



объединенный  
институт  
ядерных  
исследований  
дубна

927/2-80

3/3-80

P4 - 12918

Г.Н.Афанасьев, А.Г.Гальперин, М.Б.Добромыслов,  
В.П.Пермяков, В.М.Шилов

ДИССИПАЦИЯ ЭНЕРГИИ

В РЕАКЦИЯХ С ТЯЖЕЛЫМИ ИОНАМИ

В РАМКАХ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ МОДЕЛИ.

Часть II

Направлено в "Известия АН СССР" /сер. физ./

1979

1. В предыдущей работе <sup>1/</sup> был рассмотрен упрощенный механизм диссипации энергии в реакциях с тяжелыми ионами. Идея состояла в том, чтобы трактовать потери энергии как результат возбуждения уровней осциллятора, который отождествляется с модами гигантского резонанса в ядре-мишени. Гигантский резонанс трактовался в духе ранних работ, то есть как взаимные колебания протонной и нейтронной компонент плотности ядра-мишени. Следующие дополнительные предположения были использованы, чтобы сделать модель более обобщимой: а/ не учитывалась отдача протонной компоненты плотности ядра-мишени; б/ взаимодействие протонной и нейтронной компонент плотности аппроксимировалось осцилляторным потенциалом; в/ взаимодействие налетающего иона с протонной компонентой выбиралось в виде прямоугольной притягивающей ямы на малых расстояниях и кулоновского отталкивания - на больших /рис. 1/; взаимодействие налетающего иона с протонной компонентой плотности имело дельтаобразный характер и учитывалось в первом порядке теории возмущений. За счет возбуждения уровней осциллятора падающая частица с определенной вероятностью теряет энергию. Процессы, при которых энергия падающей частицы оказывается меньше, чем высота потенциального барьера, предлагалось идентифицировать с процессом образования составного ядра.

Несмотря на прозрачность идейной стороны формализма, окончательные формулы, приведенные в <sup>1</sup>, малообозримы и с трудом поддаются качественному анализу. Дальнейшее изложение строится следующим образом. В п.2 мы рассмотрим одномерный вариант рассматриваемой задачи. В п.3 будут приведены результаты вычислений для модели, рассмотренной в <sup>1</sup>. Наконец, в п.4 обсуждается возможность захвата на связанные состояния.

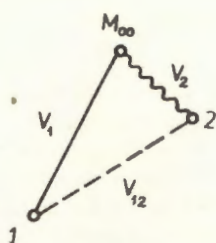
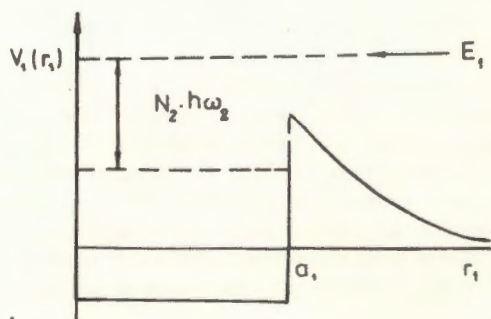


Рис. 1. Схематическое изображение модели, рассмотренной в





2. Рассматривается следующая одномерная модель. Около силового центра 0 колеблется частица 2, взаимодействующая с центром 0 по осцилляторному закону:

$$V_2(x_2) = \frac{k_2 x_2^2}{2}.$$

На силовой центр 0 налетает частица 1, взаимодействующая дельтаобразным потенциалом с частицей 2:

$$V_{12} = W_0 \delta(x_1 - x_2).$$

Потенциал взаимодействия частицы 1 с силовым центром имеет вид, показанный на рис.2. То есть:

$$V_1(x_1) = \begin{cases} \infty, & x_1 < 0, \\ 0, & 0 < x_1 < a, \quad x_1 > b, \\ V_0, & a < x_1 < b. \end{cases}$$

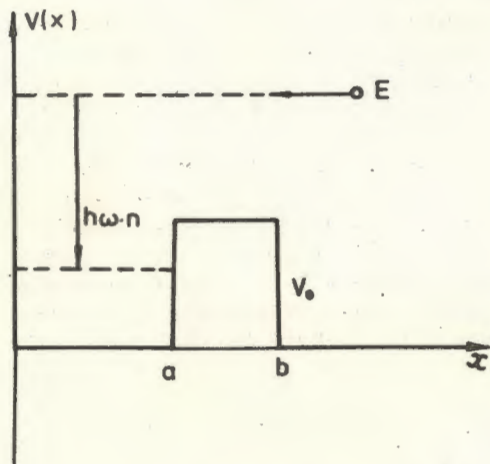


Рис. 2. Схематическое изображение рассматриваемой одномерной модели.

Как и ранее, взаимодействие частиц 1 и 2 учитываем в первом порядке теории возмущений. Таким образом, частица 1, падающая справа налево с энергией  $E$  / рис.2/, с определенной вероятностью возбуждает осцилляторный уровень частицы 2 и снова уходит на бесконечность с энергией  $E_n = E - n \cdot \hbar \omega$ . Амплитуду обнаружения на бесконечности отраженной частицы с энергией, равной энергии падающей частицы, обозначим через  $A_3$ . Условие сохранения числа частиц приводит к тому,

что квадрат абсолютной величины коэффициента при падающей волне /равный единице/ должен быть равен сумме квадратов модулей при расходящихся волнах; то есть

$$1 = |A_3|^2 + \sum_n |S_n|^2. \quad /2.1/$$

Оказывается, что  $|A_3| = 1$ , поэтому правая часть /2.1/ оказывается больше единицы. Это связано с нарушением унитарности за счет использования первого порядка теории возмущений. Если бы условие унитарности выполнялось, то сечение реакции было бы равно

$$\sigma_R = 1 - |A_3|^2.$$

Из-за нарушения упомянутого условия для вычисления сечения реакции /при малых  $W_0$ / приходится вычислить всю сумму

$$\sum_n |S_n|^2.$$

По своему смыслу  $w_n = |S_n|^2$  есть вероятность обнаружить на бесконечном расстоянии от центра частицу с энергией  $E_n$ . Если энергия падающей частицы  $E$  больше высоты барьера, то  $w_n$  можно представить в виде произведения трех факторов: вероятности проникновения через барьер частицы с энергией  $E$ , вероятности возбуждения  $n$ -го осцилляторного уровня и вероятности последующего проникновения частицы с энергией  $E_n$ . При  $E > V_0$  первый множитель практически равен 1. Если бы барьера не было /то есть  $V_0 = 0$ /, то величина  $|S_n|^2$  представляла бы вероятность возбуждения падающей частицей  $n$ -го осцилляторного уровня. Примем, что вероятности возбуждения одинаковы при  $V_0 = 0$  и  $V_0 \neq 0$ . Тогда отношения  $|S_n|^2 / |S_n^0|^2$  есть вероятность проникновения через барьер частицы с энергией  $E_n$ , а  $T_n = 1 - |S_n|^2 / |S_n^0|^2$  есть вероятность отсутствия проникновения. Наконец,  $|S_n^0|^2 \cdot T_n$  есть вероятность того, что падающая частица с энергией  $E$  возбудит  $n$ -й осцилляторный уровень и не будет обнаружена на бесконечности, то есть захватится потенциальным барьером. Наконец, сечение захвата /слияния/ определяется как сумма

$$\sum_n \frac{k_n}{k} \sigma_n^f.$$

Здесь необходимо сделать несколько замечаний. Из-за унитарности число падающих частиц равно числу уходящих, то есть, строго говоря, частица захватится не может. Однако каждая модель, описывающая рассеяние тяжелых ионов, содержит как одночастичные, так и многочастичные аспекты. Одночастичные аспекты проявляются в том, что на больших расстояниях потенциал приближается к кулоновскому, и в самом существова-



нии потенциальных барьеров. Многочастичные эффекты проявляются на малых расстояниях, то есть там, где плотности сталкивающихся ионов перекрываются. При этом происходит существенная перестройка потенциальных полей сталкивающихся ионов и понятие потенциального барьера теряет свой смысл. Поэтому смысл предыдущей формулы состоит в том, что постулируется образование составного ядра всякий раз, когда в результате возбуждения осцилляторных уровней энергия падающего иона оказывается ниже барьера. Следующая наглядная модель иллюстрирует это обстоятельство. Шарик 1, ударяясь о шарик 2, подвешенный на пружине, теряет часть своей энергии и может оказаться внутри потенциальной ямы / рис.3/. В классической механике шарик может выбраться из ямы только в том случае, если осциллятор передаст ему всю энергию возбуждения или часть ее, перейдя в более низкое энергетическое состояние. Однако возможен и другой вариант: осциллятор за счет наличия поля излучения перейдет в основное состояние посредством испускания фотона. Тогда частица 1 может выбраться из потенциальной ямы только в результате туннельного эффекта. Следующая ситуация также возможна: хотя частица в конце концов выбирается из потенциальной ямы, но это занимает слишком много времени. /Например, больше времени регистрации события. В этом случае это событие идентифицируется как слияние/. Наличие всех этих механизмов, не содержащихся в исходной потенциальной модели, в какой-то степени учитывается данным выше определением сечения слияния.

Проанализируем качественно основные закономерности в поведении сечений слияния. При  $E \rightarrow \infty$  сечение слияния стремится к нулю как  $V_0/E$ , поскольку оба сечения реакции /при  $V_0 = 0$  и  $V_0 \neq 0$  / стремятся к одному и тому же пределу. Это связано с тем, что вклад от возбуждения уровней, лежащих

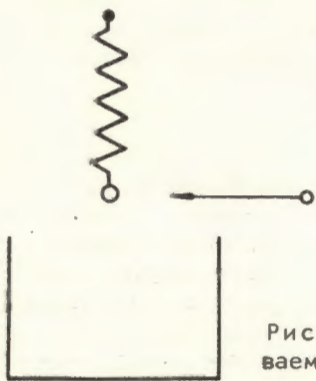


Рис. 3. Классический аналог рассматриваемой одномерной модели.

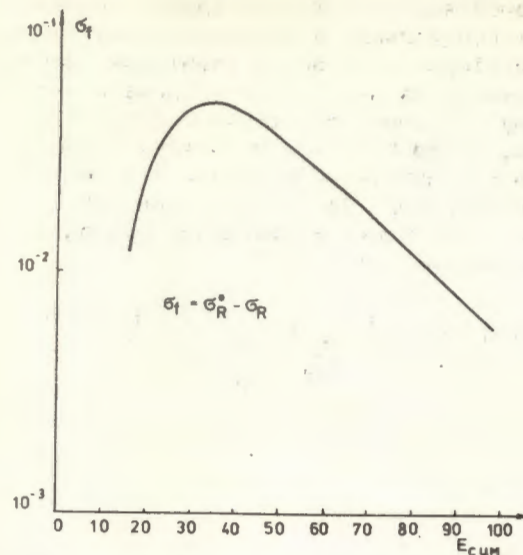


Рис. 4. Зависимость сечения слияния от энергии для рассматриваемой одномерной модели.

ниже барьера, оказывается относительно малым. При энергии налетающей частицы  $E$ , меньшей расстояния между уровнями осциллятора  $\hbar\omega$ , оба сечения также обращаются в нуль. Таким образом, сечения слияния достигают максимума при энергии порядка величины потенциального барьера. Типичная кривая приведена на рис. 4.

Рассмотрим теперь зависимость сечений слияния от осцилляторных параметров  $a_0, \omega$ . При  $a_0 \gg b$  осцилляторная функция сосредоточена вне потенциальной ямы, сброс энергии происходит на расстояниях, сильно превышающих размеры потенциальной ямы. Поэтому влияние потенциальной ямы несущественно, оба сечения реакции практически одинаковы, а сечение слияния очень мало. При малых значениях параметра осцилляторной длины волновая функция сосредоточена вблизи начала координат. Малым значениям  $a_0$  / при заданном  $\omega$  / отвечают большие значения массы и константы связи. Вероятность возбуждения такой системы мала, и оба сечения опять-таки стремятся к нулю. Таким образом, имеет место та же ситуация, что и для зависимости от энергии: сечение слияния достигает максимума при некотором  $a_0$ . Аналогичная ситуация существует для зависимости от частоты осциллятора: при  $\hbar\omega \gg E$  оба сечения равны нулю, так как не хватает энергии для возбуждения низшего уровня; при  $\hbar\omega < E$  оба сечения примерно одинаковы, так что сечение слияния опять-таки мало.

3. Перейдем к трехмерной картине. В этом случае окончательные формулы для дифференциальных и полных сечений, отвечающих возбуждению осцилляторного уровня с квантовыми числами  $(n, l)$ , довольно сложны и из них трудно извлечь качественные следствия. Поэтому поступим следующим образом. Рассмотрим сначала ситуацию, когда налетающая частица 1/рис. 1/ взаимодействует только с осциллирующей частицей 2 и не взаимодействует с силовым центром. Тогда легко получить дифференциальное сечение, отвечающее возбуждению осцилляторного уровня с квантовыми числами  $(n, l)$  :

$$\sigma_{nl}(\theta) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4} \frac{m_1 W_0}{\hbar^2} \right)^2 (2l+1) \frac{1}{n!} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\Gamma(n+l+\frac{1}{2})} \frac{k_{nl}}{k} \left( \frac{q_{nl} \cdot a}{2} \right)^{4n+2l} \times \exp \left[ - \left( \frac{q_{nl} \cdot a}{2} \right)^2 \right]$$

Здесь

$$k^2 = \frac{2m_1 E_1}{\hbar^2}, \quad k_n^2 = \frac{2m_1}{\hbar^2} [E_1 - \hbar\omega(2n+l)],$$

$$q_{nl}^2 = k^2 + k_n^2 - 2kk_n \cos \theta$$

Сечение  $\sigma_{nl}(\theta)$  как функция угла рассеяния  $\theta$  имеет максимум при

$$\cos \theta = \frac{a^2 k^2 + a^2 k_n^2 - 4N}{2a^2 k \cdot k_n} \quad (N = 2n + l)$$

Этот максимум лежит в физической области при

$$0 \leq \sqrt{N} \leq \frac{k \cdot a}{1 + \frac{m_1}{2m_0 \cos \theta}}$$

Если это соотношение не выполняется, максимум лежит либо при  $\theta < 0$  / в этом случае сечение в физической области убывает /, либо при  $\theta > \pi$  /сечение растет/.

Проинтегрировав  $\sigma_{nl}(\theta)$  по углам, находим сечение возбуждения уровня с квантовыми числами  $(n, l)$  :

$$\sigma_{nl}(E) = \left( \frac{m_1 W_0}{4\hbar^2} \right)^2 \frac{1}{k^2 a^2} \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2n+l}} \frac{(2l+1)}{n!} \frac{1}{\Gamma(n+l+\frac{3}{2})} \frac{a^2}{2} \int_{\frac{a^2}{2}(k-k_{nl})^2}^{\frac{a^2}{2}(k+k_{nl})^2} e^{-y} y^N dy.$$

Наконец, суммарное сечение возбуждения уровня с энергией  $E_n = N \cdot \hbar\omega$  равно:

$$\sigma_N(E) = \sum_{2n+l=N} \sigma_{nl}(E) = \left( \frac{m_1 W_0}{4\hbar^2} \right)^2 \frac{1}{k^2 a^2} \frac{2}{N!} \int_{\frac{a^2}{2}(k-k_N)^2}^{\frac{a^2}{2}(k+k_N)^2} e^{-y} y^N dy. \quad /3.1/$$

Следующие закономерности следуют из /3.1/:

а/ при  $E \rightarrow \infty$   $\sigma_N(E)$  убывает обратно пропорционально энергии  $E$ , стремясь к одной и той же величине, не зависящей от  $N$  :

$$\sigma_N(E) = \left( \frac{m_1 W_0}{4\hbar^2} \right)^2 \frac{2}{k^2 a^2} \quad E \rightarrow \infty$$

Это связано с тем, что интеграл при этом стремится к  $N!$ , в точности компенсируя множитель  $1/N!$  перед интегралом;

б/ при  $E \rightarrow N \cdot \hbar\omega$   $\sigma_N(E)$  также стремится к нулю:

$$\sigma_N(E) = \left( \frac{m_1 W_0}{4\hbar^2} \right)^2 \frac{1}{k^2 a^2} \frac{2}{N!} 2e^{-\frac{a^2 k^2}{2}} \left( \frac{a^2 k^2}{2} \right)^N \frac{a^2 k_N}{2} \quad E \rightarrow N \cdot \hbar\omega$$

Таким образом,  $\sigma_N(E)$  как функция энергии  $E$  достигает максимума при некоторой энергии  $E_1$ . На рис. 5 показано

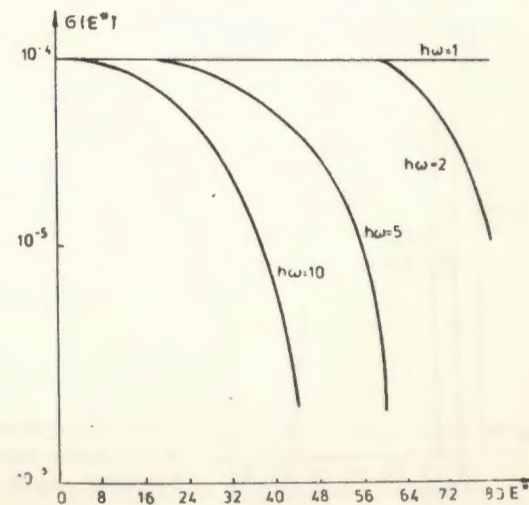


Рис. 5. Сечение возбуждения как функция энергии возбуждения осциллятора.



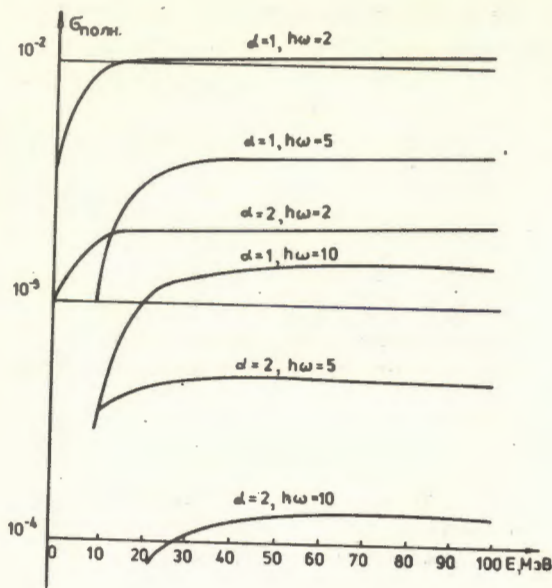


Рис. 6. Полное сечение возбуждения как функция энергии налетающего иона.

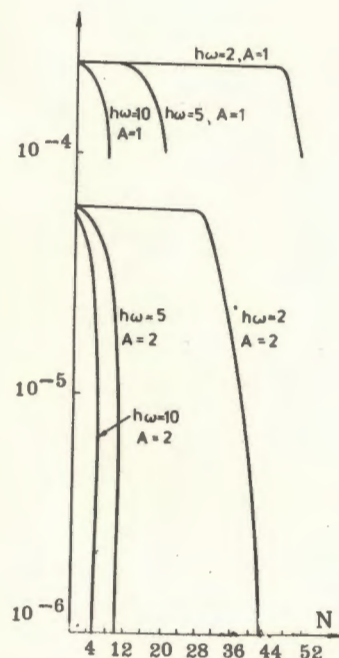


Рис. 7. Сечение образования составного ядра как функция энергии налетающего иона.

сечение возбуждения в зависимости от энергии возбуждения осциллятора  $E^*$ . При  $E^* \ll E_1$  все кривые стремятся к одному и тому же пределу

$$\left(\frac{m_1 W_0}{4\hbar^2}\right)^2 \frac{2}{k^2 a^2} \approx 0,6 \cdot 10^{-4} \text{ Фм}^2.$$

На рис. 6 представлены полные сечения /то есть просуммированные по возможным возбуждениям/ в зависимости от энергии падающего иона  $E$  для разных значений осцилляторных параметров  $(a, \omega)$ . Выход сечений на плато для больших значений  $E$  легко увидеть, если обратиться к рис. 5. Именно все сечения, приведенные на рис. 5, постоянны в некотором интервале возбуждений, а затем быстро спадают. Рассмотрим, например, кривую, отвечающую величине  $\hbar\omega = 2$ . Эта кривая выходит на плато /равное  $6 \cdot 10^{-5}$  Фм<sup>2</sup>/, после чего быстро стремится к нулю. Умножая эту константу на примерный интервал изменения  $N (\approx 30)$ , получаем примерное значение константы, на которую выходит полное сечение /рис. 6/. Наконец, на рис. 7 представлено сечение слияния, вычисленное по той же методике, что и в одномерном случае /п. 2/.

4. Заметим, что при получении сечений образования составной системы мы использовали то или иное определение сечения слияния. Например, в <sup>1</sup> мы постулировали, что в сечение образования составной системы вносят вклад только те процессы, при которых энергия налетающей частицы в результате возбуждения осцилляторных уровней оказывается ниже потенциального барьера. Однако это не есть захват в рамках данной модели: волновая функция частицы, попавшей внутрь потенциального барьера, со временем "вытекает" из него в результате "просачивания" через барьер и прохождения над барьером /за счет того, что осциллятор с определенной вероятностью может отдать часть энергии возбуждения частице, находящейся над барьером/.

Ниже мы обсудим возможность чисто квантовомеханического захвата на связанные состояния. Ради простоты рассмотрим опять-таки одномерную задачу с прямоугольным притягивающим потенциалом /рис. 8/. То есть

$$V(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0, \\ -v_0, & 0 < x < a, \\ 0, & x > a. \end{cases}$$

Таким образом, частица 1 с энергией  $E$  возбуждает осциллятор 2, находящийся вблизи начала координат, и ее энергия

уменьшается на величину, кратную  $\hbar\omega$ . Поставим следующий вопрос: возможна ли такая потеря энергии, при которой частица свалится в потенциальную яму /рис.8/? Выпишем полный гамильтониан системы:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m_1} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} - \frac{\hbar^2}{2m_2} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + V_1(x_1) + V_2(x_2) + V_{12}(x_1 - x_2).$$

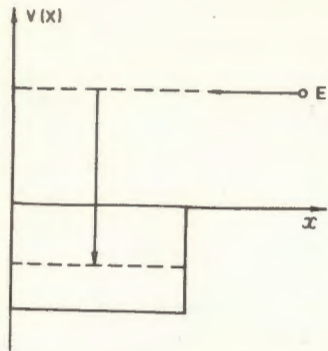


Рис. 8. Схематическое изображение захвата на состояния с отрицательной энергией.

Как и ранее, взаимодействие налетающей частицы 1 с осциллятором 2 выбираем в простейшем виде, то есть в виде дельта-функции

$$V_{12} = W_0 \delta(x_1 - x_2).$$

Полную волновую функцию разложим в ряд по осцилляторным функциям  $U_n(x)$  :

$$\Psi = \Psi_0(x_1) U_0(x_2) + \sum_{n < m} \phi_n(x_1) U_n(x_2) + \sum_{n \geq m} \phi_n(x_1) U_n(x_2). \quad /4.1/$$

Здесь  $\Psi_0(x_1)$  - волновая функция, отвечающая упругому рассеянию на потенциале  $V_1(x_1)$ . Ради удобства в /4.1/ полная сумма разбита на 2 части, отвечающие суммированию по положительным и отрицательным энергиям /после возбуждения осциллятора/ частицы 1. Функции  $\phi_n(x)$  удовлетворяют следующей системе дифференциальных уравнений:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_1} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + V_1 \right\} \phi_n + W_{0n} \Psi_0 + \sum_m \phi_m W_{nm} = E_n \phi_n. \quad /4.2/$$

где

$$W_{mn} = \int \bar{U}_n(x_2) U_m(x_2) V_{12}(x_1 - x_2) dx_2.$$

$$E_n = E - n\hbar\omega.$$

Пренебрегая суммой в правой части /4.2/ /что соответствует ограничению 1-м порядком теории возмущений/, находим с помощью функций Грина:

$$\phi_n(x) = \frac{2m_1}{\hbar^2} \int G_n(x, x') \Psi_0(x') W_{0n}(x') dx'. \quad /4.3/$$

Заметим, что при  $n \geq m$  к решению /4.3/ можно добавить решения однородной части уравнения /4.2/. Эти решения, отвечающие связанным состояниям в потенциале  $V_1(x_1)$ , имеют решения только при дискретных значениях энергии налетающей энергии  $E$  /являющихся комбинацией уровней энергии осциллятора и прямоугольной ямы/ /2/. Однако для произвольных значений решение имеет вид /4.3/. Устремляя в /4.1/  $x_1$  к бесконечности, находим асимптотику  $\Psi$  :

$$\Psi \rightarrow (e^{-ikx_1} + S_0 e^{ikx_1}) U_0 + \sum_{n < m} S_n e^{ik_n x_1} U_n(x_2) + \sum_{n \geq m} \tilde{S}_n e^{-k_n x_1} U_n(x_2). \quad /4.4/$$

Последняя сумма в /4.4/ экспоненциально затухает, что соответствует захвату части частиц потенциальной ямой. Тем не менее из стандартного требования сохранения нормировки волновой функции /3/ всякая информация о коэффициентах  $\tilde{S}_n$  выпадает. Это связано с тем, что члены суммы /4.3/, отвечающей состояниям с положительной энергией, нормированы на бесконечность /точнее, на дельта-функцию  $\delta(k-k')$  / , тогда как члены суммы, отвечающей связанным состояниям, имеют конечную нормировку и, следовательно, вносят исчезающе малый вклад в полную нормировку. Бесконечная нормировка, в свою очередь, обязана тому, что мы аппроксимировали падающую частицу плоской волной. При более реалистической постановке задачи мы должны были бы из плоских волн образовать волновой пакет с конечной нормировкой /4/. В этом случае в нормировку волновой функции вносят конечный вклад состояния как с положительной, так и с отрицательной энергией. При этом разность между начальным потоком и потоком рассеянных частиц с положительной энергией можно трактовать как сечение образования составного ядра. Классическим аналогом этого явления является захват Земли метеоритов.



#### ЛИТЕРАТУРА

1. Афанасьев Г.Н., Трайдос М., Шилов В.М. Изв.АН СССР, 1978, 42, с.2343.
2. Жигунов В.П., Захарьев Б.Н. Методы сильной связи каналов в квантовой теории рассеяния. Атомиздат, М., 1974.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика, "Наука", М., 1974.
4. Гольдбергер М., Ватсон К. Теория столкновений. "Мир", М., 1967.

Рукопись поступила в издательский отдел  
13 ноября 1979 года.