ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р4 - 3209

Т.Г. Ефименко, В.П. Жигунов, Б.Н. Захарьев

К ВОПРОСУ О ТОЖДЕСТВЕННОСТИ ЧАСТИЦ В ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1967.

Р4 - 3209

Т.Г. Ефименко, В.П. Жигунов, Б.Н. Захарьев

К ВОПРОСУ О ТОЖДЕСТВЕННОСТИ ЧАСТИЦ В ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ

1. Введение

В квантовой теории рассеяния хорошо известна проблема учета тождественности налетающих частиц и частиц, входящих в состав мишени. Последнее время эта проблема привлекает особое внимание в связи с успехами теории сильной связи каналов в атомной и ядерной физике (см. ссылки на литературу в /1/).

Рассмотрим рассеяние одной частицы мишенью, в состав которой входит A частиц, тождественных падающей. Пусть энергия падающей частицы недостаточна для расщепления мишени.

Волновая функция Ψ всей системы $A+1$ частиц может быть разложена по полному набору функций ϕ, соответствующих различным состояниям мишени[x]:

$$\Psi = \sum_{a} \psi_{a}(1)\phi_{a}(A). \tag{1}$$

Здесь коэффициенты ψ_a являются функциями координат налетающей частицы. С помощью стандартной процедуры получаем для ψ_a систему дифференциальных уравнений.

Функция Ψ антисимметрична относительно перестановки частиц (нуклонов или электронов). Разложение (1) не имеет явно антисимметричного вида, поэтому на ψ_a должны быть наложены граничные условия, обеспечивающие требуемые свойства для всей суммы в (1). Интегральная часть разложения (1)

---

[x] Под суммой в (1) следует понимать суммирование по дискретному и интегрирование по непрерывному спектрам частиц.

соответствует как закрытым (возбуждения виртуальных состояний мишени), так и открытым каналам, когда частица 1 находится в связанном состоянии в мишени, а одна из A частиц рассеивается. Поэтому интеграл по a в (1) не может быть отброшен ни в каком разумном приближении.

Все сказанное делает разложение (1) практически непригодным для конкретных вычислений.

Можно разлагать Ψ в почленно-антисимметризованный ряд:

$$\Psi = \sum_{a} \hat{S}\{F_a \phi_a\}, \tag{2}$$

где $\hat{S}$ – антисимметризующий оператор.

Преимущество (2) состоит в том, что асимптотика открытых каналов полностью содержится в дискретной части разложения[x)]. Это позволяет с определенной точностью пренебречь в (2) непрерывным спектром ϕ_a. Однако при этом для F_a получается система уравнений, в которой искомые функции входят под знак интеграла. Решение таких систем требует либо использования медленно сходящейся итерационной процедуры, либо разработанного Друкаревым и Мариоттом[/4/] безитерационного метода, также весьма громоздкого. Например, при решении задачи о рассеянии электрона на атоме водорода с учетом n каналов требуется решить $\approx 2n^2$ раз систему n дифференциальных уравнений второго порядка.

Левин[/2/] предлагает использовать разложение типа (1), но не для Ψ, а для $\Psi - \sum_{n=1}^{A} (-1)^{A+n} \Phi_k(n)$, где $\Phi_k(n)$ представляет собой нормированное должным образом произведение волновой функции мишени, находящейся в основном состоянии ($\phi_0(A)$), на плоскую волну, описывающую свободное движение n-ой частицы относительно мишени. Однако такой метод страдает теми же недостатками, что и разложение Ψ согласно (1).

---

x) Левин в своей работе[/2/] пишет, что состояния непрерывного спектра также дают вклад в асимптотику открытых каналов. В действительности[/3/], используя неоднозначность определения F_a в (2), можно выбрать F_a не имеющими полюсной зависимости от a, и в этом случае непосредственный вклад интегральной части (2) в асимптотику открытых каналов равен нулю.

Данная работа посвящена развитию идеи Левина и работы И. Амирханова, В.П. Жигунова, Б.Н. Захарьева[5]. Предлагается более радикальная, чем у Левина, процедура вычитания из Ψ вспомогательной функции Φ, такой, чтобы асимптотика функции $\Psi - \Phi$ содержала лишь одну падающую и рассеянную частицу. Так как асимптотика Ψ известна нам с точностью до парциальных амплитуд q_i, то можно задать аналитический вид Φ с искомыми q_i в качестве параметров.

Схематически можно сопоставить Ψ рис. 1а, где стрелки, направленные внутрь области взаимодействия, обозначенной кружком, и расходящиеся из нее, соответствуют асимптотике падающих на мишень и рассеянных частиц (всего $A+1$ частица). Тогда разности[2] $\Psi - \sum_{n=1}^{A} (-1)^{A+n} \Phi_k(n)$ будет соответствовать рис. 1б, а функции $\Psi - \Phi$ – рис. 1с. Конкретному выбору Φ посвящен второй раздел данной работы.

В разложении типа (1) для $\Psi - \Phi$:

$$\Psi - \Phi = \sum_{a} \chi_a(1)\phi_a(A) \tag{3}$$

открытым каналам соответствуют лишь дискретные значения a. Для коэффициентных функций χ в (3) просто написать граничные условия и система уравнений (17) для них того же порядка трудности, что и системы, получающиеся в задаче без учета тождественности частиц.

Поскольку мы выбираем Φ такой, что при $r_{n \neq 1} \to \infty$ функция $\Phi \to \Psi$, во вспомогательную функцию Φ входят неизвестные значения амплитуд рассеяния q. Это приводит к тому, что неоднородные члены в уравнении (15) для $\Psi - \Phi$ и системе уравнений (17) для χ оказываются зависящими от искомых q. Решить систему (17) можно следующим образом. Запишем (17) для простоты рассуждений в символической матричной форме, явно выделяя члены с q:

$$L\chi = \sum_{i} q_i M_i + \mathcal{N} \tag{4}$$

Общее решение (4) может быть записано в виде суммы общего решения однородной системы:

$$L\chi_0 = 0 \tag{5}$$

и частичного решения (4). Систему (5) можно просто численно решить на ЭВМ, так как в (5) не входят неизвестные q_i. Частное решение (4) имеет вид $\sum_i q_i \chi^i + \chi^N$, где $\chi^N; \chi^i$ – частные решения неоднородных систем с коэффициентами, также не зависящими от q_i:

$$L\chi^i = M_i; \quad L\chi^N = N \tag{6}$$

В этом просто убедиться, подставляя $\sum_i q_i \chi^i + \chi^N$ в (4).

Из асимптотического вида решения системы (17) мы можем представить искомые амплитуды q_i в виде известных линейных функций от самих же q_i. Эти соотношения можно рассматривать как алгебраические уравнения для q_i. Уравнения эти просто решаются.

Определенный произвол в выборе Φ ни в какой степени не влияет на однозначность искомого решения Ψ (и амплиутд q_i). Нужно подчеркнуть, что функции Φ не следует придавать строгий физический смысл; просто знание $\Psi - \Phi$ эквивалентно знанию $\Psi \equiv \Phi + (\Psi - \Phi)$, так как Φ нам известна.

Таким образом, метод усеченных асимптотик сводит задачу об учете тождественности частиц к решению системы (17) дифференциальных и системы (24) алгебраических уравнений, что значительно проще решения системы интегро-дифференциальных уравнений [4]. Развитие этого метода в применении к реакциям с перераспределением частиц будет дано в следующей работе.

В разделе 3 выводится неоднородная система (17) дифференциальных уравнений для коэффициентов χ разложения (3) $\Psi - \Phi$. В разделе 4 дается явный вид системы алгебраических уравнений для q_i.

2. Уравнения для вспомогательных функций Φ

Мы ограничимся рассмотрением реакций без перераспределения частиц. Кроме того, для простоты изложения будем предполагать, что взаимодействия в системе таковы, что волновая функция представляет собой произведение спиновой ее части на координатную. Считая, что спиновая функция системы задана, будем дальше рассматривать только координатную часть, удовлетворяющую уравнению Шредингера:

$$(H-E)\Psi(A+1)=0, \qquad (7)$$

где $H=T_i+V_i+h_i$, T_i – оператор кинетической энергии i -ой частицы, V_i – потенциал ее взаимодействия с остальными A частицами, h_i – гамильтониан системы остальных A частиц. Граничные условия на Ψ выберем в виде:

$$\Psi(A+1)\underset{r_i\to\infty}{\rightarrow} p_{1i}\{\phi_0(A)e^{i\bar{k}_0\bar{r}_i}+\sum_a\phi_a(A)Q_a(\Omega_i)\frac{e^{ik_a r_i}}{r_i}\}. \qquad (8)$$

Здесь Q_a – амплитуда рассеяния, множитель $p_{1i}=\pm1$ определяется свойствами симметрии Ψ (относительно перестановки координат частиц 1 и i), соответствующими определенной схеме Юнга, ϕ_a – собственные функции гамильтониана h_i . Суммирование в (8) ведется только по открытым каналам. Ω_i -угловые переменные векторы $\vec{r}_i$.

Введем вспомогательную функцию Φ , всюду конечную и обладающую следующими асимптотическими свойствами:

$$\Phi \underset{\vec{r}_i\to\infty}{\rightarrow} \begin{cases} \Psi(A+1) & \text{при} \quad i\neq 1, \\ 0 & \text{при} \quad i=1 \end{cases} \qquad (9)$$

Определим $\Phi=\sum\limits_{a,i\neq1}\Phi_a^i$, где Φ решения уравнений[x)]:

$$(T_i+h_i-E)\,\Phi_a^i=I_a^i \qquad (i\neq1) \qquad (10)$$

с источниками I_a^i , которые нужно взять такими, чтобы обеспечить выполнение (9). Выберем I_a^i и Φ_a^i в факторизованном виде:

$$\left.\begin{aligned}\Phi_a^i&=\phi_a(A)\,F_a^i(\vec{r}_i)\\ I_a^i&=\phi_a(A)\,S_a^i(\vec{r}_i)\end{aligned}\right\}\quad (i\neq1). \qquad (11)$$

Разложим F_a^i и S_a^i по шаровым гармоникам

---

x) Для каждого открытого канала и каждой из A частиц (кроме первой) отдельное уравнение.

$$F_{\alpha}^{i} = \sum_{\lambda\mu} \frac{f_{\lambda\mu}^{\alpha}(r_i)}{r_i} Y_{\lambda\mu}(\Omega_i)$$

$$S_{\alpha}^{i} = \sum_{\lambda\mu} \frac{C_{\lambda\mu}^{\alpha i} S_{\lambda\mu}^{\alpha i}(r_i)}{r_i} Y_{\lambda\mu}(\Omega_i) \qquad (i \neq 1) \tag{12}$$

Подставляя (11) и (12) в (10) и решая полученные уравнения (см. приложение к работе И.В. Амирханова, В.П. Жигунова и Б.Н. Захарьева. Препринт ОИЯИ Р4-2983, Дубна 1966), находим:

$$\begin{aligned} f_{\lambda\mu}^{\alpha i} = {} & C_{\lambda\mu}^{\alpha i} g_{\lambda}^{(2)\alpha i}(k_\alpha r_i) \int_0^{r_i} g_{\lambda}^{(1)}(k_\alpha r_i') S_{\lambda\mu}^{\alpha i}(r_i') \, dr_i' + \\ & + C_{\lambda\mu}^{\alpha i} g_{\lambda}^{(1)}(k_\alpha r_i) \int_{r_i}^{\infty} g_{\lambda}^{(2)}(k_\alpha r_i') S_{\lambda\mu}^{\alpha i}(r_i') \, dr_i' + \\ & + \frac{1}{k_\alpha} \left[\delta_{\alpha 0} - i C_{\lambda\mu}^{\alpha i} \gamma_{\lambda\mu}^{\alpha i} \right] g_{\lambda\mu}^{(1)}(k_\alpha r_i) . \end{aligned} \tag{13}$$

где

$$\gamma_{\lambda\mu}^{\alpha i} = \int_0^{\infty} g_{\lambda}^{(1)}(k_\alpha r_i) S_{\lambda\mu}^{\alpha i} \, dr_i' \ ; \quad g_{\lambda}^{(1)} = k_\alpha r_i \, j_\ell(k_\alpha r_i) ; \quad g_{\lambda}^{(2)} = r_i \, n_\lambda(k_\alpha r_i)$$

j_ℓ ; n_ℓ - сферические функции Бесселя и Неймана.

Если выбрать $S_{\lambda\mu}^{\alpha i}$ в виде δ - функции, мы получим явный вид Φ . Согласно (13), (9), парциальные амплитуды рассеяния просто связаны с введенными c и γ :

$$q_{\lambda^0 \mu^0 \lambda\mu}^{i\alpha_0 \alpha} = -\frac{1}{k_\alpha} C_{\lambda\mu}^{\alpha i} \gamma_{\lambda}^{i\alpha} . \tag{14}$$

Определенная таким образом Φ удовлетворяет нужным асимптотическим условиям.

Подчеркнем, что уравнения для Φ специально выбраны так, чтобы решать их было очень просто.

3. Система неоднородных дифференциальных уравнений

Функция $\Psi - \Phi$, согласно (7) и (9), удовлетворяет уравнению:

$$(H-E)(\Psi-\Phi) = -\sum_{\alpha}\sum_{i=2}^{i=A+1} p_{1i}(V_i \Phi^i_\alpha + I^i_\alpha) \qquad (15)$$

с граничными условиями:

$$(\Psi-\Phi)_{r_1\to\infty} \to \phi_0(A)e^{ik_0r_1} + \sum_\alpha \phi_\alpha(A)Q(\Omega)\frac{e^{ik_\alpha r_1}}{r_1} \qquad (16)$$

$$(\Psi-\Phi)_{r_{i\neq 1}\to\infty} \to 0$$

Воспользуемся разложением (3), отделим угловые переменные в $\chi_\beta(r_1) = \sum_{\ell_1 m_1} \frac{\chi_\beta^{\ell_1 m_1}(r_1)}{r_1} Y_{\ell_1 m_1}(\Omega_1)$ и запишем систему неоднородных уравнений для парциальных функций $\chi_\beta^{\ell_1 m_1}(r_1)$;

$$\left(-\frac{1}{2m}\frac{d^2}{dr_1^2} + \frac{\ell_1(\ell_1+1)}{2m_1 r_1^2} + \epsilon_\beta - E\right)\chi_\beta^{\ell_1 m_1}(r_1) + \sum_{\beta' \ell'_1 m'_1} K_{\beta\beta'}^{\ell_1 m_1 \ell'_1 m'_1}(r_1)\chi_{\beta'}^{\ell'_1 m'_1}(r_1) = J_\beta^{\ell_1 m_1}(r_1) \qquad (17)$$

с граничными условиями, соответствующими (16). Коэффициенты K и источники J определяются формулами:

$$K_{\beta\beta'}^{\ell_1 m_1 \ell'_1 m'_1}(r_1) = \int d\Omega_1 Y^*_{\ell_1 m_1}(R\Omega_1)Y_{\ell'_1 m'_1}(\Omega_1)\int \phi^*_\beta(A)V_1\phi_\beta(A)\,dr_A \qquad (18)$$

$$J_\beta^{\ell_1 m_1} = r_1\int d\Omega_1 Y^*_{\ell_1 m_1}(\Omega_1)\int\phi^*_\beta \sum_{\alpha i\neq 1} p_{1i}(V_i\Phi^i_\alpha + I^i_\alpha)\,dr_A =$$

$$= p_{12} A r_1 \int d\Omega_1 Y^*_{\ell_1 m_1}(\Omega_1)\int \phi^*_\beta \sum_\alpha (V_2\Phi^2_\alpha + I^2_\alpha)\,dr_A . \qquad (19)$$

Второе равенство в (19) объясняется тем, что все члены суммы по i в (19) дают одинаковый вклад в источник $J_\beta^{\ell_1 m_1}$.

С помощью стандартной процедуры /3/ можно перейти в представление полного момента $\vec{J} = \vec{\ell}_1 + \vec{L}$, где L – полный момент мишени. В дальнейшем мы будем работать в этом представлении.

4. Система линейных алгебраических уравнений для парциальных амплитуд рассеяния q.

Из соотношений (11) - (14) и (19) видно, что источники в системе неоднородных дифференциальных уравнений линейно зависят от искомых амплитуд $q^{JM}_{\alpha^0 L^0 \lambda^0 \alpha L \lambda}$. Запишем источник $J^{JM}_{\beta L \ell}$ в виде[x)] (см. (4)):

$$J^{JM}_{\beta L \ell}(r_1) = \sum_{\alpha_1 \bar{L}_1 + \bar{\lambda}_1 = \bar{J}} q^{JM}_{\alpha^0 L^0 \lambda^0 \alpha L \lambda} B^{JM}_{\beta L \ell \alpha L_1 \lambda_1}(r_1) + D^{JM}_{\beta L \ell}(r_1) \qquad (20)$$

где B и D - известные функции, $\alpha^0 L^0 \lambda^0$ - характеризуют входной канал. Общее решение $\chi^{JM}_{\beta L \ell}(r_1)$ системы неоднородных уравнений будем искать в виде:

$$\chi^{JM}_{\beta L \ell}(r_1) = \sum_i C^i (\chi^0_i)^{JM}_{\beta L \ell} + \sum_{\alpha L' \lambda} q^{JM}_{\alpha^0 L^0 \lambda^0 \alpha L \lambda} (\chi^B)^{JM}_{\beta L \ell; \alpha L' \lambda} + (\chi^D)^{JM}_{\beta L \ell}, \qquad (21)$$

где $(\chi^0)^{JM}_{\beta L \ell}$ - i - е линейно-независимое решение соответствующей системы однородных дифференциальных уравнений $(\chi^B)^{JM}_{\beta L \ell; \alpha L' \lambda}$ - частное решение системы уравнений:

$$\left(-\frac{1}{2m}\frac{d^2}{dr_1^2} + \frac{\ell_1(\ell_1+1)}{2mr_1^2} + \epsilon_{\beta L} - E\right)(\chi^B)^{JM}_{\beta L \ell; \alpha L' \lambda} + \\ + \sum_{\beta_1 L_1 \ell_1} K^{JM}_{\beta L \ell; \beta_1 L_1 \ell_1} (\chi^B)^{JM}_{\beta_1 L_1 \ell_1; \alpha L' \lambda} = B^{JM}_{\beta L \ell; \alpha L' \lambda} \qquad (22)$$

$(\chi^D)^{JM}_{\beta L \ell}$ - частное решение системы, получающейся из (22) заменой в правых частях B на D .

Решения (21) для конкретной физической задачи должны удовлетворять условиям: $\chi(r=0)=0$ и

$$\lim \chi_{\beta} = \begin{cases} \dfrac{1}{k_{\beta^0}} \sin\left(K_{\beta^0} r_1 - \dfrac{\ell^0 \pi}{2}\right) \delta_{\beta^0 \beta} \delta_{L^0 L} + & \text{для открытых каналов} \\ + q^{JM}_{\beta^0 L^0 \ell^0; \beta L \ell} \, e^{i(k_\beta r_1 - \frac{\ell \pi}{2})} & \\ 0 & \text{для закрытых каналов} \end{cases} \qquad (23)$$

Вспомогательные решения χ^0_i, χ^B, χ^D получаем численным интегрированием на ЭВМ соответствующих систем дифференциальных уравнений.

Константы C_i в (21) определяются граничными условиями на χ. В силу тождественности частиц парциальные амплитуды q, входящие в выражение (19) для источника и в (21), могут отличаться от амплитуд q рассеяния первой частицы в (23) лишь множителем ± 1, определяемым соответствующей схемой Юнга.

При больших r_i коэффициент при расходящейся волне в χ_i, согласно (21) представляет собой линейную функцию от парциальных амплитуд $M_i + \sum_j N_{ij} q_j$, где M и N известны. Поскольку множитель при расходящейся волне во входном канале равен $(\frac{1}{2ik_0} + q_0)$, а во всех остальных открытых каналах q_i, то мы получаем простую систему линейных неоднородных уравнений для искомых амплитуд q_i:

$$\frac{1}{2ik_0} + q_0 = p_{ii} \sum N_{0j} q_j + M_0 \tag{24}$$

$$q_i = p_{ii} \sum N_{ij} q_j + M_i .$$

Для вычисления амплитуд, соответствующих другой симметрии системы, не нужно снова решать дифференциальные уравнения. Используя те же χ_i^0, χ^B, χ^D, получаем другую систему алгебраических уравнений.

З а к л ю ч е н и е

Важным вопросом теорий, использующих технику многоканальной связи, является корректность процедуры обрыва остаточных членов в разложениях (1), (2), (3). Исследованию сходимости разложения (1) посвящены работы /6/.

Методы, развитые в /6/, могут быть использованы для изучения сходимости в разложении (3) для $\Psi - \Phi$. Существенным оказывается то, что аналитический вид Φ нам известен. Мы предполагаем посвятить вопросу сходимости разложений в методе усеченных асимптотик специальную работу.

Чтобы характеризовать выигрыш в затратах труда при счете по методу, предложенному в данной работе по сравнению с методом Мариотта /4/, отметим, что при описании рассеяния электронов на атоме водорода с учетом n каналов по методу /4/ требуется решить $2\,(n^2 + n - 1)$ систем n -дифференциальных уравнений. По методу усеченных асимптотик нужно решить $n + 2m + 1$ систем дифференциальных уравнений (m - число открытых каналов) и простую систему (24) алгебраических уравнений. С целью проверки метода мы провели расчеты для задачи рассеяния e^- на H с учетом двух каналов, соответствующих 1s и 2s уровням H .

Выражаем благодарность С.И. Гришановой, которую мы считаем соавтором данной работы, а также И.В. Амирханову, О. Лхагва, М.Б. Шефтелю, Л.Г. Заставенко, Б.Н. Калинкину, И.Н. Михайлову, И.Ж. Петкову за полезные дискуссии и интерес к работе.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство отсутствия полюсов в коэффициентах интегральной части разложения $\Psi - \Phi$

Во введении отмечалось, что интегральная часть разложения (1) соответствует не только виртуальным возбуждениям мишени, но и реальным процессам обмена. Этому соответствует полюс в коэффициенте разложения ψ_α (как функции от α).

Покажем на примере упругого рассеяния электрона на атоме водорода, что в методе усеченных асимптотик, предложенном в данной работе, коэффициенты в (3) разложения $\Psi - \Phi$ не содержат особенностей по α .

Согласно работам [3], разложение функции Ψ , соответствующее (1), имеет вид:

$$\Psi(\bar{r}_1 \bar{r}_2) = \sum_{\ell m} \{ \sum_n \psi_{n\ell m}(\bar{r}_1)\phi_{n\ell m}(\bar{r}_2) + \int dk\, \psi_{k\ell m}(\bar{r}_1)\phi_{k\ell m}(\bar{r}_2) \}, \qquad (\text{П}.1)$$

где $\phi_{n\ell m}$ - кулоновские функции, а для $\psi_{k\ell m}$ справедлива формула;

$$\psi_{k\ell m}(\bar{r}_1) = \frac{A_{k\ell m;100}\phi_{100}(\bar{r}_1)}{\frac{1}{2}(k_1^2 - k^2)} + B_{k\ell m}(\bar{r}_1) \qquad (\text{П}.2)$$

здесь

$$A_{k\ell m;100} \equiv \langle \phi_{k\ell m}\phi_{100} | V_{12} | \Psi \rangle ; \; k = \sqrt{2(E - \epsilon_1)},$$

ϵ_1 - энергия связи основного состояния атома водорода, A и B - являются гладкими функциями k . Полюс в первом слагаемом в правой части (П.2) при

$k=k_0$ обуславливает вклад интегрального члена в (П.1) в обменное рассеяние:

$$\Psi(\bar{r}_1\bar{r}_2)\underset{r_1\to\infty}{\to}\phi_1(\bar{r}_2)\,g(\Omega_1)\frac{e^{ik_1r_1}}{r_1},$$

где

$$g(\Omega_1)=-\frac{(2\pi)^{1/2}}{k_1}\sum_{\ell m}Y_{\ell m}(\Omega_1)A_{k\ell m,100}e^{i\eta_\ell(k_1)}\quad,\tag{П.3}$$

а $\eta_\ell(k_1)$ – кулоновские фазы.

Перейдем теперь к уравнению для $\Psi-\Phi=X$

$$(T_1+T_2+V_1+V_2+V_{12}-E)X=-(V_1+V_{12})\,\Phi\;-I(r_1r_2)\tag{П.4}$$

где $X\underset{r_1\to\infty}{\to}\Psi$ и $X\underset{r_2\to\infty}{\to}0$. Разложение (3) для X имеет вид:

$$X=\sum_\gamma\chi_\gamma(\bar{r}_1)\phi_\gamma(\bar{r}_2)=\sum_{\gamma\gamma'}a_{\gamma\gamma'}\phi_{\gamma'}(\bar{r}_1)\phi_\gamma(\bar{r}_2),\tag{П.5}$$

здесь $\gamma=n\ell m$ или $k\ell m$. Нам нужно исследовать зависимость $a_{\gamma\gamma'}$ от γ. Согласно (П.5) и (П.4), получаем:

$$(E+E_\gamma-E)a_{\gamma\gamma'}+<\phi_\gamma\phi_{\gamma'}|V_{12}|X\equiv\Psi-\Phi>=\tag{П.6}$$

$$=-[<\phi_\gamma\phi_{\gamma'}|V_1+V_{12}|\Phi>+<\phi_\gamma\phi_{\gamma'}|I>].$$

Преобразуем это уравнение:

$$(E_\gamma+E_{\gamma'}-E)a_{\gamma\gamma'}+<\phi_\gamma\phi_{\gamma'}|V_{12}|\Psi>=$$

$$=-[<\phi_\gamma\phi_{\gamma'}|V_1|\Phi>+<\phi_\gamma\phi_{\gamma'}|I>].\tag{П.6^1}$$

Чтобы $a_{\gamma\gamma'}$ не имела особенности при $E=E_{\gamma=k_1\ell m}+E_{\gamma'=100}$, правая часть (П.6^1) должна в этой точке сокращаться со вторым членом в левой части (П.6^1). Согласно (П.2), (П.3) $<\phi_{k\ell m}\phi_{100}|V_{12}|\Psi>=A_{k_1\ell m,100}$, где A определяет парциальные амплитуды рассеяния.

Представим Φ в виде разложения:

$$\Phi(\bar{r}_1\bar{r}_2)=\phi(\bar{r}_1)\sum_{\gamma'}d_{100\gamma'}\phi_{\gamma'}(\bar{r}_2).\tag{П.7}$$

Для d, согласно (10) и (П.7), получаем уравнения:

$$(E_{100}+E_{\gamma'}-E)\,d_{100\gamma'}=\langle\phi_{100}\phi_{\gamma'}|V_1|\ \Phi\ \rangle+\langle\phi_{100}\phi_{\gamma'}|I\rangle. \qquad (\text{П.8})$$

Отсюда следует, что d имеет особенность:

$$d_{100\gamma'}=\frac{D_{100\gamma'}}{\frac{1}{2}(k_1^2-k^2)}+G_{100\gamma'}\ , \qquad (\text{П.9})$$

где D и G – гладкие функции от γ', а

$$D_{100\gamma'}=-[\langle\phi_{100}\ \phi_{\gamma'}|V_1|\quad\rangle+\langle\phi_{100}\ \phi_{\gamma'}|I\rangle]. \qquad (\text{П.10})$$

Аналогично [3] можно показать, что только полюсная часть d дает вклад в асимптотику Φ, а $D_{100\gamma}$ определяют соответствующие парциальные амплитуды. Но мы специально выбрали Φ так, чтобы $\Phi\to\Psi$. Следовательно, $D_{100k\ell m}=A_{100k\ell m}$ и

$$\langle\phi_{k\ell m}\ \phi_{100}|V_{12}|\Psi\rangle=-[\langle\phi_{k\ell m}\phi_{100}|V_1|\quad\rangle+ \\ +\langle\phi_{k\ell m}\ \phi_{100}|I\rangle], \qquad (\text{П.11})$$

а $a_{\gamma\gamma'}$ (согласно (П.6^{I})) и χ_γ не имеют особенности по γ.

Отсюда следует, что пренебрежение интегральной частью разложения (3) соответствует неучету лишь высших виртуальных возбуждений мишени.

Литература

1. R.H. Lemmer, Ядерные реакции Reports. on Pr. Phys. 39, 131 (1966) K. Smith. Резонансное рассеяние электронов атомными системами. Reports on Progr. in Phys. 39, 2, 373 (1966).
2. Levin F.S., Phys. Rev., 140, B1099 (1965), 149, N. 4, 1212 (1966).
3. Г.Ф. Друкарев. Теория столкновений электронов с атомами, стр. 77 и 82. Физматгиз, Москва, 1963 г.
4. R. Mariott, Proc. Phys. Soc. 72, N.463, 121 (1958).
5. И. Амирханов, В.П. Жигунов, Б.Н. Захарьев. Доклад на 17-ом совещании по ядерной спектроскопии в Харькове, 1967; Препринт ОИЯИ Р4-2983, Дубна 1966.

6. Б.Н. Захарьев, С.Н. Соколов. Ann.d.Phys. 15, 183 (1965).

Б.Н. Захарьев, Р.К. Калинаускас. Ann. der Phys. 16, 305 (1965).

И. Амирханов, Л.Г. Заставенко, Б.Н. Захарьев. Препринт ОИЯИ Р-2310, Дубна 1965.

Рукопись поступила в издательский отдел
9 марта 1967 г.

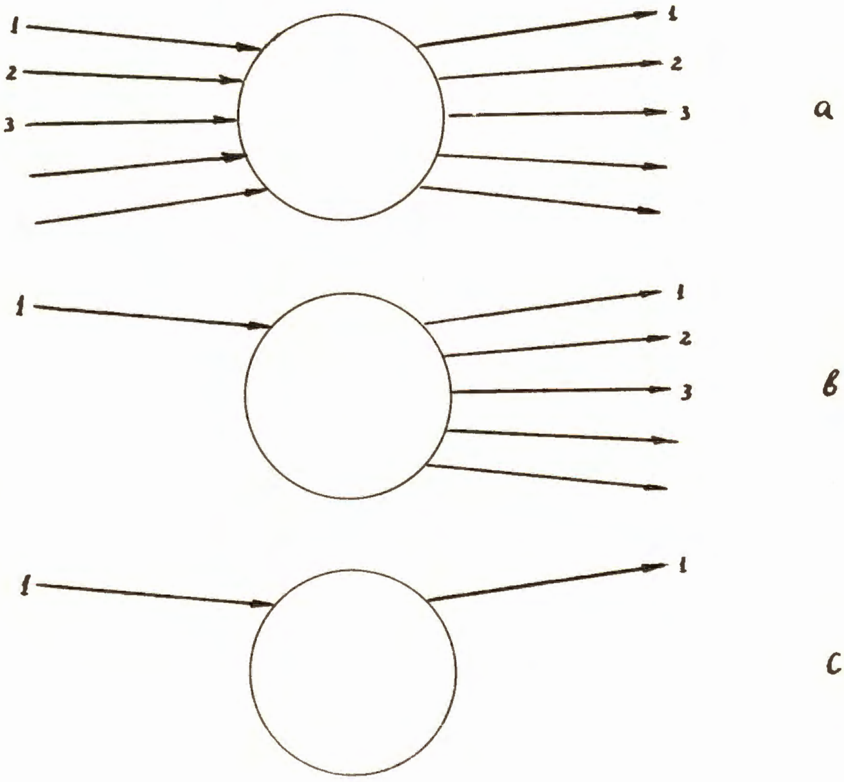

Рис. 1.