

с 3418
В-126

Nucl. Phys., 1967,

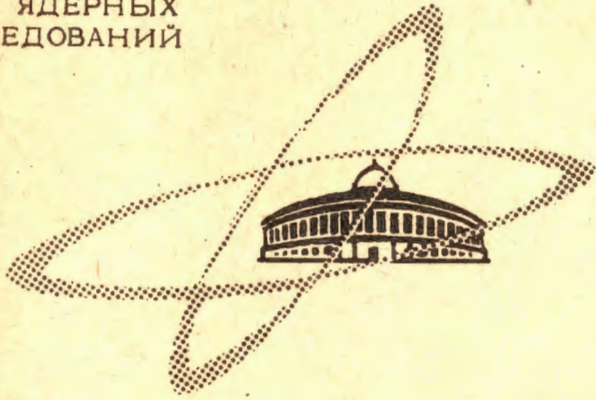
3/ XII-66

V. A. 98, N 1, p. 136-144

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P4 - 2981



ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Г.М. Ваградов, Ф.А. Гареев, Б.Н. Калинин

О кулоновском взаимодействии в ядрах

1966

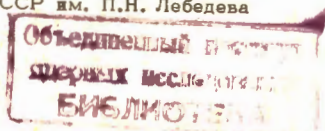
P4 - 2981

Г.М. Ваградов,^{*)} Ф.А. Гареев, Б.Н. Калинин

О кулоновском
взаимодействии в ядрах

4618/1 му.

х) Физический институт АН СССР им. П.Н. Лебедева



1. Введение

Как известно, оптический потенциал протонов не равен просто сумме нейтронного и кулоновского потенциалов, о чем можно заключить, например, по энергии деления протона. Поэтому при феноменологическом подходе одновременно с добавлением кулоновского поля протонный потенциал выбирается более глубоким, чем нейтронный^{/1/}. Обычно полагают, что эта разница обусловлена только межнуклонными ядерными силами, хотя это утверждение еще нельзя считать достаточно обоснованным. С другой стороны, всегда в явной или неявной форме предполагается, что ядерные силы ответственны за возникновение среднего ядерного поля, а учет кулоновского взаимодействия проводится независимо в приближении Хартри-Фока. В действительности же интерференция ядерных и кулоновских сил может изменить эффективное поле нуклонов, тем более что коррелятивное взаимодействие в ядре нельзя считать слабым.

В настоящей работе рассматривается вопрос о влиянии коррелятивных ядерных сил на кулоновское поле нуклонов в средних и тяжелых ядрах. При этом по кулоновскому взаимодействию, учитывая его дальнедействующий характер, можно ограничиться низшим приближением, а влияние ядерных сил учесть в рамках теории ферми-жидкости. Показано, что внутри ядра коррелятивные силы между нуклонами уменьшают эффективное кулоновское поле для протонов, но в то же время появляется кулоновская добавка к среднему полю нейтронов. Оказывается, что феноменологическая разница между протонным и нейтронным потенциалами в основном объясняется интерференцией ядерного и кулоновского взаимодействий.

2. Основные соотношения

В представлении вторичного квантования запишем полный гамильтониан системы нуклонов в виде суммы:

$$H = H_N + H'_Q . \quad (1)$$

Здесь H_N - гамильтониан свободного движения нуклонов и их ядерного взаимодействия, H'_Q - гамильтониан кулоновского взаимодействия протонов:

$$H'_Q = \frac{1}{2} \int dx dx' \bar{\Psi}_p(x) \bar{\Psi}_p(x') v_Q(xx') \Psi_p(x') \Psi_p(x), \quad (2)$$

где x обозначает совокупность пространственных (\vec{r}) и спиновых (σ) координат нуклонов, $\bar{\Psi}_p(x)$ и $\Psi_p(x)$ - операторы рождения и уничтожения протонов $\int dx = \sum_{\sigma} \int d\vec{r}$,

$$v_Q(xx') = e^2 / |\vec{r} - \vec{r}'|.$$

Предположим теперь, что нам известна функция $|0\rangle$ основного состояния гамильтониана H_N :

$$H_N |0\rangle = \epsilon_0 |0\rangle. \quad (3)$$

Воспользовавшись этим, запишем одночастичные функции Грина для нейтронов ($i=n$) и протонов ($i=p$) в следующем виде ^{/2/}:

$$G_i(12) = -i \frac{\langle 0 | T(\Psi_i(1) \bar{\Psi}_i(2) S_Q(\infty)) | 0 \rangle}{\langle 0 | S_Q(\infty) | 0 \rangle}. \quad (4)$$

Здесь цифрами обозначена совокупность координат x и времени t , например, $1 = (x_1, t_1)$, $\bar{\Psi}_i$ и Ψ_i - операторы рождения и уничтожения нуклонов, причем

$$\Psi_i(1) = e^{iH_N t_1} \Psi_i(x_1) e^{-iH_N t_1}. \quad (5)$$

S - матрица по кулоновскому взаимодействию удовлетворяет известному уравнению ($S_Q(t) = S_Q(t, -\infty)$):

$$S_Q(t) = 1 - i \int_{-\infty}^{\infty} dt' H'_Q(t') S_Q(t'), \quad (6)$$

где $H'_Q(r) = e^{-iH_N r} H'_Q e^{-iH_N r - a|r|}$ (a - малая положительная величина).

В первом порядке по H'_Q для G_i будем иметь:

$$G_i(12) = G_{0i}(12) - \int d1' d2' v_Q(1'2') \langle 0 | T(\Psi_i(1) \bar{\Psi}_i(2) \bar{\Psi}_p(1') \Psi_p(2') \Psi_p(1') | 0 \rangle \quad (7)$$

где $v_Q(12) = \delta(t_1 - t_2) v_Q(x_1 x_2)$, $G_{0i}(12) = -i \langle 0 | T(\Psi_i(1) \bar{\Psi}_i(2)) | 0 \rangle$

Поскольку по отношению к кулоновскому взаимодействию ядро является сильно сжатой системой, то основной вклад в (7) будут давать частично-дырочные переходы вблизи поверхности Ферми. Пренебрегая поэтому трехчастичными корреляциями, а также малыми обменными членами, представим (7) приближенно в виде:

$$G_i(12) = G_{0i}(12) + \int d1' \dots d4' v_Q(1'2') G_{0p}(22') G_{0ip}(13'24'), \quad (8)$$

где $G_{0i}(\mathbb{1}) = i < 0 | \bar{\Psi}_i(1) \Psi_i(1) | 0 > = i \rho_{0i}(x_i)$ (ρ_{0i} - плотность i -го сорта частиц в отсутствие кулоновского взаимодействия), G_{0ij} - двухчастичная функция Грина, которую мы представим в виде ^{/2/}:

$$G_{0ij}(\mathbb{234}) = \langle 0 | T(\Psi_i(1) \Psi_j(2) \bar{\Psi}_i(3) \bar{\Psi}_j(4)) | 0 \rangle = G_{0i}(13) G_{0j}(24) - \delta_{ij} G_{0i}(14) G_{0i}(23) + i \int d1' \dots d4' G_{0i}(11') G_{0j}(22') \Gamma_{ij}^{(0)}(1'2'3'4') G_{0i}(33') G_{0j}(44'). \quad (9)$$

Функция $\Gamma_{ij}^{(0)}$ определяет ядерное коррелятивное взаимодействие частиц i -го и j -го сортов. Вводя вершинную функцию

$$J_i^{(0)}(\mathbb{23}) = \delta_{ip} \delta(1,3) \delta(2,3) - i \int d1' d2' G_{0p}(11') \Gamma_{ip}^{(0)}(21'32') G_{0p}(2'1), \quad (10)$$

получим вместо (8) соотношение

$$G_i(\mathbb{2}) \approx G_{0i}(\mathbb{2}) + \int d1' \dots d4' G_{0i}(\mathbb{2}2') J_i^{(0)}(1'2'3') v_O(1'4') \rho_p(x'_4) G_{0i}(3'2) \quad (11)$$

(графически (11) представлено на рис. 1). Разлагая далее матрицу $S_O(\infty)$ в ряд по N'_O и снова оставляя только главные по кулоновскому взаимодействию члены, получим для функции G_i уравнение:

$$G_i(\mathbb{2}) = G_{0i}(\mathbb{2}) + \int d1' \dots d4' G_{0i}(\mathbb{2}2') J_i(1'2'3') v_O(1'4') \rho_p(x') G_i(3'2). \quad (12)$$

Здесь мы перешли от ρ_{0p} к реальной плотности $\rho_p(x)$ и от $J_i^{(0)}$ - к вершинным функциям J_i , в которых полностью учитывается и вклад кулоновского взаимодействия. Такой переход легко усмотреть, если формально разложить функцию G_i в ряд и по ядерному и по кулоновскому взаимодействиям. Графически уравнение (12) изображено на рис. 2.

Из уравнения (12) следует, что добавка к массовому оператору, обусловленная кулоновским взаимодействием, имеет вид:

$$M_{iO}(\mathbb{2}) = \int d1' d2' \rho_p(x'_1) v_O(1'2') J_i(2'\mathbb{2}). \quad (13)$$

Поскольку массовый оператор непосредственным образом связан с самосогласованным потенциалом, то из (13) можно заключить, что благодаря коррелятивным силам кулоновское взаимодействие дает вклад как в протонный, так и в нейтронный потенциалы. Чтобы количественно оценить этот вклад, необходимо обратиться к приближенным методам, позволяющим определить вершинные функции J_i .

3. Приближение теории ферми-жидкости

Как мы уже отмечали, из-за свойств кулоновского взаимодействия основной вклад в массовый оператор (13) будут давать частично-дырочные переходы вблизи поверхности Ферми. Поэтому в нашей задаче мы можем воспользоваться методами, разработанными в теории конечных ферми-систем ^{/4/}. При этом для J_i получим уравнения:

$$f_{1j}(123) = \delta_{1,p} \delta(1,3) \delta(2,4) - i \sum_j \int d1' \dots d4' f_{1j}(12'3') G_j(3'1') G_j(4'2') F_{j1}(1'2'4'3)(14)$$

где F_{1j} - функция, которую уже нельзя разбить на две части, соединенные двумя линиями G_{1j} . Вблизи поверхности Ферми положим:

$$F_{1j}(1234) = f_{1j}(r_2) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \delta(t_1 - t_2) \delta(1,3) \delta(2,4). \quad (15)$$

Здесь f_{1j} - амплитуда рассеяния квазичастиц в теории ферми-жидкости. Подставляя (15) в (14), сразу убеждаемся в том, что:

$$f_{1j}(123) = \delta(2,3) f_{1j}(12) = \delta(2,3) \int \frac{d\omega}{2\pi} f_{1j}(x_1 x_2 \omega) e^{i\omega(t_1 - t_2)}. \quad (16)$$

Из выражения (13) для M_{10} следует, что для нашей задачи достаточно определить $f_{1j}(x_1 x_2 \omega)$ при $\omega = 0$. Иначе говоря, нам необходимо решить уравнение (14) в статическом приближении и с учетом (16). Это уравнение имеет вид:

$$f_{1j}(xx'0) = \delta_{1,p} \delta(xx') - i \sum_j \int_{j1} f_{1j}(x') \int \frac{d\omega}{2\pi} \int dx'' f_{1j}(xx''0) G_j(x'x''\epsilon) G_j(x''x'\epsilon). \quad (17)$$

Представим теперь одночастичную функцию Грина в виде:

$$G_{1j}(xx'\epsilon) = \sum_{\lambda} \int \frac{d\epsilon}{2\pi} \frac{a \phi_{\lambda 1}(x) \phi_{\lambda 1}^+(x')}{\epsilon - \epsilon_{\lambda 1} + i\alpha C(\epsilon_{\lambda 1} - \epsilon_{\lambda F 1})}, \quad (18)$$

где a - перенормировочный множитель ($a < 1$), $\phi_{\lambda 1}(x)$ и $\epsilon_{\lambda 1}$ - собственные функции и собственные значения, описывающие движение квазичастиц в самосогласованном поле, $\epsilon_{\lambda F 1}$ - граничная энергия Ферми. Вычислим теперь интеграл, входящий во второй член справа в уравнении (17):

$$\begin{aligned} J(xx') &= -i \int \frac{d\epsilon}{2\pi} G_{1j}(xx'\epsilon) G_{1j}(x'x\epsilon) = \\ &= a^2 \sum_{\lambda \lambda'} \phi_{\lambda 1}(x) \phi_{\lambda 1}^+(x') \phi_{\lambda' 1}(x') \phi_{\lambda' 1}^+(x) \frac{n_{\lambda 1} - n_{\lambda' 1}}{\epsilon_{\lambda 1} - \epsilon_{\lambda' 1}} \end{aligned} \quad (19)$$

($n_{\lambda 1}$ - числа заполнения). Следуя далее работе ^{4,5/} и разлагая разность $n_{\lambda 1} - n_{\lambda' 1}$ в ряд по $\epsilon_{\lambda 1} - \epsilon_{\lambda' 1}$ вблизи поверхности Ферми, получим для функции $J(xx')$ приближенное выражение:

$$J(xx') = -a \frac{d\rho_1(x)}{d\epsilon_F} \delta(xx'); \quad (\rho_1(x) = \sum_{\lambda} n_{\lambda 1} \phi_{\lambda 1}(x) \phi_{\lambda 1}^+(x)). \quad (20)$$

Подставляя (20) в (17), умножая (17) на $\rho_p v_Q$ и проводя соответствующие интегрирования, получим простую систему уравнений для кулоновской добавки к массовому оператору:

$$M_{10}(12) = \delta(1,2) W_{10}(x_1) \quad (21)$$

$$W_{iQ}(x) = \delta_{i,p} W_Q^{(0)}(x) - \sum_j a^2 f_{ij}(x) \frac{d\rho_j(x)}{d\epsilon_F} W_{jQ}(x),$$

где $W_Q^{(0)}(x)$ - потенциал в приближении Хартри:

$$W_Q^{(0)}(x) = \int dx' v_Q(xx') \rho_p(x'). \quad (22)$$

Переходя далее к безразмерной амплитуде F_{ij} и функции плотности $n_i(x)$ ($\rho_i(x) = \frac{K_F^3}{3\pi^2} n_i(x)$, где K_F - граничный импульс Ферми), будем иметь:

$$a^2 f_{ij}(x) \frac{d\rho_j(x)}{d\epsilon_{Fj}} = F_{ij}(x) n_j(x). \quad (23)$$

Если приближенно считать, что $n_p(x) = n_n(x)$ и $F_{nn} = F_{pp}$, то из (21) получим:

$$W_{pQ}(x) = \frac{1 + F_{nn}(x) \cdot n(x)}{R(x)} W_Q^{(0)}(x)$$

$$W_{nQ}(x) = -\frac{F_{np}(x) n(x)}{R(x)} W_Q^{(0)}(x) \quad (24)$$

$$R(x) = [1 + F_{nn}(x) \cdot n(x)]^2 - F_{np}^2 n^2(x).$$

Учитывая (21) и (24), будем иметь для G_i :

$$\left\{ i \frac{\partial}{\partial t_1} - [T_{x_1} + M_N^{(n)}(1) + W_{nQ}(x_1)] \right\} G_n(12) = \delta(1,2) \quad (25)$$

$$\left\{ i \frac{\partial}{\partial t_1} - [T_{x_1} + M_N^{(p)}(1) + W_{pQ}(x_1)] \right\} G_p(12) = \delta(1,2), \quad (26)$$

где $M_N^{(i)}(1)$ - массовые операторы, учитывающие только ядерное взаимодействие между нуклонами. При этом мы положим:

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t_1} - T_{x_1} - M_N^{(i)}(1) \right) G_{oi}(12) = \delta(1,2). \quad (27)$$

Если ограничиться рассмотрением одночастичных возбуждений вблизи поверхности Ферми, то массовый оператор $M_N^{(i)}$ можно просто приравнять среднему ядерному потенциалу: $M_N^{(i)}(1) \approx V_N^{(i)}(x_1)$. Тогда полный нейтронный потенциал, как это следует из (25), представляется в виде суммы ядерного и кулоновского потенциалов:

$$V_n(x) = V_N^{(n)}(x) + W_{nQ}(x). \quad (28)$$

Из (24) следует, что вне ядра $W_{nQ}(x)$ обращается в нуль, а внутри ядра равен отрицательный величине, поскольку на малых расстояниях от центра ядра и $F_{nn}(x) > 0$ и $R(x) > 0$. Очевидно, что во всех наблюдаемых эффектах проявляется именно полный нейтронный потенциал $V_n(x)$.

Протонный потенциал можно представить в виде:

$$V_p(x) = V_n(x) + \Delta V_N(x) + \Delta W_Q(x), \quad (29)$$

где $\Delta V_N(x) = V_N^{(p)}(x) - V_N^{(n)}(x)$; $\Delta W_Q(x) = W_{pQ}(x) - W_{nQ}(x)$.

Таким образом, разность между протонным и нейтронным потенциалами складывается из разности между ядерными потенциалами и кулоновской добавки $\Delta W_Q(x)$. Из (24) получаем для $\Delta W_Q(x)$:

$$\Delta W_Q(x) = \frac{1}{1 + 2f'(x) \cdot n(x)} W_Q^{(0)}(x), \quad (30)$$

причем $f'(x)$ равно^{/4/}:

$$f'(x) = \frac{1}{2} [F_{nn}(x) - F_{np}(x)] = f'_{in} + (f'_{ox} - f'_{in}) \frac{n(0) - n(x)}{n(0)} \quad (31)$$

f'_{in} - значение амплитуды внутри, f'_{ox} - вне ядра. Как следует из работы^{/8/}, f'_{ox} приближенно можно положить равной нулю, и тогда $\Delta W_Q(x)$ равно:

$$\Delta W_Q(x) = \frac{1}{1 + 2f'_{in} \frac{n^2(x)}{n(0)}} \cdot W_Q^{(0)}(x). \quad (32)$$

Поскольку $f'_{in} > 0$, то отсюда следует, что $\Delta W_Q(x)$ внутри ядра меньше $W_Q^{(0)}(x)$, а вне ядра при $n(x) \cong 0$ $\Delta W_Q(x) \cong W_Q^{(0)}(x)$.

Используем формулу (32) для анализа ситуации, возникающей в конкретных ядрах. В качестве самосогласованного потенциала примем саксон-вудсовский с параметрами $r_0 = 1,24$ ф, $a = 0,85$ ф. Обеспечивая правильную величину энергии отделения нейтрона или протона, получаем значения $V_n^{(0)} = V_n(0)$ или $V_p^{(0)} = V_p(0)$ соответственно. В таблице приведены найденные таким образом значения $V_n^{(0)}$ и $V_p^{(0)}$ для ядер Zr^{91} , Nd^{143} , Pb^{209} и соседних с ними по заряду.

Если предположить, что сдвиг потенциала $\Delta W_Q(x)$ целиком объясняется рассмотренным нами эффектом, то для константы $2f'$ имеем:

$$2f' = [W_Q^{(0)}(0) - \Delta W_Q(0)] / \Delta W_Q(0).$$

Численные значения для $2f'$ помещены в последнем столбце таблицы и удивительно хорошо согласуются с данными, полученными на основе обработки других явлений^{/4,8/}.

Интересно сравнить также радиальную зависимость $\Delta W_Q(r)$ с феноменологическими данными. На рис. 3 представлены нейтронный и протонный потенциалы ядра Nd^{143} , а на рис. 4 - их разность в зависимости от координаты.

Вычисление $\Delta W_Q(r)$ с $2f' = 0,78$ (здесь для простоты принято, что функция плотности $n(r)$ описывается теми же параметрами, что и потенциал Саксона-Вудса) по формуле (32) дает кривую 1. Если отказаться от интерполяционной формулы (31) и считать амплитуду f' постоянной (в этом случае в выражении (32) следует заменить $n^2(r)$ на $n(r)$), то получим кривую 2.

Из рис. 4 видно, что радиальная зависимость феноменологической добавки к потенциалу весьма неплохо воспроизводится соотношением (32).

Остановимся теперь кратко на вопросе об энергетическом сдвиге при замещении нейтрона на протон в средних и тяжелых ядрах. При этом возникает протонное состояние и нейтронная дырка. Как было показано Д.Ф. Зарецким и М.Г. Уриным (доклад на рабочем совещании по спектроскопии нейтрондефицитных изотопов, Дубна, июнь 1966 г.), приближенный учет взаимодействия между протоном и нейтронной дыркой приводит к следующему соотношению между наблюдаемым сдвигом ω_0 и разностью невозмущенных энергий $\Delta \epsilon_0$ частицы и дырки с одинаковыми квантовыми числами:

$$\omega_0 \cong (1 + 2f') \Delta \epsilon_0. \quad (33)$$

Разность $\Delta \epsilon_0$ определяется добавкой ΔW_Q и, ввиду слабой зависимости $\Delta W_Q(r)$ от r внутри ядра (см. рис. 4), для оценок можно принять

$$\Delta \epsilon_0 \cong \Delta W_Q(r_{cp}) \cong \frac{1}{1 + 2f'} W_Q^{(0)}(r_{cp}), \quad (34)$$

где r_{cp} — некоторое значение координаты внутри ядра. Отсюда и из (33) легко видеть, что наблюдаемый сдвиг ω_0 приближенно равен средней кулоновской энергии протона, вычисленной в приближении Хартри:

$$\omega_0 \cong W_Q^{(0)}(r_{cp}).$$

Приближенно такой сдвиг и наблюдается в экспериментах по аналоговым состояниям.

4. Заключение

В настоящей работе было приведено, по существу, качественное исследование влияния коррелятивного взаимодействия на величину кулоновской добавки к среднему ядерному полю. Естественно, что в использованном подходе нельзя рассчитывать на точность, превышающую 20%, а, следовательно, нельзя и объяснить флуктуации протонного потенциала в зависимости от атомного номера. Однако можно утверждать, что разность $V_p - V_n$, в основном, обусловлена кулоновским взаимодействием и его интерференцией с ядерным. Поскольку $\Delta W_Q \cong W_Q^{(0)}$, эта разность пропорциональна $Z/A^{1/3}$, что не противоречит опытным данным по оптическому потенциалу ^{17}F . Без-

условно, в разности $V_p - V_n$ могут содержаться и другие зависимости, например, от $N - Z$, но, как видно из расчетов, их роль оказывается незначительной.

В заключение авторы выражают благодарность В.Г. Соловьеву за внимание к работе и полезное обсуждение.

Т а б л и ц а

A	$V_n^{(0)}$	$V_p^{(2)}$	ΔV	$2f'$
91	50,96	58,4	7,54	0,95
143	48,8	57,5	8,7	0,78
209	46,7	58,5	12,8	1,14

Л и т е р а т у р а

1. П.Е. Холдсон. "Оптическая модель упругого рассеяния", Атомиздат, 1966 г.
2. А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский. "Методы квантовой теории поля в статистической физике", Москва, 1962 г.
3. Д.А. Киржиц. "Полевые методы теории многих частиц". Атомиздат, 1963.
4. А.Б. Мигдал. "Теория конечных ферми-систем и свойства ядер", Изд-во "Наука", 1965.
5. Д.Ф. Зарецкий, А.А. Лушников. "Ядерная физика". АН СССР, ИИН, Москва, 1965.
6. Г.Г. Буятыя, М.А. Микулинский. Ядерная физика 1, 38 (1965).
7. Bjorklund F.I. Florida Conference, I, (1959).

Рукопись поступила в издательский отдел
18 октября 1966 г.

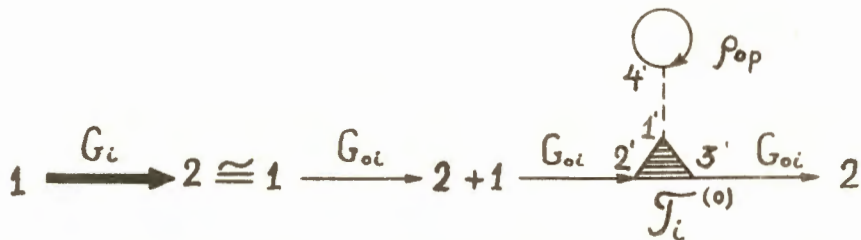


Рис. 1. Одночастичная функция Грина в низшем по кулоновскому взаимодействию приближении.

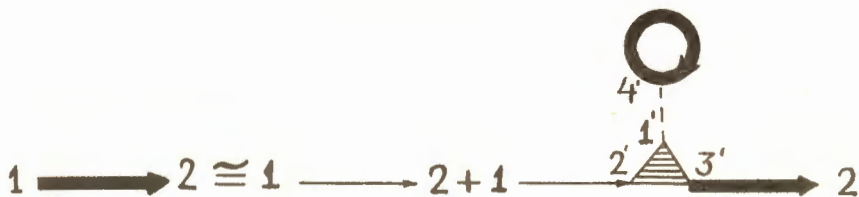


Рис. 2. Уравнение для одночастичной функции Грина.

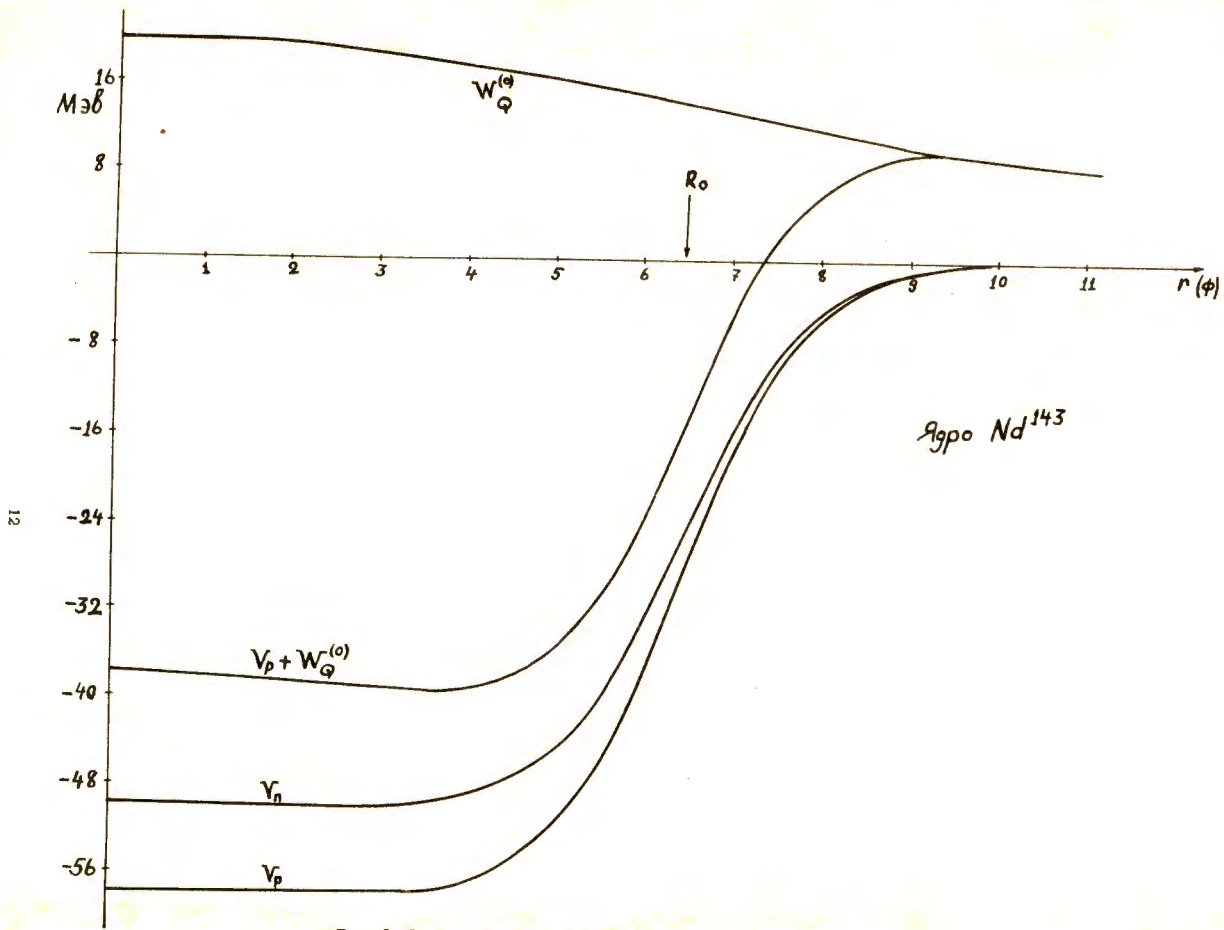


Рис. 3. Среднее поле для нейтронов и протонов при $A=143$.

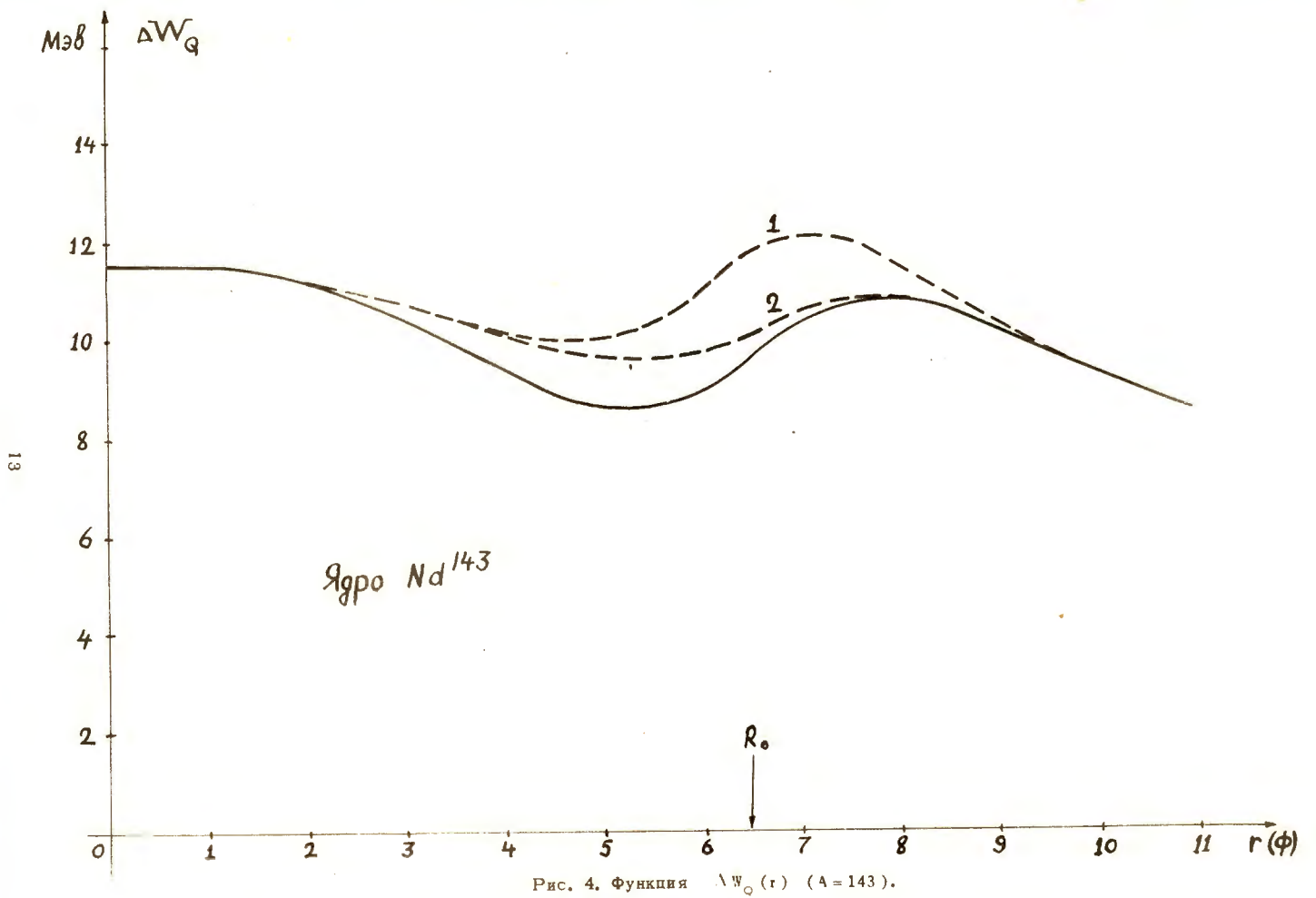


Рис. 4. Функция $\Delta W_Q(r)$ ($A=143$).