\vec{q}') \cdot \vec{u}_n}; \rho_{-\vec{k}}(t') \rangle\rangle = \\
 & \approx \langle e^{i(\vec{q}+\vec{q}') \cdot \vec{u}_n} \rangle \delta_{-\vec{q}, \vec{q}} \langle\langle a_{\vec{p}}^{\dagger} a_{\vec{p}+\vec{k}} a_{\vec{p}-\vec{q}}^{\dagger}; \rho_{-\vec{k}}(t') \rangle\rangle = \\
 & = \delta_{-\vec{q}, \vec{q}} [(1 - n_{\vec{p}+\vec{k}-\vec{q}}) G_{\vec{p}}(\vec{k}, t-t') - n_{\vec{p}} G_{\vec{p}}(\vec{k}, t-t')].
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Здесь  $n_{\vec{p}} = \langle a_{\vec{p}}^{\dagger} a_{\vec{p}} \rangle$  — среднее число электронов в состоянии  $\vec{p}$ . Однако это приближение не приводит еще к замкнутой системе уравнений, как в <sup>1/2/</sup>, так как в уравнениях появляются множители типа  $\exp(-i \vec{q} \cdot \vec{u}_n)$ , описывающие многофононные процессы рассеяния в гамильтониане (1.1). Учитывая лишь однофононные неупругие процессы рассеяния, произведем в полученных уравнениях разложение по смещению  $\vec{u}_n$ , сохранив в членах с неупругим рассеянием лишь низший порядок, например:

$$\begin{aligned}
 \langle \exp[-i \vec{q}(\vec{u}_n - \vec{u}_m)] \rangle &= e^{-\frac{W_n}{2}} e^{-\frac{W_m}{2}} \exp\langle (\vec{q} \cdot \vec{u}_n)(\vec{q} \cdot \vec{u}_m) \rangle = \\
 &\approx e^{-\frac{W_n}{2}} e^{-\frac{W_m}{2}} + \langle (\vec{q} \cdot \vec{u}_n)(\vec{q} \cdot \vec{u}_m) \rangle,
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

где первый член соответствует упругому рассеянию с учетом факторов Дебая-Валлера  $W_n(\vec{q}) = \langle (\vec{q} \cdot \vec{u}_n)^2 \rangle$ , второй член описывает однофононное рассеяние. Выполняя такое разложение в самих уравнениях, а не в исходном гамильтониане (1.1), нам удастся учесть ту совокупность многофононных процессов, которая определяет факторы Дебая-Валлера. Действительно, расщепление (2.1) (2.2) соответствует независимому усреднению по состояниям решетки и электронной системы, причем первое как раз и означает усреднение по положению атомов, т.е. введение в амплитуду рассеяния фактора Дебая-Валлера. Подчеркнем здесь, что факторы Дебая-Валлера точно равны нулю для второй функции (2.2), которая описывает эффективное электрон-электронное рассеяние, индуцированное фононами, так как благодаря сохранению импульса в этом обменном рассеянии  $\vec{q}' = -\vec{q}$  и смещение  $\vec{u}_n$  умножается на нулевой импульс.

В результате сделанных приближений получаем следующую систему уравнений для фурье-компонент функций Грина (1.3):

$$\begin{aligned}
 (\omega + \omega_{\vec{p}\vec{k}}) G_{\vec{p}}(\vec{k}, \omega) &= (n_{\vec{p}} - n_{\vec{p}+\vec{k}}) + \\
 + \sum_{\vec{n}\vec{q}} A_n(\vec{q}) \ll a_{\vec{p}}^+ a_{\vec{p}+\vec{k}-\vec{q}} - a_{\vec{p}+\vec{q}}^+ a_{\vec{p}+\vec{k}} \gg (1 - i\vec{q}\vec{u}_n) | \rho_{-\vec{k}} \gg_{\omega}, \quad (2.4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\omega + \omega_{\vec{p}\vec{k}-\vec{q}}) \ll a_{\vec{p}}^+ a_{\vec{p}+\vec{k}-\vec{q}} | \rho_{-\vec{k}} \gg_{\omega} &= \ll (a_{\vec{p}}^+ a_{\vec{p}-\vec{q}} - a_{\vec{p}+\vec{k}}^+ a_{\vec{p}+\vec{k}-\vec{q}}) \gg + \\
 + \sum_m A_m(-\vec{q}) e^{-\frac{W_n}{2}} e^{-\frac{W_m}{2}} \{ G_{\vec{p}}(\vec{k}, \omega) - G_{\vec{p}-\vec{q}}(\vec{k}, \omega) \}, \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_n(\omega + \omega_{\vec{p}\vec{k}-\vec{q}})^2 \ll a_{\vec{p}}^+ a_{\vec{p}+\vec{k}-\vec{q}} u_n^{\alpha} | \rho_{-\vec{k}} \gg_{\omega} &= B_{\vec{p}\vec{k}-\vec{q}n}^{\alpha}(\omega) + \\
 + \sum_m \phi_{nm}^{\alpha\gamma} \ll a_{\vec{p}}^+ a_{\vec{p}+\vec{k}-\vec{q}} u_m^{\gamma} | \rho_{-\vec{k}} \gg_{\omega}, \quad (2.6)
 \end{aligned}$$

где  $\omega_{\vec{p}\vec{k}} = \epsilon_{\vec{p}} - \epsilon_{\vec{p}+\vec{k}}$ ,

$$\begin{aligned}
 B_{\vec{p}\vec{k}-\vec{q}n}^{\alpha}(\omega) &= M_n \ll (a_{\vec{p}}^+ a_{\vec{p}-\vec{q}} - a_{\vec{p}+\vec{k}}^+ a_{\vec{p}+\vec{k}-\vec{q}}) \{ (\omega + \omega_{\vec{p}\vec{k}-\vec{q}}) u_n^{\alpha} + \frac{1}{M_n} p_n^{\alpha} \} \gg + \\
 + i q^{\alpha} A_n(-\vec{q}) \{ (1 - n_{\vec{p}+\vec{k}-\vec{q}}) G_{\vec{p}}(\vec{k}, \omega) - n_{\vec{p}} G_{\vec{p}-\vec{q}}(\vec{k}, \omega) \} + \\
 + \{ G_{\vec{p}}(\vec{k}, \omega) - G_{\vec{p}-\vec{q}}(\vec{k}, \omega) \} \sum_m A_m(-\vec{q}) M_n \ll 1(\vec{q}\vec{u}_m) \{ (\omega + \omega_{\vec{p}\vec{k}-\vec{q}}) u_n^{\alpha} + \frac{1}{M_n} p_n^{\alpha} \} \gg. \quad (2.7)
 \end{aligned}$$

Чтобы решить интегральное уравнение (2.6) для функции Грина, описывающей неупругие процессы рассеяния, воспользуемся уравнением для фононной функции Грина в координатном представлении  $D_{nn}^{\alpha\beta}(E) \equiv \ll u_n^{\alpha} | u_n^{\beta} \gg_E$ :

$$M_n E^2 D_{nn}^{\alpha\beta}(E) = \delta_{nn}^{\alpha\beta} + \sum_m \phi_{nm}^{\alpha\gamma} D_{mn}^{\gamma\beta}(E), \quad (2.8)$$

в котором можно пренебречь взаимодействием фононов с электронами (см. <sup>18/</sup>). Умножая (2.6) на  $D_{nn}^{\alpha\beta}(\omega + \omega_{\vec{p}\vec{k}-\vec{q}})$  и суммируя по  $n, \alpha$ , получим

$$\langle\langle a_{\vec{p}}^+ a_{\vec{p}+\vec{k}-\vec{q}} a_{\vec{n}}^a | \rho_{-\vec{k}} \rangle\rangle_{\omega} = \sum_n D_{nn}^{\alpha\beta} (\omega + \omega_{\vec{p}\vec{k}-\vec{q}}) B_{\vec{p}\vec{k}-\vec{q}n}^{\beta}(\omega). \quad (2.9)$$

Для вычисления средних  $\langle a_{\vec{p}}^+ a_{\vec{p}-\vec{q}} \rangle$ ,  $\langle a_{\vec{p}}^+ a_{\vec{p}-\vec{q}} u_n^a \rangle$  ( $q \neq 0$ ) и других в правых частях (2.5) (2.8) воспользуемся уравнением

$$i \frac{d}{dt} \langle a_{\vec{p}} a_{\vec{p}-\vec{q}} \exp(-i \vec{q} \vec{u}_n) \rangle = 0,$$

которое решим в том же приближении, что и уравнение для функций Грина (2.5), (2.8).

Подставляя функции (2.5), (2.9) в (2.4), получаем замкнутое уравнение для двухчастичной функции Грина (ср. с <sup>1/2/</sup>):

$$\begin{aligned} (\omega + \omega_{\vec{p}\vec{k}}) G_{\vec{p}}(\vec{k}, \omega) &= (n_{\vec{p}} - n_{\vec{p}+\vec{k}}) + \\ &+ \sum_{nm\vec{q}} A_n(\vec{q}) A_m(-\vec{q}) e^{-\frac{w_n}{2}} e^{-\frac{w_m}{2}} \{ [f_{\vec{p}, \vec{p}+\vec{q}} \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow f_{\vec{p}+\vec{k}, \vec{p}+\vec{k}+\vec{q}} \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow] (\frac{1}{\omega + \omega_{\vec{p}, \vec{k}+\vec{q}}} - \frac{1}{\omega + \omega_{\vec{p}+\vec{q}, \vec{p}+\vec{k}-\vec{q}}}) + \\ &+ [G_{\vec{p}}(\vec{k}, \omega) - G_{\vec{p}+\vec{q}}(\vec{k}, \omega)] (\frac{1}{\omega + \omega_{\vec{p}, \vec{k}+\vec{q}}} + \frac{1}{\omega + \omega_{\vec{p}+\vec{q}, \vec{k}-\vec{q}}}) \} + \\ &+ \sum_{nm\vec{q}} A_n(\vec{q}) A_m(-\vec{q}) \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dE [-\text{Im} \langle\langle \vec{q} \vec{u}_n \rangle\rangle_{E+i\delta}] \times \\ &+ [ \frac{f_{\vec{p}, \vec{p}-\vec{q}} \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow (E) - f_{\vec{p}+\vec{k}, \vec{p}+\vec{k}-\vec{q}} \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow (E)}{\omega + \omega_{\vec{p}, \vec{k}-\vec{q}} - E} - \frac{f_{\vec{p}+\vec{q}, \vec{p}} \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow (E) - f_{\vec{p}+\vec{k}+\vec{q}, \vec{p}+\vec{k}} \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow (E)}{\omega + \omega_{\vec{p}+\vec{q}, \vec{k}-\vec{q}} - E} ] + \\ &+ [ (\frac{1 - n_{\vec{p}+\vec{k}-\vec{q}} + N(E)}{\omega + \omega_{\vec{p}, \vec{k}-\vec{q}} - E} + \frac{n_{\vec{p}+\vec{q}} + N(E)}{\omega + \omega_{\vec{p}+\vec{q}, \vec{k}-\vec{q}} - E}) G_{\vec{p}}(\vec{k}, \omega) - \\ &- (\frac{1 - n_{\vec{p}+\vec{k}} + N(E)}{\omega + \omega_{\vec{p}+\vec{q}, \vec{k}-\vec{q}} - E} G_{\vec{p}+\vec{q}}(\vec{k}, \omega) + \frac{n_{\vec{p}} + N(E)}{\omega + \omega_{\vec{p}, \vec{k}-\vec{q}} - E} G_{\vec{p}-\vec{q}}(\vec{k}, \omega))] \}. \end{aligned}$$



Здесь

$$f_{\vec{p}, \vec{p}+\vec{q}} = (n_{\vec{p}} - n_{\vec{p}+\vec{q}})(\omega_{\vec{p}, \vec{q}})^{-1},$$

$$f_{\vec{p}, \vec{p}+\vec{q}}(E) = [n_{\vec{p}}(1 - n_{\vec{p}+\vec{q}}) + N(E)(n_{\vec{p}} - n_{\vec{p}+\vec{q}})](\omega_{\vec{p}, \vec{q}} - E)^{-1},$$

$N(E) = (e^{E/T} - 1)^{-1}$ ,  $T$  — температура в энергетических единицах. Для упрощения записи второй суммы в (2.10) мы пользовались соотношением:

$$\begin{aligned} \sum_{n'} D_{nn'}^{\alpha\beta}(\omega) M_n \{ \langle u_m^\gamma u_n^\beta \rangle + \omega + \langle u_m^\gamma \frac{1}{M_n} p_n^\beta \rangle \} = \\ = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dE}{\omega - E} N(E) [ -\text{Im} D_{nn}^{\alpha\gamma}(E + i\delta) ], \delta = 0^+, \end{aligned}$$

которое легко получить, если ввести спектральные разложения для корреляционных функций и воспользоваться уравнением (2.8) (см. <sup>/8/</sup>).

Таким образом, учитывая рассеяние электронов в борновском приближении и рассматривая лишь однофононные неупругие процессы, мы получили замкнутое интегральное уравнение для функции Грина, подобное квантовому кинетическому уравнению для неравновесной функции распределения в линейном по внешнему полю приближении <sup>/5/</sup>. Первая сумма в правой части (2.10) описывает упругие процессы рассеяния с учетом факторов Дебая-Валлера. Вторая сумма, содержащая интеграл по частотам от мнимой части фононной функции Грина, описывает неупругие процессы рассеяния электронов как на колебаниях атомов основной решетки, так и примесных, а также их интерференцию. Отметим одну характерную особенность этого уравнения. В правой части уравнения (2.10), помимо "члена столкновений", содержащего функции Грина, имеется неоднородный член второго порядка по потенциалу рассеяния (первые квадратные скобки в обеих суммах). Он описывает рассеяние электронов, индуцированное внешним электрическим полем <sup>/8/</sup>. В случае низких частот ( $\omega\tau \ll 1$ ,  $\tau$  — характерное время релаксации системы) он оказывается малым и основную роль играет "член столкновений" <sup>/2,8/</sup>. В случае же высоких частот ( $\omega\tau \gg 1$ ) он играет главную роль, в то время как "член столкновений" можно рассматривать по теории возмущений. Поэтому, переходя к решению уравнения (2.10), рассмотрим по отдельности две указанные области частот.

## 2.2. Низкочастотная проводимость ( $\omega \tau \ll 1$ ).

Рассмотрим случай слабой пространственной неоднородности, когда электрическое поле мало меняется на характерной длине системы  $1/k \gg a \approx 1/p_F$ ,  $p_F$  — импульс Ферми. Тогда мы можем произвести в уравнении (2.10) разложение по  $k$ , сохранив лишь линейные члены. Предполагая далее, что в области низких частот поведение электронов в электрическом поле характеризуется эффективной частотой столкновений  $\gamma_{\vec{p}}(\omega)$ , зависящей от частоты  $\omega$ , будем искать функцию Грина в виде <sup>/2/</sup>:

$$G_{\vec{p}}(k, \omega) = - \frac{\partial n_{\vec{p}}}{\partial \epsilon_{\vec{p}}} \frac{\vec{k} \vec{p}}{m} \frac{1}{\omega + i \gamma_{\vec{p}}(\omega)}. \quad (2.11)$$

Пренебрегая в уравнении (2.10) неоднородными членами второго порядка по потенциалу рассеяния ввиду их малости и учитывая лишь мнимую часть "члена столкновений", определяющую процессы релаксации в системе, для эффективного затухания функции Грина  $\gamma_{\vec{p}}(\omega)$  получаем уравнение:

$$\begin{aligned} \gamma_{\vec{p}}(\omega) \frac{\partial n_{\vec{p}}}{\partial \epsilon_{\vec{p}}} = & \sum_{qnm} A_n(\vec{q}) A_m(-\vec{q}) \left\{ e^{-\frac{w_n}{2}} e^{-\frac{w_m}{2}} \left[ \frac{\partial n_{\vec{p}}}{\partial \epsilon_{\vec{p}}} - \frac{\vec{k}(\vec{p}+\vec{q})}{k p} \frac{\partial n_{\vec{p}+\vec{q}}}{\partial \epsilon_{\vec{p}+\vec{q}}} \right] \times \right. \\ & \times \pi \left[ \delta(\omega + \omega_{\vec{p}, \vec{q}}) + \delta(\omega - \omega_{\vec{p}, \vec{q}}) \right] + \int_{-\infty}^{\infty} dE \left[ -\text{Im} \langle\langle \vec{q} \vec{u}_n \rangle\rangle | \langle \vec{q} \vec{u}_m \rangle \rangle_{E+i\delta} \right] \times \\ & \times \left\{ \left( n_{\vec{p}+\vec{q}} + N(E) \right) \frac{\partial n_{\vec{p}}}{\partial \epsilon_{\vec{p}}} - \left( 1 - n_{\vec{p}} + N(E) \right) \frac{\vec{k}(\vec{p}+\vec{q})}{k p} \frac{\partial n_{\vec{p}+\vec{q}}}{\partial \epsilon_{\vec{p}+\vec{q}}} \right\} \delta(\omega - \omega_{\vec{p}, \vec{q}} - E) + \\ & + \left\{ \left( 1 - n_{\vec{p}-\vec{q}} + N(E) \right) \frac{\partial n_{\vec{p}}}{\partial \epsilon_{\vec{p}}} - \left( n_{\vec{p}} + N(E) \right) \frac{\vec{k}(\vec{p}-\vec{q})}{k p} \frac{\partial n_{\vec{p}-\vec{q}}}{\partial \epsilon_{\vec{p}-\vec{q}}} \right\} \delta(\omega - \omega_{\vec{p}, -\vec{q}} - E) \left. \right\}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Так как для электронов в металле функция Грина (2.11) отлична от нуля лишь в узком слое  $T \ll \mu_0$  — энергии Ферми, то для вычисления проводимости (1.2) достаточно определить функцию  $\gamma_{\vec{p}}(\omega)$  лишь при  $p \approx p_F$ . Усредненное по поверхности Ферми значение этой функции получается при интегрировании по  $\epsilon_{\vec{p}}$  уравнения (2.12), в котором ввиду отмеченной особенности мы опустили члены  $|\langle \omega + i \gamma_{\vec{p}} \rangle / \langle \omega + i \gamma_{\vec{p}} \rangle| = |\langle \omega + i \gamma_{\vec{p}_F} \rangle / \langle \omega + i \gamma_{\vec{p}_F} \rangle| = 1$

при функциях  $\partial n_{\vec{p} \pm \vec{q}} / \partial \epsilon_{\vec{p} \pm \vec{q}}$  в правой части. При интегрировании будем учитывать, что  $\omega \ll \mu_0$  и  $E_0 \ll \mu_0$ , где  $E_0$  - максимальная частота колебаний решетки, так что  $\text{Im} D_{nm}^{\alpha\beta}(E) = 0$  при  $E > E_0$ . Так как для кубического кристалла

$$\sum_{nm} v_n(\vec{q}) v_m(-\vec{q}) e^{-i\vec{q}(\vec{R}_n^0 - \vec{R}_m^0)} \text{Im} \langle (\vec{q} \vec{u}_n) | (\vec{q} \vec{u}_m) \rangle_E = f(q^2, E),$$

то легко выполнить интегрирование по направлению вектора  $\vec{q}$ , в результате чего для среднего значения затухания получаем

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}(\omega, T) = & \frac{\pi N_F}{2 \rho_F} \int_0^{q_0} q^3 dq \frac{1}{V} \sum_{nm} v_n(\vec{q}) v_m(-\vec{q}) e^{-i\vec{q}(\vec{R}_n^0 - \vec{R}_m^0)} \times \\ & \times \left\{ e^{-\frac{w_n}{2}} e^{-\frac{w_m}{2}} + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty dE [-\text{Im} \langle (\vec{q} \vec{u}_n) | (\vec{q} \vec{u}_m) \rangle_{E+i\delta}] F\left(\frac{E}{T}, \frac{\omega}{T}\right) \right\}, \end{aligned} \quad (2.13)$$

где  $N_F$  - плотность электронных состояний на поверхности Ферми,  $q_0$  - максимальный импульс фононов:  $q_0 \leq 2\rho_F$  и функция  $F(E/T, \omega/T)$  равна функции

$$F_1\left(\frac{E}{T}, \frac{\omega}{T}\right) = \frac{E-\omega}{T} N(E-\omega)(1+N(E-\omega)) + \frac{E+\omega}{T} N(E+\omega)(1+N(E+\omega)) + 2N(E) - N(E-\omega) - N(E+\omega), \quad (2.14)$$

где мы учли, что  $\text{Im} D_{nm}^{\alpha\beta}(E+i\delta) = -\text{Im} D_{nm}^{\alpha\beta}(-E+i\delta)$ . (Более подробно метод интегрирования приведен в [2]). Выражение (2.13) определяет эффективную частоту столкновений электронов с решеткой при заданной конфигурации примесей. Поскольку экспериментально всегда изучаются образцы макроскопических размеров, в которых фактически происходит усреднение по различным конфигурациям примесей, выражение (2.13) следует также усреднить по расположению примесей. Мы не будем специально обозначать это усреднение знаком  $\langle \dots \rangle_c$ , подразумевая его при всех конкретных вычислениях.

Подставляя теперь (2.13) в выражение для функции Грина (2.11), по формуле (1.2) находим проводимость системы в случае низких частот. При  $k \rightarrow 0$  она имеет вид

$$\sigma(\omega) = \frac{ne^2}{m} (\bar{\gamma}(\omega, T) - i\omega)^{-1}, \quad (2.15)$$

где  $n$  — плотность электронов проводимости. При  $\omega = 0$  из (2.13)–(2.15) находим выражение для сопротивления в статическом случае:

$$\rho(T) = \frac{1}{\sigma(0)} = \frac{m}{n e^2} \bar{\gamma}(0, T). \quad (2.15a)$$

Как видно, оно совпадает с выражением, полученным в работе /1/, с точностью до факторов Дебая-Валлера в неупругом рассеянии, которые в части членов мы опустили ввиду их малости (см. (2.3)), а в части членов они обращаются в нуль (см. (2.2)). Как следует из работы /1/, возникающее при этом различие несущественно; для его обсуждения необходимо рассмотреть двухфононные переходы.

2.3. Высокочастотная проводимость ( $\omega\tau \gg 1$ ). В этом случае уравнение (2.10) решаем итерацией, подставляя в "член столкновений" функцию Грина свободных электронов. При этом он полностью компенсируется частью неоднородных членов второго порядка по потенциалу рассеяния (см. /8,2/), в результате чего для мнимой части функции Грина второго порядка при  $k \rightarrow 0$  получаем:

$$\begin{aligned} \text{Im } G_{\vec{p}}^{(2)}(\vec{k}, \omega + i\delta) = & -\frac{\pi}{\omega^3} \sum_{n, m, \vec{q}} A_n(\vec{q}) A_m(-\vec{q}) \frac{\vec{q} \cdot \vec{k}}{m} \times \\ & \times \left\{ e^{-\frac{w_n}{2}} e^{-\frac{w_m}{2}} (n_{\vec{p}} - n_{\vec{p}+\vec{q}}) [\delta(\omega + \omega_{\vec{p}, \vec{q}}) - \delta(\omega - \omega_{\vec{p}, \vec{q}})] + \right. \\ & + \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dE [-\text{Im} \ll (\vec{q} \vec{u}_n) | (\vec{q} \vec{u}_m) \gg_{E+i\delta}] [\{ n_{\vec{p}} (1 - n_{\vec{p}-\vec{q}}) + N(E) (n_{\vec{p}} - n_{\vec{p}-\vec{q}}) \} \times \\ & \times \delta(\omega + \omega_{\vec{p}, \vec{q}} - E) - \{ n_{\vec{p}+\vec{q}} (1 - n_{\vec{p}}) + N(E) (n_{\vec{p}+\vec{q}} - n_{\vec{p}}) \} \delta(\omega - \omega_{\vec{p}, \vec{q}} - E) \} \}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Подставляя (2.16) в (1.2), после интегрирования по  $\vec{p}, \vec{q}$  получаем выражение для действительной части проводимости второго порядка, определяющей при  $k \rightarrow 0$  объемное поглощение высокочастотного поля:

$$\text{Re } \sigma^{(2)}(\omega) = \frac{n e^2}{m \omega^2} \gamma(\omega, T), \quad (2.17)$$

где эффективная частота столкновений  $\gamma(\omega, T)$  определяется тем же выраже-

нием (2.13), в котором функция  $F(E/T, \omega/T)$ , определяющая частотно-температурную зависимость неупругого рассеяния, имеет вид <sup>/5,2/</sup>:

$$F_2\left(\frac{E}{T}, \frac{\omega}{T}\right) = 2N(E) - \left(1 - \frac{E}{\omega}\right)N(E-\omega) - \left(1 + \frac{E}{\omega}\right)N(E+\omega). \quad (2.18)$$

Полученные результаты (2.15), (2.17) позволяют провести исследование проводимости металла с примесями в широком интервале значений частот и температур. При этом общий вид их не накладывает каких-либо ограничений на характер дефектов решетки. Необходимо лишь, чтобы рассеяние электронов было достаточно слабым, так чтобы можно было ввести одноэлектронные состояния с определенной энергией  $\epsilon_p$  и пользоваться борновским приближением рассеяния, когда возможно простое расщепление (2.1), (2.2). В рамках этого же метода легко провести учет и многофононных переходов при рассеянии. В следующем разделе мы рассмотрим некоторые частные случаи этих формул.

### 3. Частотная зависимость электропроводности металла с примесями

Рассмотрим температурную и частотную зависимость эффективной частоты столкновений или затухания (2.13) в различных предельных случаях. Как показано в работе <sup>/2а/</sup>, частотная зависимость упругой части примесного затухания оказывается существенной при частотах  $\omega \approx \mu_0$ . В нашем случае  $\omega \ll \mu_0$ , так что нижний предел интегрирования в (2.13)  $\omega/v_F \approx 0$ , и поэтому упругая часть затухания не зависит от частоты  $\omega$ . При малой концентрации примесей ( $c \ll 1$ ) она может быть представлена в виде (см. <sup>/1/</sup>):

$$\gamma_1(T) = c \eta M \int_0^q q^3 dq |\Delta b(\vec{q})|^2, \quad (3.1)$$

где введены обозначения:

$$\eta = \frac{\pi N_F}{2 p_F^4} \frac{1}{M V_0}, \quad \Delta b = b_1 - b_0, \quad b_{1,0} = v_{1,0} \exp\left(-\frac{W_{1,0}}{2}\right). \quad (3.2)$$

Неупругую часть затухания запишем в виде:

$$\gamma'(\omega, T) = \gamma_0(\omega, T) + \Delta\gamma(\omega, T), \quad (3.3)$$

где

$$\gamma_0(\omega, T) = \gamma_0 \left(\frac{T}{\theta}\right)^5 2 \int_0^{\theta/T} x^4 dx F(x, \alpha) \quad (3.4)$$

затухание для чистого металла без примесей (см. /10,5,26/). При интегрировании в (3.4) мы воспользовались явным выражением для фононной функции Грина идеального кристалла (см., например, /1/) и, учитывая рассеяние только на продольных колебаниях, приближенно положили:  $|v_0(q)|^2 = |v_0(0)|^2$ ,

$\omega_q = sq$ ,  $s$  — скорость звука, а также ввели безразмерные переменные:

$$x = \frac{\omega q}{T}, \quad \alpha = \frac{\omega}{T}, \quad \gamma_0 = \theta \eta \frac{|v_0(0)|^2 q_0^6}{4s^6}, \quad \theta = sq_0. \quad (3.5)$$

Частотно-температурная зависимость затухания в чистом металле (3.4) изучена в работе /26/ и поэтому здесь не рассматривается. Переходя к обсуждению неупругой части примесного затухания, заметим, что его температурно-частотная зависимость выражается в явном виде функциями  $F_1$  (2.14) или  $F_2$  (2.18), и поэтому мы можем сделать некоторые общие выводы, не пользуясь конкретными представлениями для фононной функции Грина.

3.1. Рассмотрим сначала более простой случай высоких температур, когда  $T \gg E_0$  — максимальной частоты колебаний решетки. В этом случае колебания решетки можно рассматривать классическим образом и должны быть справедливы результаты обычного кинетического уравнения. Действительно, предельное значение функции (2.14) для низких частот при  $\omega \ll \gamma \approx T$  совпадает со значением функции  $F_2$  (2.18) для высоких частот при  $\omega \gg \gamma > E$ :  $F_1(x \ll 1, \alpha \gg 1) \approx 2T/E$  и  $F_2(x, \alpha \gg x) \approx \text{cth}(E/2T) \approx 2T/E$ . Таким образом, в случае высоких температур частота столкновений (2.13) не зависит от частоты внешнего поля  $\omega$  и оказывается равной классическому высокотемпературному значению:

$$\gamma_{\text{кл.}}(T) = \gamma_1(T) + \tag{3.6}$$

$$+ T \frac{\eta M}{\pi N_0} \int_0^\infty \frac{dE^2}{E^2} \sum_{nm\vec{q}} v_n(\vec{q}) v_m(-\vec{q}) e^{-i\vec{q}(\vec{R}_n^0 - \vec{R}_m^0)} [-\text{Im} \langle (\vec{q}\vec{u}_n) | (\vec{q}\vec{u}_m) \rangle_{E+i\delta}] .$$

Полученное выражение позволяет сделать общий вывод о пропорциональности полного сопротивления (2.16а), в том числе и его примесной части, температуре  $T$  в случае высоких температур. Более подробный анализ выражения (3.6) при конкретном выборе фононных функций Грина проведен в работе /1/.

3.2. В случае низких температур  $T \ll \theta$  и при частотах  $\omega \gg T$  проявляется квантовый характер внешнего поля: электроны, получая квант энергии  $\omega$  ( $\hbar = 1$ ) от высокочастотного поля, рассеиваются на колебаниях решетки, возбуждая фононы с частотами  $E \leq \omega$ . Действительно, функция (2.18) при  $\omega \gg T$  имеет вид

$$F_2\left(\frac{E}{T}, \frac{\omega}{T} \gg 1\right) \approx 2N(E) - \left(1 - \frac{E}{\omega}\right) N(E - \omega),$$

где первый член описывает рассеяние на тепловых колебаниях, которым можно пренебречь ввиду его малости  $\approx (T/\theta)^5 \ll 1$ ; второй - рассеяние электронов с энергией  $\omega$  на фононах с энергиями  $E \leq \omega$ . Подставляя  $F_2$  в (2.13), получаем выражение для затухания в квантовом пределе ( $T \ll \omega$ ,  $T \ll \theta$ ):

$$\gamma_{\text{кв.}}(\omega) = \gamma_1(T) + \tag{3.7}$$

$$+ \frac{\eta M}{\pi N_0} \int_0^\omega dE \left(1 - \frac{E}{\omega}\right) \sum_{nm\vec{q}} v_n(\vec{q}) v_m(-\vec{q}) e^{-i\vec{q}(\vec{R}_n^0 - \vec{R}_m^0)} [-\text{Im} \langle (\vec{q}\vec{u}_n) | (\vec{q}\vec{u}_m) \rangle_{E+i\delta}] .$$

Рассмотрим сначала случай низких частот  $\omega \ll \theta$ , когда можно воспользоваться низкочастотным представлением для фононных функций Грина, и примем модель кристалла с примесями, предложенную в работе /1/. Тогда, пользуясь явным видом функций Грина, найденных в /1/, в линейном по концентрации примесей приближении получим:

$$\gamma(\omega) = \gamma_0(\omega) + \gamma_1(T) + \gamma_2(\omega) + \gamma_3(\omega) + \gamma_4(\omega). \tag{3.8}$$

Здесь

$$\gamma_0(\omega) = 0,4\gamma_0 \left(\frac{\omega_1}{\theta}\right)^5 \left(1 - \frac{5}{6} \frac{\omega_1}{\omega}\right), \quad (3.4a)$$

$$\gamma_2(\omega) = 0,4\gamma_0 \text{с.}(-2\epsilon) \left(\frac{\omega_1}{\theta}\right)^5 \left(1 - \frac{5}{6} \frac{\omega_1}{\omega}\right),$$

$$\gamma_3(\omega) = 2\gamma_0 \text{с} g_1 d \left(\frac{\omega_1}{\theta}\right)^2 \left\{1 - \frac{2}{3} \frac{\omega_1}{\omega} - \epsilon < \frac{1}{E^2} > \theta^2 \left(\frac{\omega_1}{\theta}\right)^2\right\}, \quad (3.9)$$

$$\gamma_4(\omega) = 2\gamma_0 \text{с} g_3 d (-\epsilon) \left(\frac{\omega_1}{\theta}\right)^4 \left(1 - \frac{4}{5} \frac{\omega_1}{\omega}\right) + 0,8\gamma_0 \text{с} g_2 \left(\frac{\omega_1}{\theta}\right)^5 \left(1 - \frac{5}{6} \frac{\omega_1}{\omega}\right),$$

где  $\epsilon = 1 - M_1/M$ ,  $d$  - численный коэффициент в низкочастотном представлении для функции распределения квадратов частот фононного спектра матрицы  $g(E^2) \approx d E/\theta^3$ .  $<1/E^2>$  - среднее от  $1/E^2$  по фононному спектру матрицы. Для общности введена максимальная частота участвующих в рассеянии фононов  $\omega_1 = \min\{\omega, \theta\}$ . Однако формулы (3.9) получены в предположении  $\omega \ll \theta$ , т.е.  $\omega_1 = \omega$ , и тогда коэффициенты  $g_1, g_2$  и  $g_3$  имеют простой вид (см. /1/):

$$g_1 = \frac{1}{q_0^6 |v_0(0)|^2} \int_0^{\theta} q^5 dq |\Delta v(\vec{q})|^2, \quad g_2 = \frac{\Delta v(0)}{v_0(0)}, \quad (3.10)$$

$$g_3 = \frac{\theta^2}{q_0^6 |v_0(0)|^2} \int_0^{\theta} q^5 dq \frac{\Delta v(\vec{q}) v_0(\vec{q})}{\omega_{\vec{q}}^2}.$$

Как видно, полученные выражения имеют тот же вид, что и формулы (3.9) в работе /1/ для низкотемпературного сопротивления, только в нашем случае роль температуры  $T$ , определяющей там максимальную энергию фононов, участвующих в рассеянии, играет частота внешнего поля  $\omega$ . Существенное отличие, однако, возникает, когда частота внешнего поля  $\omega$  становится больше частоты непрерывного спектра  $\theta$  и затухание (3.7) перестает столь быст-



ро расти с частотой ( $\omega_1 = \theta$ ). При  $\omega \gg E_0$  оно стремится к постоянному пределу, т.к. в этом случае в (3.7) можно опустить член с  $E/\omega \ll 1$  и предел интегрирования по  $E$  заменить на  $E_0$ . Для грубых оценок в переходной области частот  $\omega \lesssim \theta$  можно пользоваться формулами (3.9), однако коэффициенты  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  не будут определяться выражением (3.10). (Особенности в поведении затухания (3.9) вблизи квазилокальных или локальных частот рассмотрены ниже). Таким образом, мы приходим к выводу, что примесная часть затухания при частотах  $\omega \lesssim \theta$  существенным образом зависит от частоты внешнего поля  $\omega$ , в результате чего проводимость (2.17) может иметь весьма сложную частотную зависимость. К сожалению, эта область частот  $\omega \lesssim \theta$  весьма трудна для экспериментального исследования, в связи с чем мы не останавливаемся на более детальном анализе, весьма сходном с таковым в работе /1/. Отметим лишь две особенности, представляющие наибольший интерес.

А. Если примесь достаточно тяжелая ( $|\epsilon| \gg 1$ ), возможно появление квазилокального уровня с частотой  $E_* = (|\epsilon| < 1/E^2 >)^{1/2}$  (см. /1/). В этом случае формулы (3.9) справедливы лишь при частотах  $\omega \ll E_*$ . В окрестности квазилокальной частоты наблюдается быстрый рост затухания, связанный с "включением" в процесс рассеяния квазилокальных колебаний с большой плотностью вблизи самой частоты  $E_*$ . Основной прирост дает функция  $\gamma_2(\omega)$ :

$$\Delta \gamma_2(\omega > E_*) = c \gamma_0 \left( \frac{E_*}{\theta} \right) \left( 1 - \frac{E_*}{\omega} \right), \quad (3.11)$$

где мы воспользовались резонансным поведением функции Грина вблизи  $E = E_*$  (см. /1/). Этот максимум может быть замечен на кривой зависимости  $\sigma^{(2)}(\omega)$ , если подобрать параметры так, чтобы

$$\frac{\Delta \gamma_2(\omega > E_*)}{\gamma_0(\omega \approx E_*)} \approx c \left( \frac{\theta}{E_*} \right)^4 \approx c |\epsilon|^2 \approx 1.$$

Анализируя вид кривой  $\sigma^{(2)}(\omega)$ , можно определить квазилокальную частоту — она будет лежать в начале быстрого роста  $\sigma^{(2)}(\omega)$ .

Б. В противоположном случае очень легкой примеси ( $1 - \epsilon \ll 1$ ) возможно появление локального уровня с частотой  $E_F = (E^2 / (1 - \epsilon))^{1/2}$ . Если  $E_0 \gg \theta$ , то все функции Грина при  $E = E_0$  имеют один и тот же вид с точностью до членов  $(\omega_q / E_0) \ll 1$ :

$$\left\langle \frac{1}{N} \sum_{nm} e^{-i\vec{q}(\vec{R}_n^0 - \vec{R}_m^0)} \operatorname{Im} \ll (\vec{q} \vec{u}_n^+) | (\vec{q} \vec{u}_m^+) \gg_{E+\delta} \right\rangle \quad (3.12)$$

$$= -\frac{c}{1-\epsilon} q^2 \frac{\pi}{M} \operatorname{sign} F \delta(E^2 - E_0^2).$$

Подставляя в (2.13) и интегрируя по  $E > \theta$ , получаем для затухания, обусловленного рассеянием на локальных колебаниях,

$$\Delta \gamma_{\text{лок.}}(\omega, T) = 2\gamma_0 \frac{c}{1-\epsilon} \frac{\theta}{E_0} \bar{g}_1 F\left(\frac{E_0}{T}, \frac{\omega}{T}\right), \quad (3.13)$$

где

$$\bar{g}_1 = \frac{1}{q_0^6 |v_0(0)|^2} \int_0^{q_0} q^5 dq |v_1(q)|^2,$$

т.е. в рассеянии участвуют только примесные атомы. В интересующей нас области частот  $\omega \gg T$ ,  $\omega \geq E_0 \gg \theta$  получаем

$$\Delta \gamma_{\text{лок.}}(\omega) = 2\gamma_0 \frac{c}{1-\epsilon} \frac{\theta}{E_0} \bar{g}_1 \left(1 - \frac{E_0}{\omega}\right), \quad (3.13a)$$

т.е. может составлять заметную величину при  $(1-\epsilon) \ll 1$  и  $\bar{g}_1 \approx 1$ . Поэтому увеличение поглощения  $\sigma^{(2)}(\omega)$  в области частот, лежащих выше непрерывного спектра колебаний решетки, может свидетельствовать о наличии локальных колебаний, частоту которых можно определить из соотношений (3.13), (3.13a).

Заметим, что локальные частоты при  $E_0 \gg \theta$  лежат в доступной для экспериментального наблюдения области частот: необходимо излучение с длинами волн в далекой инфракрасной области:  $\lambda \geq 10$  мк.

В заключение этого раздела отметим, что в случае низких температур и высоких частот заметный вклад в частоту столкновений дает электрон-электронное рассеяние<sup>/11/</sup>. Однако в интересующей нас области частот  $\omega \approx \theta$  оно еще достаточно мало сказывается (т.к. содержит малый параметр  $(\omega/\mu_0)^2 \approx (\theta/\mu_0) \ll 1$ ), и не меняется столь существенным образом, как затухание (3.7) при частотах  $\omega = \theta$ .

Таким образом, полученные в этой работе результаты позволяют провести исследование частотной зависимости проводимости металлов с примесями и получить определенную информацию о микроскопических параметрах сплава. Наибольший интерес, с нашей точки зрения, представляет наблюдение квазилокальных и локальных колебаний примесных атомов, существенно влияющих на поведение частоты столкновений  $\gamma(\omega)$  (см. (3.11), (3.13)). Заслуживает интереса также наблюдение весьма сложного характера частотной зависимости примесного затухания в области низких частот и температур  $T \ll \omega \ll \theta$  (см. (3.9)). Отметим также, что полученные общие выражения для проводимости (2.15), (2.17), не использующие какой-либо конкретной модели для вычисления фононной функции Грина в выражении для частоты столкновений (2.13), позволяют провести исследование в более сложных случаях. Получение этих результатов в общем виде оказалось возможным благодаря использованию координатного представления для гамильтониана решетки (1.1), что может оказаться удобным и при решении других задач в теории кристаллов с дефектами.

В заключение мне хотелось бы поблагодарить за обсуждения Д.Н. Зубарева, С.В. Тябликова и Ю.М. Кагана

#### Литература

1. Ю. Каган, А.П. Жернов. ЖЭТФ, 50, 1107 (1966).
2. Н.М. Плакида а) ФТТ, 6, 3444 (1964); б) ФММ, 21, 657 (1966).
3. Д.М. Займан. Электроны и фононы. ИЛ, 1962.
4. A. A. Maradudin, Reports on Progress in Physics, 28, 331 (1965).
5. Р.Н. Гуржи. ЖЭТФ, 33, 451, 660 (1957).
6. Д.Н. Зубарев. УФН, 71, 71 (1960).
7. Н.М. Плакида. Phys. Lett., 24 A, 548 (1967).
8. Н.М. Плакида. Препринт ОИЯИ, Р-4-2955, Дубна, 1966.
9. K. Yamada. Prog. Theor. Phys., 28, 299 (1962).
10. T. Holstein. Phys. Rev., 96, 535 (1954); Ann. Phys., 29, 1091 (1964).
11. Р.Н. Гуржи. ЖЭТФ, 35, 965 (1958).

Рукопись поступила в издательский отдел  
17 мая 1967 года.