

Г-202

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р4 - 3325



ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Ф.А. Гареев, С.П. Иванова, Б.Н. Калинин

СПИН-ОРБИТАЛЬНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ
В ТЯЖЕЛЫХ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ

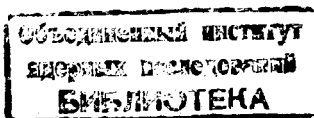
1967.

P4 - 3325

5028/3 нр.

Ф.А. Гареев, С.П. Иванова, Б.Н. Калинин

**СПИН-ОРБИТАЛЬНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ
В ТЯЖЕЛЫХ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ**



§1. ВВЕДЕНИЕ

В предыдущей работе ^{/1/} был предложен способ приближенного расчета одночастичных уровней среднего поля деформированных ядер. Волновые функции состояний отыскивались в виде разложения:

$$\Psi = \sum_{n'l_j m} a_{n'l_j}^m \psi_{n'l_j}^m \quad (1)$$

по волновым функциям $\psi_{n'l_j}^m$ уравнения Шредингера со сферически-симметричным потенциалом $V(\beta=0, \gamma=0, r)$. Коэффициенты смешивания в (1) могут быть найдены путем решения системы уравнений (случай аксиально-симметричного ядра):

$$(\epsilon_{n'l_j} - E) a_{n'l_j}^{m'} + \sum_{n'l_j} a_{n'l_j}^{m'} \langle \psi_{n'l_j}^{m'} | \sum_{\lambda} C_{\lambda}^0 Y_{\lambda}^0 | \psi_{n'l_j}^{m'} \rangle = 0 \quad (2)$$

Коэффициенты $C_{\lambda}^0(\beta, r)$ в уравнении (2) определяются соотношением:

$$C_{\lambda}^0(\beta, r) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} V(\beta, r, \theta) Y_{\lambda}^0(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi, \quad (3)$$

причем $\bar{V}(\beta, r, \theta)$ - функция, характеризующая отклонение среднего ядерного потенциала деформированного ядра от сферически-симметричного случая. В ^{/1/} показано, что в разложении:

$$\bar{V}(\beta, r, \theta) = \sum_{\lambda} C_{\lambda}^0(\beta, r) Y_{\lambda}^0(\theta) = \sum_{\lambda} A_{\lambda}(\beta, r) P_{\lambda}(\cos \theta) \quad (4)$$

необходимо учитывать члены вплоть до $\lambda = 4$. Вклад компоненты с $\lambda = 4$ в E может составить $\approx 0,5$ Мэв.

В методическом исследовании ^{/1/} мы пренебрегали изменением спин-орбитального взаимодействия при переходе от сферически-симметричного ядра к

деформированному, т.е. фактически полагали $\vec{V}_{s.o.}(\beta) = 0$. Уже качественные оценки, проведенные в /1/, показали, что учет изменения $\vec{V}_{s.o.}(\beta)$ может оказать заметное влияние на поведение уровней, в волновых функциях которых имеется значительная компонента с большим угловым моментом. Поэтому полезно рассмотреть эффект, обусловленный наличием члена $\vec{V}_{s.o.}(\beta)$, более детально.

§2. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

В сферически-симметричном ядре спин-орбитальное взаимодействие $V_{s.o.}$ обычно описывается формулой:

$$V_{s.o.} = -\frac{\kappa}{r} \frac{dV}{dr} (\vec{l} \cdot \vec{\sigma}). \quad (5)$$

В случае деформированного ядра это взаимодействие выглядит значительно сложнее /2/:

$$V_{s.o.} = -\frac{\kappa}{r} \left[\frac{\partial V}{\partial r} \left(p_{\theta} \sigma_{\phi} - \frac{1}{\sin \theta} p_{\phi} \sigma_{\theta} \right) + \frac{\partial V}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r \sin \theta} p_{\phi} \sigma_r - p_r \sigma_{\phi} \right) + \frac{\partial V}{\partial \phi} \frac{1}{\sin \theta} \left(p_r \sigma_{\theta} - \frac{1}{r} p_{\theta} \sigma_r \right) \right], \quad (6)$$

где:

$$\sigma_r = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta e^{-i\phi} \\ \sin \theta e^{i\phi} & -\cos \theta \end{pmatrix}; \quad \sigma_{\theta} = \begin{pmatrix} -\sin \theta & \cos \theta e^{-i\phi} \\ \cos \theta e^{i\phi} & \sin \theta \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{\phi} = \begin{pmatrix} 0 & -1e^{-i\phi} \\ 1e^{i\phi} & 0 \end{pmatrix}$$

и введены обозначения $p_r = -\hbar \frac{\partial}{\partial r}$, $p_{\theta} = -\hbar \frac{\partial}{\partial \theta}$, $p_{\phi} = -\hbar \frac{\partial}{\partial \phi}$. Если ядро имеет аксиально-симметричную форму, то последний член в формуле (6) отсутствует ($\frac{\partial V}{\partial \phi} = 0$). Взаимодействие $\vec{V}_{s.o.}$ равно разности выражений (6) и (5), можно представить в виде:

$$\vec{V}_{s.o.} = W_1 + W_2 + W_3 \quad (7)$$

где

$$W_1 = -\frac{\kappa}{r} \frac{\partial A_2}{\partial r} P_2(\cos \theta) \left(p_{\theta} \sigma_{\phi} - \frac{1}{\sin \theta} p_{\phi} \sigma_{\theta} \right) = -\frac{\kappa}{r} \frac{\partial A_2}{\partial r} W_1^0$$

$$W_2 = -\frac{\kappa}{r^2 \sin \theta} A_2 \frac{\partial P_2(\cos \theta)}{\partial \theta} p_{\phi} \sigma_r = -\frac{\kappa}{r^2} A_2 W_2^0 \quad (8)$$

$$W_3 = \frac{\kappa}{r} A_2 \frac{\partial P_2(\cos \theta)}{\partial \theta} p_r \sigma_{\phi} = -1 \frac{\kappa}{r} A_2 W_3^0 p_r.$$

В формулах (8) мы ограничились учетом компоненты A_2 (см.(4)), так как именно она дает подавляющий вклад (см./1/).

Для выяснения величины эффекта, обусловленного наличием взаимодействия $\vec{V}_{s.o.}$, в уравнение (2) должны быть добавлены матричные элементы типа $\langle \psi_{n'l_j}^m | \vec{V}_{s.o.} | \psi_{n'l_j}^m \rangle$. Часть матричного элемента от $\vec{V}_{s.o.}$, возникающая при интегрировании по угловым переменным, имеет вид:

$$\langle \psi_{n'l_j}^m | W_1^0 | \psi_{n'l_j}^m \rangle = [(2\ell+1)/(2\ell'+1)]^{1/2} (2\ell 0 0 | \ell' 0) \times$$

$$\{ (\ell' 1/2, m'-1/2, 1/2 | j' m') [(\ell 1/2, m+1/2, -1/2 | j m) (\ell -m+1/2)^{1/2} (\ell+m+1/2)^{1/2} +$$

$$+ (\ell 1/2, m-1/2, 1/2 | j m) (m-1/2)] (2\ell 0, m-1/2 | \ell', m'-1/2) +$$

$$+ (\ell' 1/2, m'+1/2, -1/2 | j' m') (2\ell 0, m+1/2 | \ell', m'+1/2) [(\ell 1/2, m-1/2, 1/2 | j m) (\ell+m+1/2)^{1/2} \times$$

$$\times (\ell -m + 1/2)^{1/2} (\ell 1/2, m+1/2, -1/2 | j m) (m+1/2)] \}$$

$$\langle \psi_{n'l_j}^m | W_2^0 | \psi_{n'l_j}^m \rangle = (3/8)^{1/2} (\ell' 1/2, m'-1/2, 1/2 | j' m') \times$$

$$(\ell 1/2, m-1/2, 1/2 | j m) [(\ell+m+1/2)^{1/2} (\ell -m+1/2)^{1/2} \{ (\ell' 20 0 | \ell 0) (2\ell, -1, m+1/2 | \ell', m'-1/2) \times$$

$$\begin{aligned}
& -(2\ell 00|\ell'0)(\ell'2, m'-1/2, 1/\ell, m+1/2) \{ -(\ell-m+3/2)^{1/2} (\ell+m-1/2)^{1/2} \{ (\ell'200|\ell 0) \times \\
& (2\ell 1, m-3/2|\ell', m'-1/2) - (2\ell 00|\ell'0)(\ell'2, m'-1/2, -1|\ell, m-3/2) \} \} + \\
& + (3/2)^{1/2} (\ell'1/2, m+1/2, -1/2|jm)(m+1/2)(\ell'1/2, m'-1/2, 1/2|j'm') \{ (2\ell 00|\ell'0) \times \\
& (\ell'2, m'-1/2, 1|\ell m+1/2) - (\ell'200|\ell 0)(2\ell, -1, m+1/2|\ell', m'-1/2) \} + \\
& + (3/2)^{1/2} (m-1/2)(\ell'1/2, m'+1/2, -1/2|j'm')(\ell'1/2, m-1/2|jm) \{ (\ell'200|\ell 0) \times \\
& (2\ell, 1, m-1/2|\ell', m'+1/2) - (2\ell 00|\ell'0)(\ell'2, m'+1/2, -1|\ell m-1/2) \} + \\
& + (3/8)^{1/2} (\ell'1/2, m'+1/2, -1/2|j'm')(\ell'1/2, m+1/2, -1/2|jm) [(\ell+m+3/2)^{1/2} (\ell-m-1/2)^{1/2} \times \\
& \{ (2\ell 00|\ell'0)(\ell'2, m+1/2, 1|\ell, m+3/2) - (\ell'200|\ell 0)(2\ell, -1, m+3/2|\ell', m'+1/2) \} \} + \\
& + (\ell-m+1/2)^{1/2} (\ell+m+1/2)^{1/2} \{ (\ell'200|\ell 0)(2\ell 1, m-1/2|\ell', m'+1/2) - \\
& - (2\ell 00|\ell'0)(\ell'2, m'+1/2, -1|\ell, m-1/2) \} \}
\end{aligned}$$

(10)

$$\begin{aligned}
\langle \psi_{n\ell'j'}^{m'} | W_3^0 | \psi_{n\ell j}^m \rangle &= (3/2)^{1/2} [(\ell'1/2, m-1/2, 1/2|j'm')(\ell'1/2, m+1/2, -1/2|jm) \times \\
& \times \{ (2\ell 00|\ell'0)(\ell'2, m'-1/2, 1|\ell, m+1/2) - (\ell'200|\ell 0)(2\ell, -1, m+1/2|\ell', m'-1/2) \} - \\
& - (\ell'1/2, m+1/2, -1/2|j'm')(\ell'1/2, m-1/2, 1/2|jm) \{ (\ell'200|\ell 0) \times \\
& (2\ell 1, m-1/2|\ell', m'+1/2) - (2\ell 00|\ell'0)(\ell'2, m+1/2, -1|\ell, m-1/2) \} \} .
\end{aligned}$$

(11)

Матричные элементы (9), (10) и (11) отличны от нуля при $m=m'$.

Радиальные части матричных элементов операторов W_1 , W_2 и W_3 могут быть рассчитаны численно.

Расчеты были произведены для ядра Nd^{143} (см. ^{1/1}) с использованием прежних базисных функций. Поскольку спин-орбитальное взаимодействие дает наибольший вклад в компоненты с большими угловыми моментами, ограничимся рассмотрением верхней части системы нейтронных уровней. Для определенности рассмотрим положительные деформации ($\beta = 1,59\alpha > 0$).

Результаты вычислений приведены в таблицах I, II и III.

В таблице I представлен анализ влияния взаимодействия $\tilde{V}_{s.o.}(\beta)$ на четные состояния при двух значениях деформации $\alpha = 0,15$ и $\alpha = 0,20$. В первом столбце указаны состояния сферического ядра, в которые переходят рассматриваемые в данном случае состояния при $\alpha \rightarrow 0$. Во втором столбце даны значения проекции m , в третьем - энергии E^0 состояний, вычисленные в предположении, что $\tilde{V}_{s.o.}(\beta) \equiv 0$. В четвертом, пятом и шестом - значения энергий состояний, вычисленные с учетом только W_1 , только W_2 и только W_3 - членов в (7), соответственно. В седьмом даны значения энергий, полученные с учетом суммарного вклада $W_1 + W_2 + W_3$, а в восьмом $\Delta E = E^0 - E$ - полная поправка, обусловленная взаимодействием $\tilde{V}_{s.o.}(\beta)$. Аналогичные результаты для нечетных состояний представлены в таблице II.

Из таблиц I и II видно, что поправка действительно является наибольшей для состояний, имеющих компоненты с большим j . В среднем она увеличивается с ростом деформации α . В большей части случаев члены W_1 , W_2 , W_3 дают сравнимый вклад, хотя иногда бывают и отклонения от этой тенденции.

Заметим, что анализ влияния взаимодействия $\tilde{V}_{s.o.}$ для легких ядер ^{2/2} свидетельствует о важном вкладе члена W_2 .

Отсутствие такого эффекта в рассматриваемом случае обусловлено, в основном, наличием в члене W_2 фактора $1/\gamma^2$, который при переходе к тяжелым ядрам заметно уменьшается.

Вообще говоря, эффект, обусловленный взаимодействием $\tilde{V}_{s.o.}$, невелик. Максимальное значение ΔE составляет $\approx 0,5 - 0,7$ Мэв.

Однако для разных состояний значение ΔE разное. Поэтому в спектроскопических задачах учет этого эффекта может оказаться важным.

Рассмотрим теперь влияние $\tilde{V}_{s.o.}$ на коэффициенты смешивания $a_{n\ell j}^m$ (см. (1)). В таблице III приведены квадраты коэффициентов смешивания $a_{n\ell j}^m$ для нечетных состояний ядра Nd^{143} , которые при $\alpha \rightarrow 0$ пере-

ходят в состояние $1h_{1/2}$ сферически-симметричного ядра. В первом столбце таблицы III даны значения m , а в остальных столбцах - коэффициенты $(a_{nl}^m)^2$, соответствующие вкладу различных базисных состояний сферического ядра. В верхней строке помещены значения a^2 , вычисленные без учета $V_{n,l}$ - взаимодействия, а в нижней - с учетом этого взаимодействия. Из таблицы III видно, что коэффициенты a^2 , соответствующие компонентам, дающим главный вклад, при включении $V_{n,l}$ - взаимодействия изменяются очень мало. Наборот, вклад малых компонент изменяется сильно. Следовательно, учет $V_{n,l}$ - взаимодействия будет существенно влиять на результаты вычисления таких переходов, которые зависят от величины малых компонент.

Л и т е р а т у р а:

1. Ф.А.Гареев, С.П.Иванова, Б.Н.Калинкин. Препринт ОИЯИ, Р4-2976, Дубна, 1986.
2. V. A. Sierapov, P. E. Nemlova, N. D. Piva, 49, 90, 1983.

Рукопись поступила в издательский отдел
15 мая 1987 года.

ТАБЛИЦА I.

Состояния	m	$\alpha = 0,15$						$\alpha = 0,20$					
		E^0	$E^0 + W_1$	$E^0 + W_2$	$E^0 + W_3$	$E^0 + \sum_{i=1}^3 W_i$	$\Delta E = E^0 - E$	E^0	$E^0 + W_1$	$E^0 + W_2$	$E^0 + W_3$	$E^0 + \sum_{i=1}^3 W_i$	$\Delta E = E^0 - E$
$1i13/2$	1/2	- 5,807	- 5,565	- 5,729	- 5,969	- 5,656	- 0,151	- 6,776	- 6,475	- 6,677	- 7,013	- 6,625	- 0,151
3s		- 9,710	- 9,634	- 9,680	- 9,790	- 9,697	- 0,013	- 8,822	- 8,739	- 8,782	- 8,923	- 8,815	- 0,007
2d 3/2		-12,958	-13,041	-12,958	-12,933	-13,007	+ 0,049	-12,970	-13,108	-12,968	-12,945	-13,063	+ 0,093
2d 5/2		-16,692	-16,718	-16,593	-16,747	-16,706	+ 0,014	-17,363	-17,502	-17,230	-17,406	-17,470	+ 0,107
1g 7/2		-17,675	-18,148	-17,674	-17,535	-17,995	+ 0,320	-18,621	-19,150	-18,625	-18,442	-18,951	+ 0,330
1g 9/2		-20,624	-20,212	-20,570	-20,567	-20,089	- 0,535	-21,208	-20,624	-21,132	-21,122	-20,443	- 0,765
$1i13/2$	3/2	- 5,441	- 5,219	- 5,379	- 5,582	- 5,304	- 0,137	- 6,331	- 6,056	- 6,250	- 6,540	- 6,192	- 0,139
2d 3/2		- 9,717	- 9,589	- 9,727	- 9,714	- 9,602	- 0,115	- 8,812	- 8,666	- 8,824	- 8,804	- 8,680	- 0,132
2d 5/2		-14,809	-14,754	-14,748	-14,887	-14,793	- 0,016	-15,056	-15,010	-14,958	-15,169	-15,052	- 0,004
1g 7/2		-16,376	-16,781	-16,407	-16,281	-16,699	+ 0,323	-16,866	-17,407	-16,919	-16,717	-17,285	+ 0,419
1g 9/2		-20,211	-19,874	-20,181	-20,160	-19,792	- 0,412	-20,694	-20,207	-20,658	-20,614	-20,094	- 0,600
$1i13/2$	5/2	- 4,700	- 4,520	- 4,673	- 4,802	- 4,598	- 0,102	- 5,427	- 5,204	- 5,391	- 5,577	- 5,325	- 0,102
2d 5/2		-11,899	-11,976	-11,936	-11,861	-12,006	+ 0,107	-11,230	-11,330	-11,274	-11,166	-11,354	+ 0,124
1g 7/2		-14,623	-14,663	-14,622	-14,654	-14,667	+ 0,044	-14,528	-14,623	-14,519	-14,577	-14,621	+ 0,093
1g 9/2		-19,333	-19,155	-19,344	-19,294	-19,130	- 0,203	-19,585	-19,306	-19,609	-19,519	-19,274	- 0,311
$1i13/2$	7/2	- 3,573	- 3,468	- 3,591	- 3,627	- 3,543	- 0,030	- 4,025	- 3,888	- 4,049	- 4,102	- 3,994	- 0,031
1g 7/2		-12,323	-11,923	-12,373	-12,326	-11,977	- 0,346	-11,377	-10,897	-11,436	-11,383	-10,960	- 0,417
1g 9/2		-17,870	-17,926	-17,923	-17,850	-17,964	+ 0,094	-17,661	-17,693	-17,746	-17,626	-17,749	+ 0,088
$1i13/2$	9/2	- 2,036	- 2,057	- 2,106	- 2,048	- 2,141	+ 0,105	- 2,05	- 2,060	- 2,146	- 2,064	- 2,172	+ 0,122
1g 9/2		-15,624	-15,996	-15,714	-15,620	-16,083	+ 0,459	-14,567	-15,016	-14,694	-14,558	-15,138	+ 0,571
$1i13/2$	11/2	- 0,070	- 0,295	- 0,176	- 0,059	- 0,388	+ 0,318						

