ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P4-2003-127

О. С. Космачев*

КОВАРИАНТНАЯ ФОРМУЛИРОВКА ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ДУБЛЕТА МАССИВНЫХ НЕЙТРАЛЬНЫХ ЛЕПТОНОВ

Направлено в «Journal of Physics A»

*E-mail: kos@thsun1.jinr.ru

2003

1. Введение

Ранее был выполнен анализ группы γ-матрицы Дирака [1].Он подтвердил, что вся полнота информации, содержащаяся в свободном уравнении Дирака, предопределена характеристиками группы γ-матриц. Важность такой категории, как информация, очевидна, но оценивать ее в физике пока не стало практикой. Понятна причина, по которой использованный групповой метод имеет преимущества.

Группа содержит больше информации, чем любое ее неприводимое представление. Матрицы $\gamma_\mu (\mu = 1, 2, 3, 4)$ являются генераторами группы γ-матриц Дирака (далее группы Дирака) и представляют собой четырехмерное матричное неприводимое представление группы, одно из 17 неэквивалентных неприводимых представлений (НП). Поэтому часть групповой информации в них не присутствует явно, она скрыта.

Положение усугубляется тем, что первых трех матриц (которые умножаются на $\partial/\partial x_1$, $\partial/\partial x_2$, $\partial/\partial x_3$) достаточно для выполнения лоренц-инвариантности. Тем самым в некоторых случаях становится как бы излишним вопрос о том, что еще осталось рассмотреть. Таким образом, оставшиеся структуры переходят в разряд "скрытых симметрий". Этим объясняется необходимость построения и исчерпывающего анализа абстрактной группы, изоморфной группе Дирака. Не в меньшей степени сказанное относится к случаю, когда возникает необходимость выйти за рамки устоявшихся представлений.

Дальнейшее продвижение в понимании новых возможностей в рамках единых общих требований значительно ускорилось благодаря теореме о трех возможных типах матричных групп [2]. Теорема утверждает: если $\Gamma = \{\gamma_1, ..., \gamma_n\}$ является неприводимой матричной группой, то

$$\mathbf{In}[\Gamma] = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Sp(\gamma_i^2) = \begin{cases} 1, \\ -1, \\ 0. \end{cases} \tag{1}$$

Здесь n — порядок группы, $Sp(\gamma_i^2)$ — след квадрата i-ой матрицы из данной матричной группы.

Далее величина $\mathbf{In}[\Gamma]$ будет называться структурным инвариантом (СИ) группы Γ. Ранее было показано [1], что на основе СИ можно различить, классифицировать, как минимум, 3 уравнения типа Дирака, которые не сводятся одно к другому с помощью канонических преобразований. Имеется основание называть их далее лептонными уравнениями. Все три типа уравнений содержат элементы только четвертого и второго порядка. При этом СИ дает количественное соотношение между числом одних и других в каждой группе.

Для уравнения Дирака $\mathbf{In}[D_\gamma(II)] = -1$. Основным предметом данной работы является группа γ-матриц волнового уравнения, для которого $\mathbf{In}[D_\gamma(I)] = +1$. Теорема в данном случае утверждает, что такая группа γ-матриц эквивалентна группе действительных матриц.

Важное место в последующем анализе занимают подструктуры, которые представляют собой максимальные инвариантные подгруппы лептонных уравнений. Это подгруппы 16-го порядка: $d_\gamma, b_\gamma, c_\gamma$. Все три группы неизоморфны между собой. Если по отношению к ним воспользоваться упомянутой теоремой, то получим

$$\mathbf{In}[d_\gamma] = 0, \qquad \mathbf{In}[b_\gamma] = -1, \qquad \mathbf{In}[c_\gamma] = 1. \tag{2}$$

Именно эти три конструкции содержатся в предлагаемом уравнении.

2. Неприводимые представления группы Лоренца, связанные с уравнением Дирака

Исходя из антикоммутационных соотношений для γ-матриц Дирака

$$\gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu}, \qquad \mu, \nu = 1, 2, 3, 4, \qquad \gamma_\mu^2 = 1, \tag{3}$$

можно установить соответствие

$$a_1 \sim \gamma_3\gamma_2, \quad a_2 \sim \gamma_1\gamma_3\,, \; a_3 \equiv a_1a_2 \sim \gamma_2\gamma_1, \quad a_2a_1a_2^{-1} = a_1^{-1}. \tag{4}$$

Символ $\sim$ означает соответствие отношений между элементами искомой группы a_1, a_2 и γ-матрицами. Из соотношений (4) следует, что элементы a_1, a_2 по умножению генерируют группу кватернионов, обозначаемую далее как $Q_2[a_1, a_2]$. Она является инфинитезимальным представителем группы 3-мерных вращений. Последующее ее расширение с помощью генератора $c \sim \gamma_1\gamma_2\gamma_3$ с определяющими соотношениями $ca_1c^{-1} = a_1$, $ca_2c^{-1} = a_2$ порождает подгруппу 16-го порядка

d_γ.Она имеет циклическую структуру (сумма всех элементов группы, записанная в мультипликативной форме) вида [3]:

$$d_\gamma = d_\gamma[a_1, a_2, c] = Q_2[a_1, a_2][e + c] = C_4[a_1][e + a_2][e + c], \tag{5}$$

где e – единичный элемент группы, $C_4[a_1]$ – сумма элементов циклической группы 4-го порядка с генератором a_1. Расширение d_γ с помощью четвертого генератора $b_4 \sim \gamma_4$ доставляет группу Дирака, обозначаемую далее $D_\gamma(II)$. Ее циклическая структура (ЦС) при таком выборе генераторов имеет вид

$$D_\gamma(II) = d_\gamma[a_1, a_2, c][e + b_4], \tag{6}$$

где $b_4^2 = e$.

Выяснилось, что помимо d_γ в группе $D_\gamma(II)$ имеется другая инвариантная подгруппа 16-го порядка — b_γ, неизоморфная d_γ:

$$b_\gamma = b_\gamma[a_1, a_2, b_5] = Q_2[a_1, a_2][e + b_5], \tag{7}$$

где $b_5 \sim \gamma_3\gamma_4$. Определяющие соотношения при этом имеют вид $b_5 a_1 b_5^{-1} = a_1^{-1}$, $b_5 a_2 b_5^{-1} = a_2^{-1}$, $b_5 c b_5^{-1} = c^{-1}$, $b_5^4 = e$.

Группы d_γ и b_γ имеют много общего. Каждая порождается тремя генераторами, их центры состоят из четырех элементов и число сопряженных классов в каждой равно 10.

Введем обозначения для элементов группы d_γ:

$$b_1 \equiv ca_1 \sim \gamma_1, \qquad b_2 \equiv ca_2 \sim \gamma_2, \qquad b_3 \equiv ca_3 \sim \gamma_3. \tag{8}$$

И для элементов группы b_γ:

$$b'_1 \equiv c'a_1 \sim -\gamma_1\gamma_4, \qquad b'_2 \equiv c'a_2 \sim -\gamma_2\gamma_4, \qquad b'_3 \equiv c'a_3 \sim -\gamma_3\gamma_4, \tag{9}$$

где $c' = a_3 b_5$.

Полагая элементы групп d_γ и b_γ образующими элементами алгебры, строим НП и в результате получаем следующие наборы коммутаторов.

На основе d_γ:

$$\begin{array}{lll}
[a_1, a_2] = 2a_3, & [a_2, a_3] = 2a_1, & [a_3, a_1] = 2a_2, \\
[b_1, b_2] = -2a_3, & [b_2, b_3] = -2a_1, & [b_3, b_1] = -2a_2, \\
[a_1 b_1] = 0, & [a_2, b_2] = 0, & [a_3, b_3] = 0, \\
[a_1, b_2] = 2b_3, & [a_1, b_3] = -2b_2, & \\
[a_2, b_3] = 2b_1, & [a_2, b_1] = -2b_3, & \\
[a_3, b_1] = 2b_2, & [a_3, b_2] = -2b_1. &
\end{array} \tag{10}$$

На основе b_γ:

$$
\begin{array}{lll}
[a_1, a_2] = 2a_3, & [a_2, a_3] = 2a_1, & [a_3, a_1] = 2a_2, \\
[b'_1, b'_2] = 2a_3, & [b'_2, b'_3] = 2a_1, & [b'_3, b'_1] = 2a_2, \\
[a_1 b'_1] = 0, & [a_2, b'_2] = 0, & [a_3, b'_3] = 0, \\
[a_1, b'_2] = 2b'_3, & [a_1, b'_3] = -2b'_2, & \\
[a_2, b'_3] = 2b'_1, & [a_2, b'_1] = -2b'_3, & \\
[a_3, b'_1] = 2b'_2, & [a_3, b'_2] = -2b'_1. &
\end{array}
\qquad (11)
$$

С точностью до общего нормировочного множителя 2 коммутаторы (10) совпадают с коммутаторами инфинитезимальных матриц собственных преобразований Лоренца [4]. При этом во всей математической литературе молчаливо подразумевается, что рассматриваются P- и T-инвариантные объекты.

Из вывода соотношений (10) очевидно [3],[4], что $b_1 \sim \gamma_1, b_2 \sim \gamma_2, b_3 \sim \gamma_3$ в данном представлении имеют смысл операторов инфинитезимальных преобразований Лоренца вдоль пространственных осей $1, 2, 3$ соответственно. Выражения (10) и (11) практически совпадают, отличаясь знаками коммутаторов для операторов во вторых (сверху) строчках. Отличие таково, как если бы все $b_k \to b'_k = ib_k (k = 1, 2, 3)$. Отличие возникает там, где проявляется параметр времени.

Как уже отмечалось, группы d_γ и b_γ неизоморфны и имеют различные структурные инварианты (2). Прямой проверкой можно убедиться, что группа Дирака не содержит других подгрупп 16-го порядка, кроме d_γ и b_γ. Их естественно связывать с тем фактом, что уравнение Дирака описывает электрон и позитрон. Поскольку в физике утвердилось представление, что позитрон — это электрон, движущийся вспять во времени, то в дальнейшем представления группы b_γ будут называться T-неинвариантными по отношению к d_γ. Из последующего станет очевидна относительность такого представления, связанная с тем, что сами по себе отдельно взятые d_γ и b_γ нельзя связывать с электроном или позитроном и только их совокупность, объединенная в уравнении, ковариантном по форме, позволяет говорить о соответствии уравнения Дирака двум физическим объектам e^+, e^-. Таким образом, речь идет о необходимости учитывать инвариантность относительно преобразований $d_\gamma \leftrightarrow b_\gamma$.

Явный вид операторов (4), (8), (9) для неприводимых представлений позволяет найти весовые числа, связанные с этими представлениями. В случае группы d_γ строятся операторы

$$\begin{array}{ll} H_+ = ia_1 - a_2, & F_+ = ib_1 - b_2, \\ H_- = ia_1 + a_2, & F_- = ib_1 + b_2, \\ H_3 = ia_3, & F_3 = ib_3. \end{array} \tag{12}$$

Для построения этих же операторов для группы b_γ необходимо в (12) произвести замену $b_{1,2,3} \to b'_{1,2,3}$. Стандартные вычисления на основе НП группы d_γ дают весовые числа $(\lambda_1 = 1/2, \lambda_2 = i)$ в полном согласии с известными результатами для неприводимых представлений группы Лоренца [4]. Аналогичные вычисления для b_γ дают $(\lambda_1 = 1/2, \lambda'_2 = 1)$.

Таким образом, произошло удвоение одного члена из бесконечного ряда НП за счет добавки T-неинвариантного НП. Весовые числа их не совпадают. Второе весовое число для b_γ перестало быть комплексным. Если вместо a_3 в выражение для H_3 подставить a_1 или a_2, то первое весовое число не изменится. Это же относится и к операторам $F_{1,2,3}$. Такие же утвеждения остаются в силе по отношению к b_γ. Причина в том, что каждый из трех типов операторов $a_{1,2,3}$; $b_{1,2,3}$; $b'_{1,2,3}$ является однотипным, т.е. как элементы группы они имеют одинаковые порядки независимо от номера $1, 2, 3$.

Все изложенное в данном разделе является констатацией фактов, которые следуют из уравнения Дирака, вне связи с какими-либо предположениями или дополнениями.

3. Ковариантная форма уравнения для Р- неинвариантных лептонов

Хорошо известна т.н. фундаментальная теорема Паули [5]. Если имеется два набора 4×4-матриц γ_μ и γ'_μ, $\mu = 1, 2, 3, 4$, таких, что

$$\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu} \tag{13}$$

и

$$\gamma'_\mu \gamma'_\nu + \gamma'_\nu \gamma'_\mu = 2\delta_{\mu'\nu'}, \tag{14}$$

то существует такая неособенная матрица S, что

$$\gamma'_\mu = S \gamma_\mu S^{-1}. \tag{15}$$

Следовательно, любые неособенные преобразования могут изменить явный вид γ-матриц. Но не меняется тип уравнения, его структурный инвариант, состав подгрупп и их физическая интерпретация. Уравнение по-прежнему описывает только электрон и позитрон.

Отсюда однозначно следует, что если мы хотим получить уравнение, отличное от уравнения Дирака, необходимо отказаться от антикоммутационных соотношений (13). Простейший и самый "мягкий"способ — оставить условие антикоммутации (13), но отказаться от тотального требования $\gamma_\mu^2 = 1$ для некоторых значений μ. Чтобы понять, к чему это приведет, вернемся к теореме (2).

Группа Дирака содержит 20 элементов четвертого порядка и 12 элементов второго. Это однозначный результат определения (13) и, как следствие, $\mathbf{In}[D_\gamma(II)] = -1$. Если, к примеру, положить $\gamma_s^2 = 1\ (s = 1,2,3)$, и $\gamma_4^2 = -1$, то в такой группе получается 12 элементов четвертого порядка и 20 элементов второго. Получается соотношение обратное $D_\gamma(II)$. Вычисление в данном случае дает $\mathbf{In}[D_\gamma(I)] = 1$.

Всего имеется 5 различных возможностей выбора $\gamma_\mu^2 = \pm 1 (\mu = 1,2,3,4)$. Все они приводят к группам 32-го порядка и только к двум несовпадающим значениям структурного инварианта (± 1):

$$\begin{array}{lll} 1.\gamma_\mu^2 = 1, & (\mu = 1,2,3,4), & \\ 2.\gamma_\mu^2 = -1, & (\mu = 1,2,3,4), & \\ 3.\gamma_s^2 = -1, & (s, = 1,2,3), & \gamma_4^2 = 1, \\ 4.\gamma_s^2 = 1, & (s = 1,2,3), & \gamma_4^2 = -1, \\ 5.\gamma_s^2 = 1, & (s = 1,2,), & \gamma_{3,4}^2 = -1. \end{array} \tag{16}$$

Первые три варианта дают группы, изоморфные группе Дирака с $\mathbf{In}[D_\gamma(II)] = -1$.Последние две также изоморфны между собой и имеют $\mathbf{In}[D_\gamma(I)] = 1$. Различие между изоморфными группами сводится к переопределению четырех возможных генераторов.

Более детальный анализ двух типов неизоморфных групп показывает, что обе имеют порядок 32 и каждая имеет 17 сопряженных классов. Это означает, что обе имеют 16 одномерных НП и одно четырехмерное. Однако имеются и различия, весьма существенные с точки зрения физической интерпретации.

Перед тем как перейти к различиям, можно отметить следующее. Принять предположение $\gamma_s^2 = -1$ равносильно тому, что записать $\gamma_s' = i\gamma_s$. Такого рода приемы, которые называются аналитическим продолжением групповых параметров, известны давно [6]. Налицо поле для практических приложений уже имеющихся математических наработок. Пока для наших узкоочерченных задач представляется более практичным предлагаемый метод. Тем более что чисто аналитическое продолжение в нашем случае дает только один новый вариант. В дальнейшем будет видно, что этим не исчерпываются другие возможности.

Итак, помимо группы Дирака, мы имеем еще одну группу $D_\gamma(I)$. Ее можно определить, например, такими соотношениями:

$$\begin{aligned} &\gamma_s\gamma_t + \gamma_t\gamma_s = 2\delta_{st}, \quad \gamma_{s,t}^2 = 1 \qquad (s,t = 1,2,3), \\ &\gamma_s\gamma_4 + \gamma_4\gamma_s = 0, \qquad (s = 1,2,3), \\ &\gamma_4^2 = -1. \end{aligned} \tag{17}$$

Так как для $\mu, \nu = 1,2,3$ соотношения (3) не изменились, то все построения и выводы, касающиеся подгрупп Q_2 и d_γ, остаются в силе, т.е. формулы (3), (5) и соотношения между составляющими их элементами остаются без изменений.

ЦС группы в целом имеет вид

$$D_\gamma(I) = d_\gamma[a_1, a_2, c][e + b_4'] = Q_2[a_1, a_2][e + c][e + b_4'], \tag{18}$$

где $b_4' \sim \gamma_4$. При матричной реализации НП это ведет к ${b_4'}^2 = -I$, ибо здесь γ_4 удовлетворяет (17). На основе (18), используя описанную ранее методику, можно построить НП и убедиться, что в данном случае все матрицы являются действительными [1].

Как видно из построения, $D_\gamma(I)$ содержит подгруппу d_γ. Можно заметить, что каждая d_γ кроме подгруппы 8-го порядка Q_2 содержит другую подгруппу тоже 8-го порядка

$$q_2[a_1, a_2', a_3'] = C_4[a_1][e + a_2'], \tag{19}$$

где $a_1 \sim \gamma_3\gamma_2$, $\quad a_2' \sim \gamma_2$, $\quad a_3 = a_1 a_2' \sim \gamma_3$. Определяющие соотношения между элементами q_2 те же, что и в Q_2. Разница заключается в том,что в Q_2 все три элемента a_1, a_2, a_3 имеют порядок 4, тогда как в q_2 только элемент a_1 имеет порядок 4, два других — порядок 2. Элементы алгебры, построенной на q_2, удовлетворяют следующим коммутационным соотношениям:

$$[a_1, a_2'] = 2a_3', \qquad [a_2', a_3'] = -2a_1, \qquad [a_3', a_1] = 2a_2'. \tag{20}$$

Они практически совпадают с таковыми для группы трехмерных вращений (см. первую строку (10) или (11)). Отличие лишь в знаке второго коммутатора.

Последующее расширение группы q_2 с помощью генератора b'_4 дает группу 16-го порядка

$$c_\gamma = C_4[a_1][e + a'_2][e + b'_4]. \tag{21}$$

Группа c_γ так же, как d_γ и b_γ, имеет центр, состоящий из 4 элементов и 10 сопряженных классов. Это означает, что имеется 8 одномерных и 2 неэквивалентных НП. В этом отношении все три группы схожи. Но структурные инварианты у них разные. Значит, ни одна из них не может быть получена из другой каноническим преобразованием.

Если, как ранее, построить алгебру на элементах группы c_γ, то получим такие коммутационные соотношения:

$$\begin{array}{lll}
[a_1, a'_2] = 2a'_3, & [a'_2, a'_3] = -2a_1, & [a'_3, a_1] = 2a'_2, \\
[b''_1, b''_2] = 2a'_3, & [b''_2, b''_3] = -2a_1, & [b''_3, b''_1] = 2a'_2, \\
[a_1 b''_1] = 0, & [a'_2, b''_2] = 0, & [a'_3, b''_3] = 0, \\
[a_1, b''_2] = 2b''_3, & [a_1, b''_3] = -2b''_2, & \\
[a'_2, b''_3] = -2b''_1, & [a'_2, b''_1] = -2b''_3, & \\
[a'_3, b''_1] = 2b''_2, & [a'_3, b''_2] = 2b''_1, &
\end{array} \tag{22}$$

где $b''_1 \sim \gamma_4, \quad b''_2 \sim \gamma_2\gamma_4, \quad b''_3 \sim \gamma_3\gamma_4.$

Видно, что все три набора коммутаторов (10), (11), (22), обладая общностью, отличаются знаками отдельных коммутаторов. Так, в случае соотношений (22) положение по отношению к d_γ таково, как если бы произошла замена $a_2 \to ia'_2, a_3 \to ia'_3; b_2 \to ib''_2, b_3 \to ib''_3$. Отличие в (22) возникает на уровне группы трехмерных вращений в силу неравнозначности трех координатных направлений. Поэтому в дальнейшем объекты, которые преобразуются по этим представлениям,будут называться P-неинвариантными, а само представление P-неинвариантным по отношению к стандартному, с которым связана группа d_γ.

Подобно тому, как $D_\gamma(II)$ содержит только подгруппы d_γ и b_γ, группа $D_\gamma(I)$ содержит только подгруппы d_γ и c_γ. Здесь имеются в виду подгруппы 16-го порядка.

Вычисление весовых чисел для c_γ можно выполнять в полной аналогии с (12). Но возникает существенное различие. Операторы, определяющие весовые числа $H_+, H_-, H_3, F_+, F_-, F_3$, строятся из операторов $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$. При этом роль $H_3 = ia_3$ ничем не выделена, если a_1, a_2, a_3 не отличаются друг от друга по своим характеристикам. Такое положение имеет место для групп d_γ и b_γ. Здесь $a_1^2 = a_2^2 = a_3^2 = -I$, $b_1^2 = b_2^2 = b_3^2 = I$, ${b'_1}^2 = {b'_2}^2 = {b'_3}^2 = -I$, то есть в рамках одной подгруппы все величины однотипные.

Другое положение в группе c_γ и ее подгруппе q_2. Здесь для конкретно выбранной подгруппы согласно (20), (22) $a_1^2 = -I, {a'_2}^2 = {a'_3}^2 = I$ и, кроме того, ${b''_1}^2 = -I, {b''_2}^2 = {b''_3}^2 = I$. Поэтому, если выбрать в качестве $H'_3 = ia_1$, получим весовое число $\lambda_1 = 1/2$. Если любой другой оператор $H'_3 = ia'_2$ или $H'_3 = ia'_3$, то получим мнимые собственные значения для H'_3. Аналогично, если выбрать $F'_3 = ib''_1$, то получим $\lambda_2 = 1$, совпадающее с b_k группы b_γ. Если выбрать $F'_3 = ib''_2$ или $F'_3 = ib''_3$, то получаем мнимое собственное значение для F'_3, как в случае d_γ.

Можно показать [1], что первое весовое число прямо связано со спином частицы. В рассматриваемом случае собственные значения H_3 могут принимать дважды мнимое и один раз действительное значение. Это можно интерпретировать так, что спин для объектов данной природы может принимать только выделенное направление. Второе весовое число, связанное с $F'_3 = ib''_1$, принимает только при таком выборе значение $\lambda_2 = 1$, т.е. такое же, как в случае пары электрон-позитрон. Два других значения являются мнимыми. Таким образом, здесь также наблюдается выделенность одного из направлений. Оба факта вместе означают, что спин объектов данного типа всегда направлен вдоль или против импульса. Понятно также, что ориентация спина вдоль или против импульса не является определяющим условием для различия частица — античастица. Таковым является переход между подгруппами $d_\gamma \leftrightarrow c_\gamma$ в рамках одной группы $D_\gamma(I)$.

Теперь становится вполне очевидным, что сами по себе отдельно взятые группы $d_\gamma, b_\gamma, c_\gamma$ не могут быть связаны с физическими объектами типа e^+, e^-, ν и т.п. Видно, что подгруппа d_γ в одном уравнении $D_\gamma(II)$ и в другом $D_\gamma(I)$ связывается с объектами совершенно разной природы. Физический смысл и конкретное содержание они приобретают только тогда, когда они объединены в одно уравнение, инвариантное и ковариантное относительно некоторого набора преобразований. В том числе относительно переходов $d_\gamma \leftrightarrow b_\gamma$ в случае уравнения Дирака или $d_\gamma \leftrightarrow c_\gamma$ в предлагаемом уравнении.

Вопрос о массе предлагаемого лептонного состояния — это вопрос о возможности или невозможности иметь массу, равную нулю. Очевидно, что $m \neq 0$ не вызывает осложнений,так же, как это имеет место в уравнении Дирака.

Положить $m = 0$ фактически означает отказаться от одного из четырех генераторов группы γ-матриц. Имеется только две возможности сохранить при этом лоренц-инвариантность. Оставить три таких генератора, которые порождают или группу d_γ, или группу c_γ. В любом случае, в силу выше изложенного, не выполняется ковариантность формулировки. Отказ от этого требования ведет к неполноте решения задачи. Проявляется это, во-первых, в том, что можно назвать числом решений, или наличием решений для античастиц. Так,в предлагаемом уравнении, если отсутствует четвертый генератор, то отсутствует вторая половина решений, которая вместе с оставшейся составляют частицу и античастицу.

Во-вторых, такого типа урезанные группы и связанные с ними волновые уравнения не обладают шестнадцатью одномерными неприводимыми представлениями. Действительно, группы типа рассмотренных $d_\gamma, b_\gamma, c_\gamma$ имеют порядок, равный 16, и только 8 одномерных неприводимых представлений. Поэтому нет возможности построить 16 составляющих пяти величин (S, V, T, A, P), без которых трудно представить квантовую электродинамику и все последующее. Необходимо также доказать правомерность использования подобных величин, следующих из уравнения Дирака, во всех остальных случаях, связанных с другими типами уравнений.

И, наконец, перестает быть однозначной физическая интерпретация лептонных состояний на основе урезанных групп даже при наличии лоренц-инвариантности. Все сказанное в равной мере относится и к уравнению Дирака. Поэтому эти два лептонных уравнения описывают массивные частицы. Данное рассуждение не является доказательством отсутствия безмассовых лептонных состояний. Оно доказывает некорректность "вывода"таких уравнений из рассмотренных двух вариантов лептонных уравнений $D_\gamma(II)$ и $D_\gamma(I)$ путем насильственного требования: $m = 0$.

4. Выводы и заключение

В связи с изложенным нелишне напомнить, что Дирак не просто сформулировал лоренц-инвариантное уравнение, а связал уравнение для электрона и позитрона со вполне определенными НП группы Лоренца. Приведенный анализ указывает на то, что строить весь бесконечный ряд НП группы Лоренца необходимо с учетом существования в природе P- и T-неинвариантных объектов, что находит свое отражение в наличии соответствующих представлений.

В данной работе показано, что одно из НП утроилось. Расширение произошло за счет добавки P- и T-неинвариантных НП. Следствием является вывод о том, что динамические конструкции типа волновых уравнений необходимо строить с учетом требований ковариантности формы относительно расширенного набора НП группы Лоренца. Полученный на этом пути дублет можно назвать дублетом массивных продольно-поляризованных нейтрино. В некоторых отношениях он напоминает дублет e^+, e^-.

Предлагаемый формализм позволяет надеяться на описание стабильных лептонов в рамках единого подхода и их первичной теоретической классификации. Сегодня словарные определения сводятся, в основном, к перечислению экспериментальных свойств и фактов. Если же обратиться к формально-логическим определениям, то ближайшее, что объединяет стабильные лептоны,— это НП группы Лоренца с весом $\lambda_1 = 1/2$, а видовые отличия — это различные сочетания P-,T- инвариантных и неинвариантных представлений той же группы.

Можно отметить еще одну сторону предлагаемого подхода. Это прозрачность содержания и относительная свобода от феноменологических предположений. Их, очевидно, столько же , как в самом уравнении Дирака. С ростом феноменологической отягощенности теоретической физики теряется ее возможность предсказывать новые эффекты. В свою очередь, постановка содержательного эксперимента в дальнейшем все больше будет зависеть от теоретической грамотности и возможности предвидеть.

В заключение считаю своим долгом выразить признательность профессору А.Н.Сисакяну за всестороннюю поддержку работы, результаты которой здесь излагаются, и профессору В.М.Дубовику за информационную поддержку в процессе работы.

Список литературы

[1] Космачев О.С. Препринт ОИЯИ, Р2-2002-217, Дубна 2002.

[2] Lomont J.S. Applications of finite groups. New York, London. Academic Press, 1959, p.51.

[3] Космачев О.С. Сообщения ОИЯИ, Р2-97-175, Дубна 1997.

[4] Наймарк М.А. Линейные представления группы Лоренца. М: ФМ, 1958, с.88.

[5] Pauli W. Handbuch der Physik. Berlin. Verlag Julius Springer, 1933, second edition, vol.24, Part 1, p.236.

[6] Громов Н.А. Контракции и аналитические продолжения классических групп. Единый подход. Сыктывкар. Коми научный центр, 1990.

Получено 1 июля 2003 г.