

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

948/2-80

3/3-80

P4 - 12910

С.С.Герштейн, Ю.В.Петров, Л.И.Пономарев,
Л.Н.Сомов, М.П.Файфман

КИНЕТИКА ПРОЦЕССОВ МЮОННОГО КАТАЛИЗА
В СМЕСИ ДЕЙТЕРИЯ И ТРИТИЯ

1979

P4 - 12910

С.С.Герштейн,¹ Ю.В.Петров,² Л.И.Пономарев,
Л.Н.Сомов, М.П.Файфман³

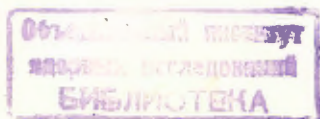
КИНЕТИКА ПРОЦЕССОВ МЮОННОГО КАТАЛИЗА
В СМЕСИ ДЕЙТЕРИЯ И ТРИТИЯ

Направлено в ЖЭТФ

¹ Институт физики высоких энергий, Серпухов.

² Ленинградский институт ядерной физики
им. Б.П.Константинова, Гатчина.

³ Институт атомной энергии им. И.В.Курчатова,
Москва.



Герштейн С.С. и др.

P4 - 12910

Кинетика процессов мюонного катализа
в смеси дейтерия и трития

Получены простые аналитические выражения, описывающие кинетику процессов мюонного катализа в молекулярной смеси дейтерия и трития. Найдены условия, при которых достигается наибольшая эффективность процесса мюонного катализа. Обсуждаются различные типы экспериментов, необходимых для измерения основных характеристик процессов.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1979

Gershtein S.S. et al.

P4 - 12910

Kinetics of Processes of the Muonic Catalysis
in the Molecular Mixture of Deuterium and Tritium

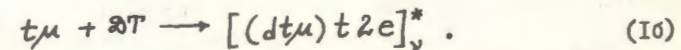
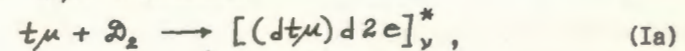
Simple analytic expressions are obtained which describe the kinetics of processes of the muonic catalysis in the molecular mixture of deuterium and tritium. Conditions are found for the maximum efficiency of the muon catalysis. Various types of experiments on measurement of the main characteristics of the process are discussed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

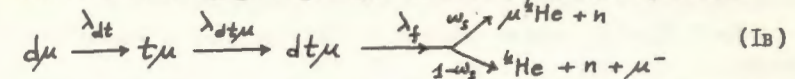
I. Введение

Как следует из теоретических расчетов^{/1/}, в мезомолекуле $dt\mu$ существует возбужденный вращательно-колебательный уровень ($J=1, \nu=1$) с очень малой энергией связи $\epsilon_{11} \approx 0,7$ эВ^{/2/}, благодаря которому возможно резонансное образование мезомолекул $dt\mu$ в реакциях:



Существование аналогичного резонансного механизма в чистом дейтерии, $d\mu + D_2 \rightarrow [(dd\mu) d_2 e]^*$, предполагалось давно^{/3/} и недавно доказано экспериментально^{/4/} и теоретически^{/1/}.

Скорость резонансного образования $dt\mu$ -молекул должна зависеть от температуры смеси $D_2 + T_2$, а ее максимальное значение $\lambda_{dt\mu} \sim 10^8$ с⁻¹. В этих условиях эффективность мюонного катализа ядерной реакции синтеза в цепочке процессов



весьма велика, что позволяет поставить вопрос о возможности практического использования явления μ -катализа^{/5/}.

В силу большой ожидаемой скорости образования мезомолекул $dt\mu$ (сравнимой со скоростью перехвата $d\mu \rightarrow t\mu$) кинетика реакций в смеси $D_2 + T_2$ имеет специфические особенности, отличающие ее от кинетики реакций в смеси $H_2 + D_2$ и чистом дейтерии^{/6/}. В данной работе получены простые аналитические формулы, описывающие кинетику процессов μ -катализа, и обсуждаются условия, при которых могут быть измерены их основные характеристики^{х)}.

х) В ДЛП ОИЯИ только что завершен эксперимент^{/7/}, в котором впервые зарегистрирована реакция синтеза ядер в мезомолекулах $dt\mu$ и получен нижний предел для скорости образования мезомолекул $dt\mu$ ($\lambda_{dt\mu} > 10^8$ с⁻¹), что согласуется с теоретическими предсказаниями^{/1/}. Измеренная скорость $\lambda_{dt}^0 = (2,7 \pm 0,9) \cdot 10^8$ с⁻¹ процесса $d\mu \rightarrow t\mu$ также согласуется с теоретическими расчетами^{/1/}.

2. Обозначения и система уравнений

Общая схема мезомолекулярных процессов в смеси $\mathcal{D}_2 + T_2$, справедливая при произвольной плотности и концентрации компонентов, изображена на рис. 1. Здесь введены обозначения:

$\lambda_0 = 0,455 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$ - скорость распада μ^- -мезона;

$\varphi = N/N_0$ - отношение плотности ядер смеси (N) к плотности жидкого водорода ($N_0 = 4,25 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$);

λ_a (λ_a^*) - скорости захвата μ^- -мезона на К-орбиту мезоатомов $d\mu$ и $t\mu$ при плотности смеси N и плотности жидкого водорода N_0 соответственно;

λ_{dt} (λ_{dt}^*) - скорости изотопного обмена $d\mu + t \rightarrow t\mu + d$;

$\lambda_{tt\mu}$, $\lambda_{dd\mu}$ и $\lambda_{tt\mu}$ ($\lambda_{dt\mu}^*$, $\lambda_{dd\mu}^*$ и $\lambda_{tt\mu}^*$) - скорости образования мезомолекул $dt\mu$, $dd\mu$ и $tt\mu$;

C_d и C_t - концентрации ядер дейтерия и трития ($C_d + C_t = 1$);

λ_f , λ_{fd} и λ_{ft} - скорости ядерных реакций синтеза в мезомолекулах $dt\mu$, $dd\mu$ и $tt\mu$ соответственно (усредненные по спиновым состояниям мезомолекул);

ω_d , ω_d' , ω_t , ω_s - коэффициенты прилипания μ^- -мезона к заряженным продуктам синтеза в реакциях, представленных на рис. 1;

$N_\mu = N_\mu(t)$ - число свободных μ^- -мезонов в момент времени t ;

$N_{d\mu}$ и $N_{t\mu}$ - число мезоатомов $d\mu$ и $t\mu$;

$N_{dt\mu}$, $N_{dd\mu}$ и $N_{tt\mu}$ - число соответствующих мезомолекул;

N_n , N_{nd} и N_{nt} - число нейтронов, испускаемых при реакциях синтеза в мезомолекулах $dt\mu$, $dd\mu$ и $tt\mu$ соответственно.

Система уравнений, описывающих кинетику процессов, изображенных на рис. 1, имеет вид:

$$-\frac{dN_\mu}{dt} = (\lambda_0 + \lambda_a)N_\mu - \lambda_f(1-\omega_s)N_{dt\mu} - \lambda_{fd}\left(1 - \frac{\omega_d + \omega_d'}{2}\right)N_{dd\mu} - \lambda_{ft}(1-\omega_t)N_{tt\mu}, \quad (I.0)$$

$$-\frac{dN_{d\mu}}{dt} = (\lambda_0 + \lambda_{dt}C_t + \lambda_{dd\mu}C_d)N_{d\mu} - \lambda_a C_d N_\mu, \quad (I.1)$$

$$-\frac{dN_{t\mu}}{dt} = (\lambda_0 + \lambda_{dt\mu}C_d + \lambda_{tt\mu}C_t)N_{t\mu} - \lambda_{dt}C_t N_{d\mu} - \lambda_a C_t N_\mu - \frac{1}{2}\lambda_{fd}\omega_d' N_{dd\mu}, \quad (I.2)$$

$$-\frac{dN_{dt\mu}}{dt} = (\lambda_0 + \lambda_f)N_{dt\mu} - \lambda_{dt\mu}C_d N_{t\mu}, \quad (I.3)$$

$$-\frac{dN_{dd\mu}}{dt} = (\lambda_0 + \lambda_{fd})N_{dd\mu} - \lambda_{dd\mu}C_d N_{d\mu}, \quad (I.4)$$

$$-\frac{dN_{tt\mu}}{dt} = (\lambda_0 + \lambda_{ft})N_{tt\mu} - \lambda_{tt\mu}C_t N_{t\mu}, \quad (I.5)$$

$$-\frac{dN_n}{dt} = -\lambda_f N_{dt\mu}, \quad (I.6)$$

$$-\frac{dN_{nd}}{dt} = -\frac{1}{2}\lambda_{fd} N_{dd\mu}, \quad (I.7)$$

$$-\frac{dN_{nt}}{dt} = -2\lambda_{ft} N_{tt\mu}. \quad (I.8)$$

В начальный момент времени, т.е. в момент попадания мюона в смесь $\mathcal{D}_2 + T_2$, $N_\mu(0) = 1$, а концентрация всех остальных компонентов $N_i(0) = 0$. Ввиду резонансного характера образования мезомолекул $dt\mu$ скорости $\lambda_{dt\mu}^{(a)}$ и $\lambda_{dt\mu}^{(b)}$ процессов (Ia) и (Iб) могут сильно различаться между собой. Поэтому под величиной $\lambda_{dt\mu}C_d$ в уравнениях (I) в действительности подразумевается величина

$$\lambda_{dt\mu}C_d = \lambda_{dt\mu}^{(a)}2C_{\mathcal{D}_2} + \lambda_{dt\mu}^{(b)}C_{\mathcal{D}T}, \quad (2)$$

где $C_{\mathcal{D}_2}$ и $C_{\mathcal{D}T}$ - концентрация молекул \mathcal{D}_2 и $\mathcal{D}T$. Поскольку уже при комнатных температурах в смеси $\mathcal{D}_2 + T_2$ быстро происходит изотопный обмен и устанавливается равновесная концентрация:

$$C_{\mathcal{D}_2} : C_{\mathcal{D}T} : C_{T_2} = C_d^2 : 2C_d C_t : C_t^2, \quad (2a)$$

в кинетических уравнениях (I) при условии (2a) эффективная скорость $\lambda_{dt\mu}$ равна:

$$\lambda_{dt\mu} = \lambda_{dt\mu}^{(a)}C_d + \lambda_{dt\mu}^{(b)}C_t. \quad (2б)$$

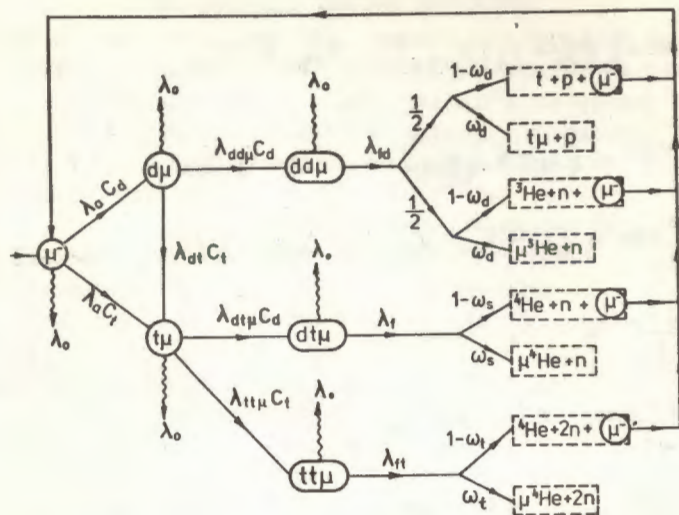


Рис. 1. Схема мезомолекулярных процессов, протекающих в смеси дейтерия и трития.

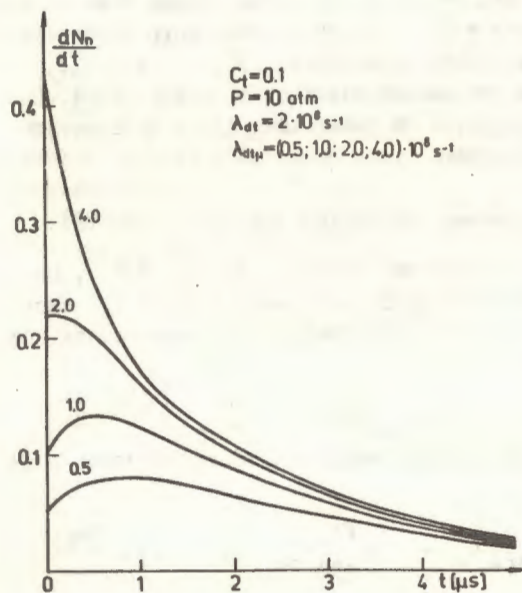


Рис. 2. Временные распределения (20) нейтронов с энергией 14,1 МэВ, испускаемых в реакции синтеза $d+t \rightarrow {}^4\text{He}+n$ в мезомолекуле $d\text{t}\mu$ при давлении $P = 10$ атм, концентрации трития $C_t = 0,1$, значениях $\lambda_{dt} = 2 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$ и $\lambda_{dt\mu} = (0,5; 1; 2; 4) \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$.

Аналогичным образом

$\lambda_{dd\mu}^{(a)} = \lambda_{dd\mu}^{(a)} C_d + \lambda_{dd\mu}^{(e)} C_t$,
 где $\lambda_{dd\mu}^{(a)}$ и $\lambda_{dd\mu}^{(e)}$ - скорости резонансного образования мезомолекул $dd\mu$ при столкновении атомов $d\mu$ с ядрами дейтерия в молекулах \mathcal{D}_2 и $\mathcal{D}T$.

Следует отметить, что величины $\lambda_{dt\mu}^{(a)}$ и $\lambda_{dt\mu}^{(e)}$ в силу резонансного механизма образования $dt\mu$ - молекул сами могут сложным образом зависеть от температуры, плотности и концентрации компонентов смеси.

Прежде всего, их температурная зависимость будет сложнее, чем простейший ее случай, рассмотренный в работе [1], поскольку в действительности уже при умеренных температурах реакции (Ia) и (Iб) идут не только из основного, но и из возбужденных вращательных состояний молекул \mathcal{D}_2 и $\mathcal{D}T$ в возбужденные вращательные состояния комплексов $[(dt\mu)d2e]^*$ и $[(dt\mu)t2e]^*$.

Следует также учитывать, что образование мезомолекул $dt\mu$ происходит в различных состояниях их сверхтонкой структуры. Согласно расчетам [8] уровень ($J=1, v=1$) за счет взаимодействия спинов частиц и орбитального момента J мезомолекулы расщеплен на 10 уровней, максимальное расстояние между которыми составляет $\sim 0,2$ эВ. Скорости образования $dt\mu$ - молекул в каждом из состояний hfs имеют свою резонансную зависимость от температуры. Кроме того, эти вероятности существенным образом зависят от начальной заселенности уровней сверхтонкой структуры $t\mu$ - атома, которая, в свою очередь, зависит от скорости переворота спинов в реакции $t\mu(\uparrow\uparrow) + t \rightarrow t\mu(\uparrow\downarrow) + t$, т.е. от плотности φ смеси и концентрации C_t ядер трития.

Во всем предыдущем обсуждении неявно предполагалось, что атомы $t\mu$ в реакциях (Ia) и (Iб) термализованы. Однако при достаточно малых концентрациях трития ($C_t \ll 1$) мезоатомы $t\mu$ образуются в реакции изотопного обмена $d\mu + t \rightarrow t\mu + d$ с энергией ≈ 20 эВ и не успевают замедлиться до тепловых скоростей. Это может привести к изменению характера температур-

ной зависимости процесса μ -катализа^{x)}. В этом случае системе уравнений (I) следует решать совместно с уравнениями, описывающими кинетику замедления мезоатомов $t\mu$.

Все перечисленные эффекты важно учитывать при теоретическом вычислении скоростей $\lambda_{dt\mu}^{(a)}$ и $\lambda_{dt\mu}^{(b)}$ и детальном расчете кинетики процесса μ -катализа. При феноменологическом подходе, принятом в данной работе, скорости $\lambda_{dt\mu}^{(a)}$ и $\lambda_{dt\mu}^{(b)}$ можно рассматривать как некоторые усредненные характеристики процесса. Они считаются неизвестными функциями φ и C_t , которые надлежит определить из опыта.

Что же касается зависимости скорости ядерных реакций от спинового состояния мезомолекул, то в случае, когда все эти скорости велики ($\lambda_f \geq 10^{11} \text{ с}^{-1}$), кинетика мезомолекулярных процессов для времен $t \gg \lambda_f^{-1}$ от них не зависит (см. п. 3). Поэтому в системе уравнений (I) достаточно использовать значения λ_f , усредненные по состояниям сверхтонкой структуры мезомолекул.

Для дальнейших численных оценок примем следующие ориентировочные значения констант скоростей μ -мезомолекулярных процессов, приведенные к плотности жидкого водорода N_0 /10/:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{dt}^{\circ} &= 2 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}; \\ \lambda_{dt\mu}^{\circ} &\sim 10^8 \text{ с}^{-1} \\ \lambda_{d\mu}^{\circ} &\sim (0,08-0,8) \cdot 10^6 \text{ с}^{-1} \end{aligned} \right\} \text{Зависят от температуры} \\ \text{средн,} \\ \lambda_{tt\mu}^{\circ} &= 3 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}, \\ \lambda_f &\sim 10^{12} \text{ с}^{-1}, \\ \lambda_{fd} &\sim \lambda_{ft} \sim 10^{11} \text{ с}^{-1}, \\ \lambda_a &\sim 10^{10} \text{ с}^{-1}, \\ \omega_s &\approx 10^{-2}, \quad \omega_d = 0,13, \quad \omega'_d = 0,0027, \quad \omega_t \sim 0,1,$$

x) На это обстоятельство обратил внимание П.Ф.Ермолов^{7/} (см. также^{9/}). Легко показать, что для замедления $t\mu$ -атома от энергии ≈ 20 эВ до энергии $\sim 0,04$ эВ необходимо 6-8 столкновений $t\mu + d \rightarrow t\mu + d$. Принимая во внимание сечение этого процесса $\sigma = 1,5 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$ /10/, найдем, что время термализации $t\mu$ -атома $\tau \sim (10^8 \varphi)^{-1} \text{ с}$. Таким образом, при больших скоростях образования $dt\mu$ -молекул ($\lambda_{dt\mu} \geq \tau^{-1}$, т.е. $\lambda_{dt\mu} \geq 10^8 \text{ с}^{-1}$) не все $t\mu$ -атомы успеют термализоваться.

$\varphi = 1,28 \cdot 10^{-3} P$ (атм), где P - давление в смеси при нормальной температуре $T = 273^{\circ} \text{ К}$.

3. Решение системы уравнений

По условиям эксперимента обычно трудно наблюдать события в моменты $t < t_0 = 10^{-8} \text{ с}$ после остановки μ -мезона. Ограничимся поэтому описанием кинетики μ -мезомолекулярных процессов при $t > t_0 \gg \lambda_f^{-1}$ и рассмотрим, например, уравнение (I.3). Решение этого уравнения можно записать в виде

$$N_{dt\mu}(t) = \lambda_{dt\mu} C_d e^{-\lambda_f t} \int_0^t e^{\lambda_f t'} N_{t\mu}(t') dt'.$$

При $t \gg \lambda_f^{-1}$ $N_{t\mu}(t)$ меняется сравнительно медленно, по закону

$$N_{t\mu}(t) = B_1 e^{-\lambda_1 t} + B_2 e^{-\lambda_2 t},$$

причем $\lambda_1, \lambda_2 \ll \lambda_f$, поэтому с точностью до членов $\sim (\lambda_i / \lambda_f)$ получим:

$$N_{dt\mu}(t) \approx \frac{\lambda_{dt\mu} C_d}{\lambda_f} N_{t\mu}(t). \quad (4)$$

Физический смысл этого соотношения ясен: концентрация $dt\mu$ -молекул определяется наиболее медленным процессом образования $t\mu$ -атомов, поэтому за времена $t \sim \lambda_f^{-1}$ устанавливается квазиравновесие концентраций $N_{dt\mu}$ и $N_{t\mu}$ с множителем пропорциональности $\lambda_{dt\mu} C_d / \lambda_f$, равным отношению скоростей возникновения и уничтожения $dt\mu$ -молекул. (Этот результат можно получить немедленно, если учесть условие квазиравновесия $dN_{dt\mu}/dt \approx 0$, которое означает, что скорость изменения $N_{dt\mu}$ значительно меньше скорости λ_f .) Аналогично из уравнений (I.4) и (I.5) получаем соотношения

$$N_{d\mu} \approx \frac{\lambda_{d\mu} C_d}{\lambda_{fd}} N_{t\mu}, \quad (5)$$

*) Приведенные значения коэффициентов прилипания ω_s, ω_d и т.д. не учитывают "отрывания" μ -мезонов при столкновениях образовавшихся мезоатомов гелия, например, в реакциях $\mu + \text{He} + t \rightarrow t\mu + \text{He}$, $t\mu + d \rightarrow d\mu + t$, которые эффективно уменьшают значения $\omega_s, \omega_d, \omega'_d$ и ω_t .

$$N_{t\mu} \approx \frac{\lambda_{t\mu} C_t}{\lambda_{dt}} N_{\mu}, \quad (6)$$

а из уравнения (I.0) при $t \gg \lambda_a^{-1}$ и не очень малых φ , когда $\lambda_a \gg \lambda_0$, получим*

$$N_{\mu} \approx \lambda_a^{-1} \left\{ \lambda_{dd\mu} C_d \left(1 - \frac{\omega_d + \omega_d'}{2}\right) N_{d\mu} + \left[\lambda_{dt\mu} C_d (1 - \omega_s) + \lambda_{tt\mu} C_t (1 - \omega_t) \right] N_{t\mu} \right\}. \quad (7)$$

С учетом соотношений (4)-(7) временное распределение нейтронов выражается формулами:

$$\frac{dN_n}{dt} = \lambda_{dt\mu} C_d N_{t\mu}, \quad (8.1)$$

$$\frac{dN_{nd}}{dt} = \frac{1}{2} \lambda_{dd\mu} C_d N_{d\mu}, \quad (8.2)$$

$$\frac{dN_{nt}}{dt} = 2 \lambda_{tt\mu} C_t N_{t\mu}, \quad (8.3)$$

а функции $N_{d\mu}(t)$ и $N_{t\mu}(t)$ определяются из системы уравнений

$$-\frac{dN_{d\mu}}{dt} = a_{11} N_{d\mu} - a_{12} N_{t\mu}, \quad (9)$$

$$-\frac{dN_{t\mu}}{dt} = -a_{21} N_{d\mu} + a_{22} N_{t\mu}$$

с начальными условиями (при $t_0 \gg \lambda_a^{-1}$)

$$N_{d\mu}(t_0) = C_d, \quad N_{t\mu}(t_0) = C_t, \quad C_d + C_t = 1. \quad (10)$$

Коэффициенты a_{ij} уравнения (5) равны:

* При малой плотности φ величина λ_a определяется временем мезоатомных переходов на высоких орбитах, которые для мезоатомов водорода происходят в основном за счет оже-эффекта на "чужих" атомах, поэтому $\lambda_a \approx \gamma \varphi$, где $\gamma \sim 10^{10} \text{ с}^{-1}$, т.е. принятое приближение не годится для слишком малых φ ($\varphi \leq 10^{-3}$).

$$a_{11} = \lambda_0 + \lambda_{dt} C_t + \lambda_{dd\mu} C_d - \lambda_{dd\mu} C_d^2 \left(1 - \frac{\omega_d + \omega_d'}{2}\right),$$

$$a_{12} = \lambda_{dt\mu} C_d^2 (1 - \omega_s) + \lambda_{tt\mu} C_d C_t (1 - \omega_t),$$

$$a_{21} = \lambda_{dt} C_t + \lambda_{dd\mu} C_d C_t \left(1 - \frac{\omega_d + \omega_d'}{2}\right) + \frac{1}{2} \lambda_{dd\mu} C_d \omega_d',$$

$$a_{22} = \lambda_0 + \lambda_{dt\mu} C_d + \lambda_{tt\mu} C_t - \lambda_{dt\mu} C_d C_t (1 - \omega_s) - \lambda_{tt\mu} C_t^2 (1 - \omega_t), \quad (11)$$

а общее решение системы (9) имеет вид:

$$N_{d\mu} = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} (B_{11} e^{-\lambda_1 t} + B_{12} e^{-\lambda_2 t}),$$

$$N_{t\mu} = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} (B_{21} e^{-\lambda_1 t} + B_{22} e^{-\lambda_2 t}). \quad (12)$$

Явный вид λ_i и B_{ij} как функций коэффициентов a_{ij} приведен в Приложении.

Временное распределение нейтронов с учетом соотношений (I.6) и (4) выражается через $N_{t\mu}$:

$$\frac{dN_n}{dt} = \lambda_{dt\mu} C_d N_{t\mu}. \quad (13)$$

Интегральный выход нейтронов с энергией I4, I МэВ из реакции синтеза в $d\mu$ -молекуле $Y_{dt\mu} = N_n(\infty)$ (в расчете на один остановившийся μ^- -мезон) можно представить, используя формулы Приложения, в виде:

$$Y_{dt\mu} = \frac{W_{t\mu} W_{dt\mu}}{1 - (1 - \omega_s) W_{t\mu} W_{dt\mu} - (1 - \omega_t) W_{t\mu} W_{tt\mu} - \left(1 - \frac{\omega_d + \omega_d'}{2}\right) W_{d\mu} W_{dd\mu}}, \quad (14)$$

где величины $W_{t\mu}$, $W_{dt\mu}$, $W_{tt\mu}$, $W_{dd\mu}$ имеют простой физический смысл:

$$W_{t\mu} = C_t + \frac{\lambda_{dt} C_t C_d + \frac{1}{2} \omega_d' \lambda_{dd\mu} C_d^2}{\lambda_0 + \lambda_{dt} C_t + \lambda_{dd\mu} C_d}, \quad W_{d\mu} = C_d, \quad (15.1)$$

$$W_{dt\mu} = \frac{\lambda_{dt\mu} C_d}{\lambda_0 + \lambda_{dt\mu} C_d + \lambda_{tt\mu} C_t}, \quad (15.2)$$

$$W_{t\bar{\mu}} = \frac{\lambda_{t\bar{\mu}} C_t}{\lambda_0 + \lambda_{d\bar{\mu}} C_d + \lambda_{t\bar{\mu}} C_t}, \quad (15.3)$$

$$W_{d\bar{\mu}} = \frac{\lambda_{d\bar{\mu}} C_d}{\lambda_0 + \lambda_{dt} C_t + \lambda_{d\bar{\mu}} C_d}. \quad (15.4)$$

$W_{t\bar{\mu}}$ - вероятность образования мезоатома $t\bar{\mu}$ (первый член отвечает прямой посадке μ^- -мезона на тритий, второй - перезарядке $d\mu \rightarrow t\bar{\mu}$, а третий - регенерации $t\bar{\mu}$ в реакции $d\bar{\mu} \rightarrow t\bar{\mu} + p$); $W_{d\bar{\mu}}$, $W_{t\bar{\mu}}$ и $W_{d\bar{\mu}}$ равны соответственно вероятностям образования мезомолекул $d\bar{\mu}$ и $d\bar{\mu}$ из атома $t\bar{\mu}$ и мезомолекул $d\bar{\mu}$ из атомов $d\mu$. Формула (14) учитывает возвращение мюонов в цикл катализа после реакции синтеза ядер в мезомолекулах $d\bar{\mu}$, $t\bar{\mu}$ и $d\bar{\mu}$, что видно из структуры ее знаменателя. Аналогичные выражения $Y_{d\bar{\mu}}$ и $Y_{t\bar{\mu}}$ для числа реакций $d\bar{d} \rightarrow {}^3\text{He} + n$ и $t\bar{t} \rightarrow {}^4\text{He} + 2n$ в мезомолекулах $d\bar{\mu}$ и $t\bar{\mu}$ получают-ся из (14) заменой в числителе произведения $W_{t\bar{\mu}} W_{d\bar{\mu}}$ на $\frac{1}{2} W_{d\bar{\mu}} W_{d\bar{\mu}}$ и $W_{t\bar{\mu}} W_{t\bar{\mu}}$ соответственно.

Формулу (14) можно представить также в виде*

$$Y_{d\bar{\mu}} = \frac{Y_{d\bar{\mu}}^{(0)}}{1 + \omega_s Y_{d\bar{\mu}}^{(0)} + \omega_t Y_{t\bar{\mu}}^{(0)} + (\omega_d + \omega_d') Y_{d\bar{\mu}}^{(0)}}, \quad (16)$$

где $Y_{d\bar{\mu}}^{(0)}$, $Y_{d\bar{\mu}}^{(0)}$ и $Y_{t\bar{\mu}}^{(0)}$ - число реакций синтеза с испусканием нейтронов в мезомолекулах $d\bar{\mu}$, $d\bar{\mu}$ и $t\bar{\mu}$ соответственно в отсутствие прилипания к образующемуся ядру гелия ($\omega_s = \omega_d = \omega_t = 0$):

$$Y_{d\bar{\mu}}^{(0)} = \frac{\lambda_{d\bar{\mu}} C_d}{\lambda_0} \cdot \frac{(\lambda_0 + \lambda_{dt} + \lambda_{d\bar{\mu}} C_d) C_t + \frac{1}{2} \omega_d' \lambda_{d\bar{\mu}} C_d^2}{\lambda_0 + (\lambda_{dt} + \lambda_{d\bar{\mu}} C_d) C_t + (\lambda_{d\bar{\mu}} C_d + \lambda_{t\bar{\mu}} C_t) C_d} \quad (17)$$

и аналогично для $Y_{d\bar{\mu}}^{(0)}$ и $Y_{t\bar{\mu}}^{(0)}$.

*) Учет членов $\sim \omega_d'$ существен только для опытов при чрезвычайно малых концентрациях трития ($C_t \leq 10^{-5}$) или в чистом дейтерии (см. ниже).

4. Кинетика процессов при умеренных плотностях смеси $D_2 + T_2$

При давлениях в смеси $P = 5+100$ атм, концентрациях $C_t \leq 0,5$ и принятых значениях скоростей мезомолекулярных процессов (3) справедливы неравенства

$$\lambda_{d\bar{\mu}} C_d \gg \lambda_{t\bar{\mu}} C_t, \quad \lambda_{dt} \gg \lambda_{d\bar{\mu}} C_d,$$

$$\{\omega_s \lambda_{d\bar{\mu}} C_t, \omega_d \lambda_{d\bar{\mu}} C_d, \omega_t \lambda_{t\bar{\mu}} C_t\} \ll \lambda_0. \quad (18)$$

Последнее условие означает, что число реакций синтеза, вызываемых одним μ^- -мезоном, лимитируется его временем жизни и влиянием прилипания мюона к ядрам гелия можно пренебречь.

С учетом неравенств (18) из (17) следует

$$Y_{d\bar{\mu}} \approx Y_{d\bar{\mu}}^{(0)} \approx \frac{(\lambda_0 + \lambda_{dt}) \lambda_{d\bar{\mu}} C_d C_t}{\lambda_0 (\lambda_0 + \lambda_{dt} C_t + \lambda_{d\bar{\mu}} C_d^2)}. \quad (19)$$

Выражение (13) для $\frac{dN_n}{dt}$ в этом случае также существенно упрощается:

$$\frac{dN_n}{dt} \approx \frac{\lambda_{d\bar{\mu}} C_d C_t}{\lambda_{dt} C_t + \lambda_{d\bar{\mu}} C_d^2} \left\{ \lambda_{dt} e^{-\lambda_2 t} + C_d (\lambda_{d\bar{\mu}} C_d - \lambda_{dt}) e^{-\lambda_2 t} \right\}, \quad (20)$$

где

$$\lambda_1 \approx \lambda_0, \quad \lambda_2 \approx \lambda_0 + \lambda_{dt} C_t + \lambda_{d\bar{\mu}} C_d^2. \quad (21)$$

Выражения (19)-(21) могут быть использованы для экспериментального определения скоростей λ_{dt} и $\lambda_{d\bar{\mu}}$ при различных температурах смеси. Измеренное значение показателя экспоненты λ_2 дает одну комбинацию скоростей λ_{dt} и $\lambda_{d\bar{\mu}}$, а отношение предекспонент - другую. С учетом соотношения (20) измерения этих величин при разных концентрациях C_t позволяют найти также скорости $\lambda_{d\bar{\mu}}^{(a)}$ и $\lambda_{d\bar{\mu}}^{(b)}$ при заданной температуре и плотности смеси.

Наблюдаемая форма временного распределения $\frac{dN_n}{dt}$ существенно зависит от соотношения между скоростями λ_{dt} и $\lambda_{d\bar{\mu}}$. Оптимальные условия для экспериментального определения показателя λ_2 достигаются при выполнении соотношения $\lambda_{dt} C_t + \lambda_{d\bar{\mu}} C_d^2 \sim \lambda_0$. Принимая, что $\lambda_{dt} = \lambda_{dt}^0 \varphi$

и $\lambda_{dt\mu} = \lambda_{dt\mu}^0 \varphi$ *), и используя значения скоростей (3), находим, что указанное соотношение выполняется при $\varphi \sim 10^{-2}$, т.е. при давлениях $P \sim 5$ атм и нормальной температуре смеси. На рис. 2 приведены временные распределения dN_n/dt , вычисленные по формуле (20), при давлении в смеси 10 атм, концентрации трития $C_t = 0,1$, значения $\lambda_{dt}^0 = 2 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$ и значениях $\lambda_{dt\mu}^0 = (0,5; 1,0; 2,0; 4,0) \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$. Из этого рисунка видно, что при $\lambda_{dt\mu}^0 C_d = \lambda_{dt}^0$ характер временного распределения нейтронов резко изменяется.

Измерение интегрального выхода $Y_{dt\mu}$ в зависимости от концентрации C_t также позволяет определить скорости процессов, в частности при $\varphi \gg 10^{-2}$.

При плотностях смеси $\varphi < 10^{-3}$, т.е. при давлениях $P < 1$ атм, условие $\lambda_a \gg \lambda_0$ уже не выполняется и аналитические выражения (19)-(21) в общем случае уже несправедливы, особенно в моменты времени $t \lesssim \lambda_a^{-1}$. Численное решение системы уравнений (1) показывает, что в этом случае при $t < \lambda_a^{-1}$ временное распределение dN_n/dt сильно отличается от изображенного на рис. 2, и по характеру этого отличия в принципе можно определить значение λ_a . До сих пор эксперименты по измерению скорости атомного захвата μ^- -мезонов не проведены отчасти потому, что все известные скорости мезоатомных процессов (кроме $\lambda_{dt\mu}^0$) на несколько порядков величины меньше, чем λ_a .

5. Кинетика процессов при больших плотностях смеси

Эффективность мюонного катализа существенно зависит от величины коэффициента прилипания ω_s (с учетом процесса "стряхивания" μ^- -мезона, см. примечание на стр. 9). Для экспериментального определения этой величины по измерениям $\frac{dN_n}{dt}$ и $Y_{dt\mu}$ необходимы опыты при больших плотностях смеси. В этом случае в соотношении (12) можно пренебречь "быстрой" экспонентой (λ_2), а "медленная" (λ_1) может быть представлена в виде

$$\lambda_1 \approx \lambda_0 + \frac{\lambda_{dt\mu} \lambda_{dt} C_d C_t (\omega_s + \omega_t \cdot \frac{\lambda_{dt\mu} C_t}{\lambda_{dt\mu} C_d})}{\lambda_{dt} C_t + \lambda_{dt\mu} C_d} \quad (22)$$

*) Возможные нарушения этих соотношений обсуждались в п. 2.

Эта формула позволяет определить величину ω_s , если известны остальные величины.

При $\varphi > 10^{-1}$ и $C_t \sim 0,5$ справедливы соотношения

$$\lambda_{dt\mu} C_d \gg \lambda_0, \quad \lambda_{dt} C_t \gg \lambda_0 \quad (23)$$

и формула (14) для интегрального выхода нейтронов (из которой также можно определить ω_s) может быть представлена в виде

$$\frac{1}{Y_{dt\mu}} \approx \frac{\lambda_0}{\lambda_{dt\mu} C_d} + \frac{\lambda_0 C_d}{\lambda_{dt} C_t} + \omega_s + \frac{\lambda_{dt\mu} C_t}{\lambda_{dt\mu} C_d} \cdot \omega_t \quad (24)$$

Максимальный выход нейтронов $Y_{dt\mu}^{\max}$ достигается при концентрации

$$C_t \approx (1 + \gamma)^{-1}, \quad \gamma = \left(\frac{\lambda_{dt}}{\lambda_{dt\mu}} \right)^{1/2} \quad (25)$$

и равен

$$\frac{1}{Y_{dt\mu}^{\max}} \approx \omega_s + \frac{\lambda_0}{\lambda_{dt\mu} \gamma} \left\{ 2 + \gamma + \omega_t \cdot \frac{\lambda_{dt\mu}}{\lambda_0} \right\} \quad (26)$$

Подставляя в эту формулу значения констант (3) и полагая, что $\lambda_{dt\mu} = \lambda_{dt\mu}^0 \varphi$ и т.д., получим:

$$\frac{1}{Y_{dt\mu}^{\max}} \approx \omega_s + \frac{\lambda_0}{\lambda_{dt\mu}^0 \varphi \gamma} (2 + \gamma + 0,7 \varphi) \quad (27)$$

На рис. 3 представлены зависимости $Y_{dt\mu}^{\max}(\omega_s, \varphi)$, построенные при значениях $\omega_s = 10^{-2}$, $\omega_s = 0,7 \cdot 10^{-2}$ и $\lambda_{dt\mu}^0 = 10^8 \text{ с}^{-1}$, $\lambda_{dt}^0 = 10^9 \text{ с}^{-1}$ при значении $\lambda_{dt}^0 = 2 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$. Из рисунка видно, что уже при $\varphi \sim 0,1$ прилипания μ^- -мезона к гелию заметно влияет на величину выхода нейтронов $Y_{dt\mu}^{\max}$ и уменьшает его на 20-30%. При $\varphi \sim 1$, т.е. при плотности жидкого водорода, величина $Y_{dt\mu}^{\max}$ определяется в основном значением ω_s . Поэтому экспериментальное определение ω_s , а также $\lambda_{dt\mu}^0$, λ_{dt}^0 и ω_t имеет первостепенное значение для нахождения эффективности мюонного катализа. При значениях констант (3) и $\lambda_{dt\mu}^0 \sim 10^9 \text{ с}^{-1}$ выход нейтронов может достигать величин $Y_{dt\mu}^{\max} \sim \omega_s^{-1}$, т.е. один μ^- -мезон в смеси дейтерия и трития может осуществить ~ 100 циклов катализа реакции синтеза ядер $d + t \rightarrow {}^4\text{He} + n + 17,6 \text{ МэВ}$ II/.

Заметим, что в случае, если гипотеза об отсутствии термализации $t\mu$ -атомов окажется правильной, изучение μ -катализа при плотностях $\varphi \sim 1$ можно проводить и в жидкой смеси $D_2 + T_2$, что, по-видимому, значительно проще, чем опыты с газобразной смесью при высоких давлениях $P \sim 500-1000$ атм.

6. Опыты в чистом дейтерии и тритии

Как известно, реакция синтеза ядер дейтерия в мезомолекуле $dd\mu$ с равной вероятностью происходит по двум каналам (см. рис. 1), в одном из которых образуется ядро ${}^3\text{He}$, причем с вероятностью $\omega_d \approx 0,13$ к нему прилипает μ^- -мезон. Измерение величины ω_d очень важно для проверки корректности теоретических расчетов коэффициентов прилипания и, в частности, коэффициента ω_s . До сих пор для величины ω_d получена лишь верхняя экспериментальная оценка^{/12/}.

При $C_d = 0$ формулы (12) и (14) упрощаются:

$$\frac{dN_{nd}}{dt} \approx \frac{1}{2} \lambda_{dd\mu} e^{-(\lambda_0 + \frac{1}{2}\omega_s \lambda_{dd\mu})t} \quad (28)$$

$$Y_{dd\mu} \approx \frac{1}{2} \frac{\lambda_{dd\mu}}{\lambda_0 + \frac{1}{2}\omega_s \lambda_{dd\mu}}$$

Из соотношений (28) можно извлечь величины $\lambda_{dd\mu}$ и ω_s .

При $C_d = 0$ получим выражения

$$\frac{dN_{nt}}{dt} = 2 \lambda_{tt\mu} e^{-(\lambda_0 + \omega_t \lambda_{tt\mu})t} \quad (29)$$

$$Y_{tt\mu} \approx \frac{2 \lambda_{tt\mu}}{\lambda_0 + \omega_t \lambda_{tt\mu}}$$

из которых можно извлечь значения $\lambda_{tt\mu}$ и ω_t .

Для смеси $T_2 + \text{He}$ временное распределение и интегральный выход нейтронов из реакции $tt \rightarrow {}^4\text{He} + 2n$ вычисляются по-прежнему по формулам (29) с заменой

$$\omega_t \lambda_{tt\mu} \rightarrow \omega_t \lambda_{tt\mu} C_t + \lambda_{t\mu\text{He}} C_{\text{He}}$$

где $\lambda_{t\mu\text{He}} = \lambda_{t\mu\text{He}}^0 \varphi$ - скорость образования $t\mu\text{He}$ -молекул в реакции $t\mu + \text{He} \rightarrow t\mu\text{He}$, а C_{He} - кон-

центрация ядер гелия в смеси ($C_t + C_{\text{He}} = 1$). Изменяя C_{He} , по измеренным значениям dN_{nt}/dt и $Y_{tt\mu}$ с помощью формул (28) можно определить ω_t , $\lambda_{tt\mu}$ и $\lambda_{t\mu\text{He}}$.

З а к л ю ч е н и е

Кинетика процессов μ -катализа в смеси дейтерия и трития до сих пор практически не изучена: в настоящее время существует несколько расчетов скоростей мезомолекулярных процессов^{/6, 10/} и всего один эксперимент^{/7/}.

В данной работе основное внимание уделено обсуждению возможностей извлечения информации о процессе μ -катализа путем измерения интегрального выхода и временного распределения нейтронов из реакции синтеза $d+t \rightarrow {}^4\text{He} + n$. На этом пути можно выделить по крайней мере четыре типа опытов, различающихся задачами и извлекаемой информацией.

а) Опыты при умеренных плотностях смеси ($\varphi \sim 3 \cdot 10^{-3} + 10^{-2}$) и малых концентрациях трития ($C_t \sim 0,2 + 0,1$) позволяют измерить скорости $\lambda_{dd\mu}^{(a)}$ и λ_{dt} .

б) Опыты при $\varphi \sim 3 \cdot 10^{-3} + 10^{-2}$ и $C_t \sim 0,5 + 0,9$ дают возможность измерить скорость $\lambda_{dt\mu}^{(b)}$ и, кроме того, решить вопрос о роли термализации $t\mu$ -атомов в процессе резонансного образования мезомолекул $dt\mu$.

в) В опытах при больших плотностях смеси ($\varphi \sim 0,1 + 1$) и концентрациях трития $C_t \sim 0,5$ можно измерить коэффициент прилипания ω_s , а также непосредственно определить максимальное число циклов катализа $Y_{dt\mu}^{\text{max}}$, которое может осуществить один μ^- -мезон.

г) Опыты в чистом дейтерии и тритии позволяют измерить скорости $\lambda_{dd\mu}$ и $\lambda_{tt\mu}$ и коэффициенты прилипания ω_d и ω_t (до сих пор измерена лишь скорость $\lambda_{dd\mu}$ ^{/4/}).

В данной работе не рассмотрены некоторые процессы, которые могут изменить картину кинетики μ -катализа, например такие, как ортопарапереход в $t\mu$ -атоме при столкновениях его с ядрами трития, "стряхивание" μ -мезонов в реакции $\mu {}^4\text{He} + t \rightarrow t\mu + {}^4\text{He}$ и т.д. Все они требуют дополнительного исследования.

Авторы признательны В.М.Быстрицкому, И.И.Гуревичу, В.П.Джелепову и В.Г.Зинову за многочисленные обсуждения, которые стимулировали появление данной работы.

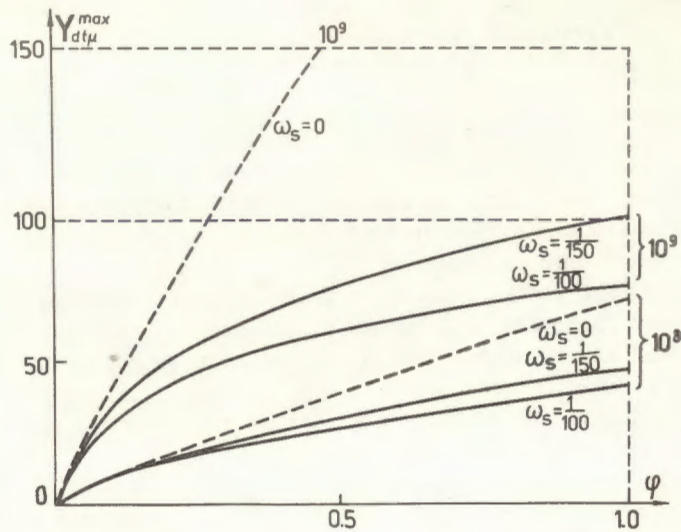


Рис. 3. Эффективность мюонного катализа в смеси дейтерия и трития, т.е. максимальный выход нейтронов $Y_{dt\mu}^{max}$ на один M^- -мезон, в зависимости от плотности смеси φ при оптимальной концентрации трития $C_t = (1 + \gamma)^{-1}$, $\gamma = (\lambda_{dt} / \lambda_{dt\mu})^{1/2}$ при $\lambda_{dt} = 2 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$ и различных значениях скорости образования $dt\mu$ -молекул и коэффициента прилипания ω_s .

ПРИЛОЖЕНИЕ

Решение системы (9) с начальными условиями (10) имеет вид (12), где значения λ_i и B_{ij} равны:

$$\lambda_{1,2} = \frac{a_{11} + a_{22}}{2} \mp \left\{ \left(\frac{a_{11} - a_{22}}{2} \right)^2 + a_{12} a_{21} \right\}^{1/2}, \quad (\text{П.1})$$

$$\begin{aligned} B_{11} &= -(a_{11} - \lambda_2) C_d + a_{12} C_t, \\ B_{12} &= (a_{11} - \lambda_1) C_d - a_{12} C_t, \\ B_{21} &= a_{21} C_d - (a_{22} - \lambda_2) C_t, \\ B_{22} &= -a_{21} C_d + (a_{22} - \lambda_1) C_t. \end{aligned} \quad (\text{П.2})$$

Интегральные выходы нейтронов равны

$$\begin{aligned} Y_{dt\mu} &= \lambda_{dt\mu} C_d \cdot \frac{a_{22} C_d + a_{11} C_t}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}}, \\ Y_{dd\mu} &= \frac{1}{2} \lambda_{dd\mu} \cdot \frac{a_{22} C_d + a_{11} C_t}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}}, \\ Y_{tt\mu} &= 2 \cdot \frac{\lambda_{tt\mu}}{\lambda_{dt\mu}} \cdot \frac{C_t}{C_d} \cdot Y_{dt\mu}. \end{aligned} \quad (\text{П.3})$$

Учитывая малость коэффициентов прилипания ω_i , для величин (П.1) и (П.2) можно получить простые аналитические выражения. Вводя обозначения

$$\begin{aligned} a_{11} &= \lambda_0 + a_1 + (\delta_1 + \delta'_1) C_d, & a_{12} &= a_2 - \delta_2 C_d, \\ a_{21} &= a_1 - \delta_1 C_t + \delta'_1 C_d, & a_{22} &= \lambda_0 + a_2 + \delta_2 C_t, \end{aligned} \quad (\text{П.4})$$

где

$$\begin{aligned} a_1 &= (\lambda_{dt} + \lambda_{dd\mu} C_d) C_t, \\ a_2 &= (\lambda_{dt\mu} C_d + \lambda_{tt\mu} C_t) C_d, \\ \delta_1 &= \frac{1}{2} \omega_d \lambda_{dd\mu} C_d, & \delta'_1 &= \frac{1}{2} \omega'_d \lambda_{dd\mu} C_d, \\ \delta_2 &= \omega_s \lambda_{dt\mu} C_d + \omega_t \lambda_{tt\mu} C_t, \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

получаем с точностью до членов первого порядка по коэффициентам ω_i :

$$\lambda_1 \approx \lambda_0 + \delta, \quad \lambda_2 \approx \lambda_0 + a_1 + a_2 - \delta + \delta', \quad (\text{П.6})$$

$$B_{11} \approx a_2 - \delta C_d,$$

$$B_{12} \approx a_1 C_d - a_2 C_t + (\delta' - \delta) C_d,$$

$$B_{21} \approx a_1 + \delta'_1 C_d - \delta \cdot C_t, \quad (\text{П.7})$$

$$B_{22} \approx a_2 C_t - a_1 C_d - \delta'_1 C_d + (\delta' - \delta) C_t,$$

где

$$\delta = \frac{a_1 \delta_2 + a_2 \delta_1}{a_1 + a_2}, \quad \delta' = (\delta_1 + \delta'_1) C_d + \delta_2 C_t. \quad (\text{П.8})$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Виноцкий С.И. и др. ЖЭТФ, 1978, 74, с. 849.
2. Виноцкий С.И. и др. ОИЯИ, 1979, P4-12018.
3. Весман Э.А. Письма ЖЭТФ, 1967, 5, с. 113.
4. Быстрицкий В.М. и др. ЖЭТФ, 1979, 76, с. 460.
5. Петров Ю.В. Труды XIV Зимней школы ЛИЯФ, 1979, с. 139.
6. Зельдович Я.Б., Герштейн С.С. УФН, 1960, 71, с. 581.
Gerstein S.S., Ponomarev L.I., in Muon Physics, v. III.
Eds. V.Hughes and C.S.Wu, N.Y., 1975, p. 141.
7. Быстрицкий В.М. и др. ОИЯИ, 1979, П1-12696.
8. Бакалов Д. и др. ОИЯИ, 1979, P4-12873.
9. Rafelski J. Preprint CERN, 1979, TH.2679.
10. Ponomarev L.I. Proc. of the VI Int. Conf. on Atomic Phys.,
August 17-22, 1978, p. 182, Riga, Zinante and Plenum Press.
11. Gerstein S.S. and Ponomarev L.I. Phys.Lett., 1977, 72B, p.80.
12. Дзеляпов В.П. и др. ЖЭТФ, 1966, 50, с. 1235.

Рукопись поступила в издательский отдел
6 ноября 1979 года.