



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
Дубна

1095/
2-80

18/3 - 80

P4 - 12992

А.И.Вдовин, В.Г.Соловьев, Ч.Стоянов

КВАЗИЧАСТИЧНО-ФОНОННАЯ МОДЕЛЬ ЯДРА
И ОПИСАНИЕ ВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ
НЕЧЕТНЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ЯДЕР

1980

ВВЕДЕНИЕ

По мере роста энергии возбуждения ядра происходит усложнение структуры его возбужденных состояний. Этот процесс в разной степени проявляется в разных ядрах, отражая индивидуальность их свойств. Так, в ядрах с замкнутыми оболочками одночастичная структура состояний сохраняется до энергий возбуждения $E_x \approx 2$ МэВ, в то время как в деформированных ядрах заметные примеси /типа "квазичастица + фонон"/ к одночастичным состояниям появляются уже при энергиях $E_x \approx 0,5$ МэВ. В сферических ядрах с развитым спариванием и в ядрах переходных областей заметные примеси сложных конфигураций наблюдаются уже в структуре основного состояния. Можно, однако, сформулировать ряд общих закономерностей процесса усложнения структуры состояний, как это было сделано в работах^{/1/}.

Усложнение структуры возбужденных состояний, т.е. появление в их волновых функциях все большего числа все более сложных компонент, означает, с другой стороны, что оболочечные двух-, трех- и т.д. многочастичные конфигурации не проявляются в чистом виде начиная с некоторой энергии возбуждения. В результате взаимодействия с другими конфигурациями они фрагментируются, "размазываются" по большому числу ядерных состояний. Фрагментация простейших конфигураций /одночастичных или частично-дырочных/ играет важную роль при промежуточных и высоких энергиях возбуждения, являясь, например, причиной существования больших ширин у гигантских резонансов и глубоких дырочных состояний сферических ядер.

Теоретическому анализу фрагментации силы простых оболочечных конфигураций, количественным расчетам фрагментации в рамках различных ядерных моделей посвящен ряд работ. Одной из первых явилась работа Брауна, Эванса и Таулеса^{/2/}, в которой на примере ядер ^{16}O и ^{40}Ca было показано, что благодаря взаимодействию одночастичных ядерных состояний с колебаниями ядерной поверхности заметная часть спектроскопической силы одночастичного состояния отщепляется и сдвигается на несколько МэВ относительно невозмущенного положения одночастичного уровня. Взаимодействие одночастичных состояний с более сложными учитывалось затем во многих работах при изучении нижайших возбужденных состояний как легких, так и тяжелых ядер^{/3,4/}. Например, в работе^{/4/} фрагментация одночастичных состояний благодаря взаимодействию с $2p-1h$ и $2h-1p$ конфигурациями изучалась на примере ядер ^{207}Tl , ^{207}Pb , ^{209}Pb и ^{209}Bi в рамках теории конечных ферми-систем. Оказалось, что в этих ядрах основная часть одночастичной силы сконцентрирована на одном оболочечном уровне.

Как правило, используемые в расчетах волновые функции ядерных состояний включают малое число компонент. Например, в работе^{/5/}, рассчитывая магнитные моменты и вероятности $M1$ -переходов между низколежащими состояниями, авторы ограничились волновой функцией, состоящей из одноквазичастичной компоненты и двух компонент "квазичастица + фонон". Столь простые волновые функции можно использовать только для описания нижайших возбужденных уровней.

Для правильного описания фрагментации одночастичных состояний с энергией возбуждения $E_x \geq 3-4$ МэВ или для вычисления величины одночастичной компоненты в структуре возбужденных состояний, лежащих при таких энергиях, нужно использовать гораздо более сложные волновые функции, что значительно усложняет расчеты. Пытаясь обойти эту трудность, авторы работ^{/6/}, рассчитывая фрагментацию высоколежащих дырочных состояний, точно учитывали взаимодействие дырки только с нижайшими квадрупольными и октупольными колебаниями, а связь с неколлективными трехчастичными и более сложными конфигурациями учитывалась введением эффективной ширины возбужденных уровней, которая зависела от энергии возбуждения.

Фрагментация одноквазичастичных состояний нечетных ядер при промежуточных и высоких энергиях возбуждения интенсивно изучается в рамках квазичастично-фононной модели ядра^{/7-21/}. В этой модели фрагментация объясняется взаимодействием одноквазичастичных состояний с фононными возбуждениями четно-четного остова. Спектр фононных возбуждений, который используется в расчетах в рамках квазичастично-фононной модели, весьма широк и включает наряду с обычными низколежащими квадрупольными и октупольными фононами фононы с моментами и четностями $J^\pi = 1^-, 4^+, 5^-, 6^+, 7^-$ и $J^\pi = 1^+, 2^-, 3^+ \dots 7^+$ ^{/22/}. Следует подчеркнуть, что сила взаимодействия квазичастиц с фононами в этой модели не является свободным параметром, как в феноменологических моделях^{/23,24/}, она определяется структурой фононов.

Значительная часть работ, выполненных в рамках квазичастично-фононной модели, посвящена деформированным ядрам^{/7,9-14,17-20/}. Здесь были исследованы общие закономерности фрагментации силы одноквазичастичного состояния в зависимости от его положения относительно уровня Ферми, квантовых чисел $[N n_z \Lambda]$ ^{/14,17,18/}, рассчитаны нейтронные силовые функции^{/17,18/}. В сферических ядрах также изучались нейтронные s - и p -волновые силовые функции^{/18/}, а недавно были выполнены расчеты фрагментации глубоких дырочных состояний в изотопах олова^{/21/}.

В конкретных расчетах учитывалась связь одноквазичастичных состояний только с конфигурациями типа "квазичастица + фонон". В рамках модели были получены уравнения как для деформированных^{/9-12/}, так и для сферических ядер^{/8/}, которые, в принципе, позволяли учесть и более сложные конфигурации. Однако практическое решение этих уравнений оказалось исключительно трудной задачей вследствие большой размерности систем линейных уравнений, определяющих коэффициенты при различных компонентах в волновых функциях, и нелинейной их зависимости от энергии состояния.

В связи с этим были предприняты попытки построить приближенные методы решения уравнений модели^{/8-12/}. Наиболее совершенным из них был так называемый метод многополюсного приближения^{/12/}. Однако практически эти методы были использованы только для изучения влияния компонент "квазичастица + два фонона" на структуру слабо возбужденных состояний деформированных ядер. Используя однополюсное приближение^{/9,11/}, авторы работы^{/13/} показали, что эти компоненты начинают играть заметную роль при энергиях возбуждения $E_x \geq 1,0-1,5$ МэВ. Лишь недавно одним из авторов настоящей работы был предложен численный итерационный метод решения уравнений квазичастично-фононной модели ядра^{/25/}.

Наряду с разработкой приближенных методов решения уравнений модели, которые предполагают расчет структуры каждого отдельного возбужденного состояния ядра, для описания фрагментации одноквазичастичных состояний было предложено использовать^{/15,17/} понятие силовой функции^{/26/}. Силовая функция описывает изменение в зависимости от энергии усредненной по некоторому интервалу энергии возбуждения одноквазичастичной компоненты. Используя понятие силовой функции и некоторые аналитические свойства уравнений квазичастично-фононной модели^{/15,17/}, удастся избежать трудоемкой задачи вычисления величины одноквазичастичной компоненты в волновой функции каждого возбужденного уровня. Но в случае расчета силовой функции, соответствующей достаточно сложной модельной волновой функции, мы сталкиваемся с необходимостью многократно вычислять детерминанты высокого порядка, что также является непростой задачей.

Таким образом, работы, в которых влияние компонент более сложных, чем "квазичастица + фонон", учитывалось бы последовательным образом, отсутствуют. Кроме того, в большинстве работ, где в рамках квазичастично-фононной модели изучались нечетные ядра, не учитывались изовекторные компоненты эффективных мультиполь-мультипольных сил. Между тем их влияние при энергиях возбуждения в области гигантского дипольного

Член модельного гамильтониана ядра, описывающий взаимодействие квазичастиц с фононами, имеет вид:

$$H_{qph} = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \sum_{\lambda\mu} (Q_{\lambda\mu}^+ + (-)^{\lambda-\mu} Q_{\lambda-\mu}) \sum_{j_1 j_2} \frac{f_{j_1 j_2}^{\lambda} v_{j_1 j_2}^{(-)}}{\sqrt{\chi_r(\lambda)}} [a_{j_1 m_1}^+ a_{j_2 -m_2}^{\lambda-\mu}] + \text{h.c.},$$

$$v_{j_1 j_2}^{(-)} = u_{j_1} u_{j_2} - v_{j_1} v_{j_2} \quad /2.4/$$

Формулы /2.2/-/2.4/ написаны для случаев, когда индексы $(\lambda\mu)$ относятся к мультипольному фонону. Для того, чтобы получить члены гамильтониана, связанные с вкладом спин-мультипольных фононов, следует произвести следующие замены в формулах /2.2/-/2.4/: а/ матричный элемент $f_{j_1 j_2}^{\lambda}$ заменить на $f_{j_1 j_2}^{\lambda L}$ - одночастичный приведенный матричный элемент спин-мультипольного оператора $r^{\lambda} [\sigma_1 Y_{\lambda\mu}(\theta\phi)]_{LM}$; б/ $\kappa_0^{(\lambda)}$, $\kappa_1^{(\lambda)}$ заменить на $\kappa_0^{(\lambda L)}$ и $\kappa_1^{(\lambda L)}$; в/ величины $u_{j_1 j_2}^{(+)}$ и $v_{j_1 j_2}^{(-)}$ заменить соответственно на $u_{j_1 j_2}^{(-)} = u_{j_1} v_{j_2} - u_{j_2} v_{j_1}$ и $v_{j_1 j_2}^{(+)} = u_{j_1} u_{j_2} + v_{j_1} v_{j_2}$.

Модельная волновая функция возбужденного состояния нечетного сферического ядра, которую мы будем использовать в настоящей работе, имеет следующий вид:

$$\Psi_{\nu}(JM) = C_{J\nu} \{ a_{JM}^+ + \sum_{\lambda j} D_j^{\lambda i}(J\nu) [a_{jm}^+ Q_{\lambda\mu}^+]_{JM} + \sum_{\lambda_1 \lambda_2 j_1 j_2} F_{j_1 j_2}^{\lambda_1 \lambda_2 i_2}(J\nu) [a_{jm}^+ [Q_{\lambda_1 \mu_1}^+ Q_{\lambda_2 \mu_2}^+]_{IM}]_{JM} \} \Psi_0.$$

/2.5/

Волновая функция /2.5/ нормирована на единицу:

$$\langle \Psi_{\nu}^*(JM) \Psi_{\nu}(JM) \rangle = C_{J\nu}^2 \{ 1 + \sum_{\lambda j} \{ D_j^{\lambda i}(J\nu) \}^2 + 2 \sum_{\lambda_1 \lambda_2 j_1 j_2} \{ F_{j_1 j_2}^{\lambda_1 \lambda_2 i_2}(J\nu) \}^2 \} = 1.$$

Уравнения для энергии $\eta_{J\nu}$ состояния $\Psi_{\nu}(JM)$ и коэффициентов $C_{J\nu}$, $D_j^{\lambda i}$ и $F_{j_1 j_2}^{\lambda_1 \lambda_2 i_2}$ были получены в работе /8/, где, правда, не учитывались изовекторные слагаемые сил /2.1/. Это, однако, не влияет на вид уравнений, поэтому приведем их здесь без вывода:

$$\mathcal{F}(\eta_{J\nu}) \equiv \epsilon_J - \eta_{J\nu} - \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\lambda j} \Gamma(Jj\lambda i) D_j^{\lambda i}(J\nu) = 0, \quad /2.6/$$

$$\sum_{\lambda j} D_j^{\lambda i}(J\nu) \left(\epsilon_{j_1} + \omega_{\lambda_1 i_1} - \eta_{J\nu} - \frac{1}{2} \sum_{\lambda_2 j_2} \frac{[\Gamma(j_2 \lambda_2 i_2)]^2}{\epsilon_{j_2} + \omega_{\lambda_2 i_2} - \eta_{J\nu}} \right) \delta_{\lambda_1 i_1} \delta_{j_1} + \dots$$

/2.7/

$$+ \frac{1}{2} \sum_{j_3} \frac{\Gamma(j_3 j_1 \lambda i) \Gamma(j_3 j_1 i_1)}{\epsilon_{j_3} + \omega_{\lambda_1 i_1} + \omega_{\lambda_1} - \eta_{J\nu}} [(2j_1+1)(2j_1+1)]^{1/2} \left\{ \begin{matrix} \lambda & j_3 j_1 \\ \lambda_1 & J j \end{matrix} \right\} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Gamma(Jj_1 \lambda i)$$

Величина $\Gamma(Jj\lambda i)$ для случая, когда индексы (λi) относятся к мультипольному фонону, имеет следующий вид /21/:

$$\Gamma(Jj\lambda i) = \left(\frac{2\lambda+1}{2J+1} \right)^{1/2} \frac{f_{JJ}^{\lambda} v_{JJ}^{(-)}}{\sqrt{\chi_r(\lambda)}}. \quad /2.8/$$

Вид $\Gamma(Jj\lambda i)$ для случая, когда индексы (λi) относятся к спин-мультипольному фонону, получается из /2.8/ в соответствии с вышеприведенным рецептом. Значение индекса r у $\chi_r(\lambda i)$ определяется тем, какой системе - нейтронной или протонной - принадлежит квазичастица a_{JM}^+ .

Выражение для коэффициента $F_{j_1 j_2}^{\lambda_1 \lambda_2 i_2}(J\nu)$ мы не приводим, т.к. в дальнейшем эти коэффициенты нам не понадобятся. Необходимо отметить, что при получении уравнений сделан ряд предположений. Во-первых, мы предполагали, что нечетная квазичастица слабо влияет на структуру фононных возбуждений четно-четного остова, и не учитывали это влияние. Соответственно в уравнениях /2.6/-/2.7/ принцип Паули учитывается приближенно. Кроме того, при вычислении матричного элемента от оператора H_{qph} между состояниями /2.5/ были сохранены только члены $\langle a_{JM} | H_{qph} | [Q_{\lambda_1 \mu_1}^+ a_{jm}^+]_{JM} \rangle$ и

$$\langle [a_{jm} Q_{\lambda\mu}]_{JM} | H_{qph} | [a_{j_1 m_1}^+ [Q_{\lambda_1 \mu_1}^+ Q_{\lambda_2 \mu_2}^+]_{IM}]_{JM} \rangle,$$

а малый член $\langle a_{JM} | H_{qph} | [a_{j_1 m_1}^+ [Q_{\lambda_1 \mu_1}^+ Q_{\lambda_2 \mu_2}^+]_{IM}]_{JM} \rangle$ был отброшен, что соответствует обычным предположениям феноменологических моделей /23,24/. Все перечисленные приближения могут сказаться на результатах расчетов при небольших /~ 1±2 МэВ/ энергиях возбуждения.

Общий вид решения системы линейных уравнений /2.7/ для коэффициентов $D_j^{\lambda i}(J\nu)$ можно написать, воспользовавшись формулами Крамера:

$$D_j^{\lambda i}(J\nu) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\Gamma(Jj\lambda i)}{\epsilon_j + \omega_{\lambda i} - \eta_{J\nu}} K_j^{\lambda i}(\eta_{J\nu}). \quad /2.9/$$

Множитель $K_j^{\lambda_i}(\eta)$ в /2.9/ представляет собой отношение двух соответствующих детерминантов и включает все полюса типа " $\epsilon_j + \omega_{\lambda_1} + \omega_{\lambda_{i1}} - \eta$ ", т.е. все полюса, связанные с членом "квазичастица + два фонана" в волновой функции /2.5/. Подставив /2.9/ в /2.6/, мы получим секулярное уравнение, определяющее энергию $\eta_{J\nu}$ состояния $\Psi_\nu(JM)$:

$$\mathcal{F}(\eta_{J\nu}) \equiv \epsilon_J - \eta_{J\nu} - \frac{1}{2} \sum_{\lambda_{ij}} \frac{\Gamma^2(Jj\lambda_i)}{\epsilon_j + \omega_{\lambda_i} - \eta_{J\nu}} K_j^{\lambda_i}(\eta_{J\nu}) = 0. \quad /2.10/$$

Если в волновой функции возбужденного состояния нечетного ядра не учитывать компоненты "квазичастица + два фонана", т.е. ограничиться волновой функцией вида

$$\Psi_\nu(JM) = C_{J\nu} \{ a_{JM}^+ + \sum_{\lambda_{ij}} D_j^{\lambda_i}(J\nu) [a_{JM}^+ Q_{\lambda_i}^+] \}_{JM} \Psi_0. \quad /2.11/$$

множитель $K_j^{\lambda_i}(\eta_{J\nu}) = 1$ и вместо формул /2.9/ и /2.10/ получают хорошо известные, использовавшиеся на протяжении многих лет как при изучении низколежащих состояний, так и состояний с энергией возбуждения порядка энергии связи нейтрона /7,14,16-18/.

3. СИЛОВАЯ ФУНКЦИЯ. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ МОДЕЛИ

Решение системы линейных уравнений /2.7/ - задача весьма сложная. Размерность матрицы коэффициентов $D_j^{\lambda_i}(J\nu)$ в ядрах с массовым числом $A \approx 120$ при энергиях возбуждения 10-12 МэВ равна $n = 200 \div 300$. Кроме того, энергия η входит в уравнения /2.6/-/2.7/ нелинейно. В то же время из общих соображений ясно, что точно вычислять значение $C_{J\nu}^2$ для каждого решения $\Psi_\nu(JM)$ не имеет смысла, т.к. в большинстве случаев они очень малы и могут заметно меняться при варьировании параметров модели. Физический смысл имеет только среднее значение величины $C_{J\nu}^2$ на некотором интервале энергии возбуждения, существенно большем, чем среднее расстояние между решениями $\eta_{J\nu}$ уравнений /2.6/-/2.7/. Эта величина также более устойчива к вариациям параметров модели, чем отдельные значения $C_{J\nu}^2$. Поэтому в работах /15-18/ было предложено вычислять не коэффициенты $C_{J\nu}$ для каждого решения системы уравнений /2.6/-/2.7/, а силовую функцию

$C^2(\eta)$, которая описывает изменение усредненной величины $\overline{C_{J\nu}^2}$ в зависимости от энергии возбуждения η /26/:

$$C^2(\eta) = \sum_{\nu} \rho(\eta - \eta_{J\nu}) C_{J\nu}^2. \quad /3.1/$$

Весовая функция $\rho(x)$ выбрана нами в лоренцевой форме:

$$\rho(x) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta}{x^2 + \Delta^2/4}; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x) dx = 1.$$

Параметр Δ определяет величину энергетического интервала, по которому "размазывается" значение $C_{J\nu}^2$, соответствующее данному решению $\Psi_\nu(JM)$.

В точках решения системы уравнений /2.6/-/2.7/ выполняется условие

$$\left. \frac{d\mathcal{F}(\eta)}{d\eta} \right|_{\eta=\eta_{J\nu}} = - \frac{1}{C_{J\nu}^2}. \quad /3.2/$$

Как показано в работах /14,15,17,18/, это условие позволяет, воспользовавшись теорией вычетов, записать силовую функцию /3.1/ в виде

$$C^2(\eta) = \frac{1}{\pi} \text{Im} \frac{1}{\mathcal{F}(\bar{\eta})},$$

где $\bar{\eta}$ - комплексная переменная $\bar{\eta} = \eta + i\frac{\Delta}{2}$. Явный вид для $C^2(\eta)$ легко получить из выражения /2.10/ для $\mathcal{F}(\bar{\eta})$:

$$C^2(\eta) = \frac{1}{\pi} \frac{\frac{\Delta}{2} [1 + \Gamma_2(\eta)]}{[\epsilon_J - \eta - \gamma_2(\eta)]^2 + \frac{\Delta^2}{4} [1 + \Gamma_2(\eta)]^2}. \quad /3.3/$$

$$\gamma_2(\eta) = \frac{1}{2} \sum_{\lambda_{ij}} \frac{\Gamma^2(Jj\lambda_i) \{ L_j^{\lambda_i}(\eta) (\epsilon_j + \omega_{\lambda_i} - \eta) - \frac{\Delta^2}{4} M_j^{\lambda_i}(\eta) \}}{(\epsilon_j - \eta + \omega_{\lambda_i})^2 + \Delta^2/4}$$

$$\Gamma_2(\eta) = \frac{1}{2} \sum_{\lambda_{ij}} \frac{\Gamma^2(Jj\lambda_i) \{ M_j^{\lambda_i}(\eta) (\epsilon_j + \omega_{\lambda_i} - \eta) + L_j^{\lambda_i}(\eta) \}}{(\epsilon_j + \omega_{\lambda_i} - \eta)^2 + \Delta^2/4}$$

Функции $L_j^{\lambda_i}(\eta)$ и $M_j^{\lambda_i}(\eta) \frac{\Delta}{2}$ - реальная и мнимая части функции комплексного аргумента $K_j^{\lambda_i}(\bar{\eta})$, введенной нами в /2.9/, т.е. $K_j^{\lambda_i}(\bar{\eta}) = L_j^{\lambda_i}(\eta) + i \frac{\Delta}{2} M_j^{\lambda_i}(\eta)$.

Как уже отмечалось, отбрасывание в волновой функции /2.5/ компонент "квазичастица + два фонона" приводит к тому, что $K_j^{\lambda_1}(\eta) = 1$, или, в новых обозначениях, $M_j^{\lambda_1}(\eta) = 0$, $L_j^{\lambda_1}(\eta) = 1$. Тогда для $C^2(\eta)$ мы получаем следующее выражение, известное из работ /24-26/:

$$C^2(\eta) = \frac{1}{\pi} \frac{\frac{\Delta}{2} \{1 + \Gamma_1(\eta)\}}{\{\epsilon_j - \eta - \gamma_1(\eta)\}^2 + \frac{\Delta^2}{4} \{1 + \Gamma_1(\eta)\}^2},$$

$$\gamma_1(\eta) = \frac{1}{2} \sum_{\lambda_{ij}} \frac{\Gamma^2(J_j \lambda_i) (\epsilon_j + \omega_{\lambda_i} - \eta)}{(\epsilon_j + \omega_{\lambda_i} - \eta)^2 + \Delta^2/4}, \quad /3.4/$$

$$\Gamma_1(\eta) = \frac{1}{2} \sum_{\lambda_{ij}} \frac{\Gamma^2(J_j \lambda_i)}{(\epsilon_j + \omega_{\lambda_i} - \eta)^2 + \Delta^2/4}.$$

Для того, чтобы рассчитать $C^2(\eta)$, необходимо уметь вычислять коэффициенты $D_j^{\lambda_1}$, входящие в выражение для $\mathcal{F}(\bar{\eta})$, для разных значений комплексной переменной $\bar{\eta}$. В работе /25/ был предложен и апробирован итерационный метод решения системы /2.7/ для комплексных значений переменной $\bar{\eta}$.

Запишем систему уравнений /2.7/ в матричном виде:
 $\mathcal{G} \vec{D} = \vec{\Gamma}$.

\vec{D} - вектор, компоненты которого - неизвестные коэффициенты $D_j^{\lambda_1}$, $\vec{\Gamma}$ - вектор, образованный правыми частями уравнений /2.7/. Диагональные элементы матрицы \mathcal{G} , как правило, больше недиагональных. Этому способствуют три фактора: а/ из-за правил отбора по моменту и четности среди g_{ik} ($i \neq k$) много равных нулю; б/ недиагональные матричные элементы содержат геометрический множитель с δ_j -символом, который всегда меньше 1; в/ недиагональные матричные элементы g_{ik} образованы некогерентными суммами, в то время как в диагональные матричные элементы входят когерентные суммы $\sim \Gamma^2(j_1 j_2 \lambda_i)$. Лишь в тех случаях, когда энергия η оказывается близкой к какому-либо полюсу типа "квазичастица + два фонона", некоторые недиагональные элементы становятся большими. Роль недиагональных матричных элементов системы /2.7/ заключается главным образом в уничтожении лишних полюсов, а положение решений $\eta_{j\nu}$ и фрагментация определяются в основном диагональными элементами.

Именно на последнее свойство системы уравнений /2.7/ обратили в первую очередь внимание авторы работ /7,8/. На первом этапе уравнения /2.6/-/2.7/ пытались решить, сохраняя в уравнениях только когерентные члены /т.е. члены $\sim \Gamma^2(j_1 j_2 \lambda_i)$. Эти члены одновременно являются и диагональными. Но в таком приближении у системы /2.7/ появляются лишние, нефизические решения. Для того, чтобы избавиться от них, предлагалось учитывать ближайшие к искомому корню недиагональные члены уравнений /2.7/ /9,11,12/. Однако из-за флуктуаций в величинах $\Gamma(j_1 j_2 \lambda_i)$ влияние разных полюсов определяется многими факторами и а priori трудно сформулировать критерий, позволяющий оценить, какие именно недиагональные полюса надо учесть. В случаях, когда структура решения оказывалась коллективной, т.е. состояла из большого числа сравнимых по величине компонент, искусственное ограничение числа учитываемых недиагональных полюсов приводило к искажению структуры состояния. Учет одного, двух недиагональных полюсов оказывается достаточным только для вычисления волновых функций решений /2.6/-/2.7/, имеющих простую структуру. Увеличение числа учитываемых недиагональных полюсов приводит к чрезвычайно быстрому усложнению формул, делая их малопригодными для практического использования.

Преобладание в системе /2.7/ диагональных элементов над недиагональными позволяет применить для ее решения итерационный метод Якоби. Согласно этому методу n -ое приближенное решение системы $\vec{D}^{(n)}$ находится следующим образом:

$$\vec{D}^{(n)} = \vec{D}^{(n-1)} + \mathcal{K} (\vec{\Gamma} - \mathcal{G} \vec{D}^{(n-1)}), \quad /3.5/$$

где матрица \mathcal{K} - диагональная и ее матричные элементы равны:

$$k_{ii} = g_{ii}^{-1}.$$

В качестве начального приближения $\vec{D}^{(0)}$ используется вектор $\vec{\Gamma}$: $\vec{D}^{(0)} = \vec{\Gamma}$. Итерационный метод Якоби сходится, если для всех строк матрицы \mathcal{G} выполняется неравенство

$$k_i = |g_{ii}|^{-1} \sum_{i' \neq i} |g_{i'i}| < 1. \quad /3.6/$$

Однако, как указывалось выше, для некоторых значений переменной $\bar{\eta}$ условие /3.6/ будет нарушаться. В этом случае матрицу \mathcal{K} в /3.5/ следует брать в другом виде. Пусть осуществляется ситуация, когда

$$k_i > 1, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

$$k_i < 1, \quad i = m+1, m+2, \dots, n.$$

/ n - ранг матрицы \mathcal{G} /.

/Такого положения всегда можно добиться перестановкой строк и столбцов матрицы \mathcal{G} /. Матрицу \mathcal{K} определим тогда следующим образом:

$$\mathcal{K} = \begin{cases} \mathcal{G}'^{-1}, & i=1,2,\dots,m. \\ g_{ii}^{-1}, & i=m+1, m+2, \dots, n. \end{cases} \quad /3.7/$$

Матрица \mathcal{G}' в /3.7/ образована первыми m -строками и столбцами матрицы \mathcal{G} . Следует подчеркнуть, что каждому значению $\bar{\eta}$ будет соответствовать своя матрица \mathcal{G}' , размерность \mathcal{G}' будет меняться от точки к точке. Здесь полезно провести аналогию с описанным чуть выше методом многополюсного приближения. Выбор матрицы \mathcal{K} в виде /3.7/ означает, что в первом приближении из всей матрицы \mathcal{G} выделяется субматрица, соответствующая полюсам, наиболее сильно связанным с одноквазичастичным состоянием, фрагментацию которого мы вычисляем. Из остальных матричных элементов g_{ik} при этом учитываются только диагональные. Это как раз и соответствует многополюсному приближению^{/9,12/}. Если же условие /3.6/ выполняется для всех строк матрицы \mathcal{K} , то первым приближением к точному решению уравнений /2.6/-/2.7/ будет результат, получившийся с сохранением только когерентных членов в этих уравнениях^{/7,8/}. Однако итерационный метод идет дальше. Следующие итерации учитывают и вклад недиагональных элементов, вносящих небольшие поправки и, что более важно, исключая лишние корни, лежащие на большом удалении от $\bar{\eta}$. Кроме того, мы имеем численный критерий, позволяющий выбрать те недиагональные полюса, вклад которых в данной точке $\bar{\eta}$ наиболее существен, и можем изменять число учитываемых полюсов от точки к точке.

По сравнению с вычислением матрицы \mathcal{G}^{-1} метод работает тем эффективнее, чем меньше размерность матрицы \mathcal{G}' , т.е. чем ближе к 1 величина $(n-m)/n$.

В качестве примера была рассмотрена фрагментация дырочного нейтронного состояния $1g_{9/2}$ ядра ^{119}Sn в интервале энергии возбуждения $0 \leq E_x \leq 10$ МэВ^{/25/}. Ранг матрицы \mathcal{G} оказался равным $n=276$. Но ранг матрицы \mathcal{G}' во всех точках $\bar{\eta}$ был более чем на порядок меньше n : $m \leq 20$.

В повышении эффективности предложенного итерационного метода известную роль играет использование искусственной размазки коэффициентов $C_{J\nu}$ с помощью весовой функции $\rho(x)$, т.к. увеличение параметра Δ уменьшает величину недиагональных матричных элементов g_{ik} и увеличивает скорость сходимости итерационного процесса. Критерием того, что в точке $\bar{\eta}$ мы

на k -ом шаге итерационного процесса получили точное решение, является абсолютное значение r вектора невязки \vec{r} :

$$r = |\vec{r}|, \quad \vec{r} = \mathcal{G}\vec{D}^{(k)} - \vec{r}.$$

В приведенном выше примере значение $r \leq 10^{-4}$ достигалось после 7-8 итераций для $\Delta = 0,1$ МэВ и после 2-3 итераций для $\Delta = 0,5$ МэВ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе сформулирован аппарат, позволяющий в принципе учесть в рамках квазичастично-фононной модели влияние конфигураций "квазичастица + два фонона" на фрагментацию одноквазичастичных состояний. Не только получены уравнения модели, учитывающие как изоскалярные, так и изовекторные составляющие эффективных мультиполь-мультипольных сил, но и сформулирован численный метод их решения. Расчет фрагментации дырочного состояния изотопа олова с $A=119$ показал высокую эффективность предложенного метода. Детальное изучение роли компонент "квазичастица + два фонона" и расчеты фрагментации глубоких дырочных состояний сферических ядер, в которых учтены эти компоненты, будут предметом следующих публикаций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соловьев В.Г. ЭЧАЯ, 1972, 3, с.770; Soloviev V.G. Nuclear Structure Study with Neutrons. Akademiai Kiado, Budapest, 1974, p.85; Soloviev V.G. Neutron Capture Gamma-Ray Spectr., Reactor Centrum Nederland, Petten, 1975, p.99.
2. Brown G.E., Evans J.A., Thouless D.J. Nucl.Phys., 1963, 45, p.164.
3. Famery A. J.Phys.G: Nucl.Phys., 1979, 5, p.241.
4. Ring P., Werner E. Nucl.Phys., 1973, A211, p.198.
5. Lowson R.D., Müller-Arnke A. Phys.Rev., 1977, C16, p.1609.
6. Doll P. Nucl.Phys., 1977, A292, p.165; Koeling T., Iachello F. Nucl.Phys., 1978, A295, p.45.
7. Soloviev V.G., Malov L.A. Nucl.Phys., 1972, A196, p.433.
8. Вдовин А.И., Соловьев В.Г. ТМФ, 1974, 19, с.275.
9. Малов Л.А., Соловьев В.Г. ЯФ, 1975, 21, с.502; ТМФ, 1975, 25, с.265.

10. Малов Л.А., Нестеренко В.О. ОИЯИ, Р4-8206, Дубна, 1974.
11. Малов Л.А., Очирбат Г. ОИЯИ, Р4-8447, Дубна, 1974.
12. Малов Л.А., Очирбат Г. ОИЯИ, Р4-8492, Дубна, 1974.
13. Малов Л.А., Нестеренко В.О., Соловьев В.Г. Изв. АН СССР /сер. физ./, 1975, 39, с.1605.
14. Малов Л.А., Соловьев В.Г. ЯФ, 1976, 23, с.53.
15. Очирбат Г. ОИЯИ, Р4-8774, Дубна, 1975.
16. Dambasuren D. et al. Journ.Phys.G: Nucl.Phys., 1976, 2, p.25.
17. Malov L.A., Soloviev V.G. Nucl.Phys., 1976, A270, p.87.
18. Малов Л.А., Соловьев В.Г. ЯФ, 1977, 26, с.729.
19. Vdovin A.I. et al. Preprint ZfK-376, 1978, p.33.
20. Дуран Р., Малов Л.А. ОИЯИ, Р4-11673, Дубна, 1978.
21. Вдовин А.И., Стоянов Ч., Чан Зуй Кхьонг. Изв. АН СССР /сер.физ./, 1979, 43, с.999; JINR, E4-12012, Dubna, 1978.
22. Соловьев В.Г. ЭЧАЯ, 1978, 9, с.810; Соловьев В.Г. В кн.: Структура ядра. ОИЯИ, Д-6465, Дубна, 1972, с.77; Soloviev V.G. Nucleonika, 1979, 23, p.1149.
23. Alaga G., Ialongo G. Nucl.Phys., 1976, A97, p.600; Alaga G. В кн.: Структура ядра. ОИЯИ, Д-6465, Дубна, 1972, с.288.
24. Heyde K., Brussard P.J. Nucl.Phys., 1967, A104, p.81; Z.Physik, 1973, 259, p.15.
25. Стоянов Ч. ТМФ, 1979, 40, с.422.
26. Бор О., Моттelson Б. Структура ядра. "Мир", М., 1971, т.1.
27. Fedotov S.I. et al. Proc. Int. Conf. on Selected Topics in Nuclear Structure, v.1. JINR, D-9682, Dubna, 1976, p.120.

Рукопись поступила в издательский отдел
10 декабря 1979 года.