



объединенный  
институт  
ядерных  
исследований  
дубна

791/2-80

25/2-80

Р4 - 12892

В.В.Пальчик, Н.И.Пятов

САМОСОГЛАСОВАННАЯ МОДЕЛЬ  
КВАДРУПОЛЬНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ  
В ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ

1979

P4 - 12892

В.В.Пальчик\*, Н.И.Пятов

САМОСОГЛАСОВАННАЯ МОДЕЛЬ  
КВАДРУПОЛЬНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ  
В ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ

*Направлено в ЯФ*

---

\* Институт прикладной физики АН Молдавской ССР,  
Кишинев.

Пальчик В.В., Пятов Н.И.

P4 - 12892

Самосогласованная модель квадрупольных  
возбуждений в деформированных ядрах

Развита самосогласованная модель для описания коллективных возбуждений положительной четности в деформированных ядрах. Сепарабельные силы получены из оболочечного потенциала с помощью принципа ротационной инвариантности, константы вычисляются путем согласования взаимодействий с потенциалом. В методе случайной фазы получены уравнения для коллективных возбуждений.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Преприят Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1979

Palichik V.V., Pyatov N.I.

P4 - 12892

Self-Consistent Model of Quadrupole Excitations  
in Deformed Nuclei

A self-consistent model is developed for the description of collective excitations of positive parity in even-even deformed nuclei. Separable forces are derived from the shell model potential by means of the rotational invariance principle. The strength parameters are obtained from the requirement of the consistency of interactions with the potential. RPA equations for the collective excitations are obtained.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В микроскопическом описании квадрупольных возбуждений деформированных ядер обычно используют анизотропный оболочечный потенциал и не связанные с ним квадрупольные остаточные взаимодействия /см., например, /1/ /, силовые параметры которых находятся из сравнения расчетов с опытными данными. Такой подход позволил объяснить целый ряд наблюдающихся качественных характеристик бета- и гамма-колебаний ядер. Однако с теоретической точки зрения такой модельный гамильтониан обладает рядом недостатков. Во-первых, он не является ротационно-инвариантным, что приводит к нарушению закона сохранения углового момента во всех состояниях. Ветвь возбуждений с  $K^\pi = 1^+$  содержит примеси "духового" состояния, описывающего вращение ядра как целого. Во-вторых, отсутствует связь между оболочечным потенциалом и квадрупольными силами, т.е. нарушается концепция самосогласованного поля, в которой имеется функциональная связь поля и эффективных взаимодействий. При этом константа взаимодействий должна быть связана с характеристиками /или параметрами/ потенциала. Произвольная параметризация взаимодействий облегчает подгонку расчетов к опытным данным, но снижает эвристическую ценность теории и ее надежность в предсказании тех или иных явлений.

Необходимость согласования взаимодействий с потенциалом неоднократно отмечалась в литературе /см., например, /2-10//. Проблема заключается в построении простых методов самосогласования. Можно задавать исходный гамильтониан с эффективными двухчастичными взаимодействиями, удовлетворяющий всем требованиям симметрии, и с помощью метода Хартри-Фока выделять самосогласованное поле. Такой метод свободен от отмеченных выше недостатков, но приводит к сложным для численных расчетов уравнениям. Кроме того, довольно трудно подобрать такие эффективные силы, чтобы полученное самосогласованное поле описывало опытные данные по одночастичным состояниям столь же хорошо, как и феноменологические оболочечные потенциалы.

В работах /8-10/ был предложен простой метод самосогла-  
сования, в котором остаточные взаимодействия строятся по  
заданному оболочечному потенциалу с помощью принципов ин-  
вариантности. Метод использует единственное структурное  
предположение о сепарабельности искомым взаимодействиям.

В данной работе этот подход применяется для получения  
модельного коллективного гамильтониана. В методе случайной  
фазы /СФ/ получены уравнения для коллективных мультиполь-  
ных возбуждений положительной четности.

## 2. ПОСТРОЕНИЕ ОСТАТОЧНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Пусть заданы аксиально-симметричные изоскалярный и изо-  
векторный статические потенциалы, описывающие среднее  
поле ядер

$$U_0(\vec{r}) = -V_0 f_0(r, \beta, \theta), \quad /1/$$

$$U_1(\vec{r}) = \tau_z V_1 f_1(r, \beta, \theta), \quad /2/$$

где  $V_0, V_1$  - глубины потенциальных ям,  $\tau_z$  - третья проек-  
ция изоспина / $\tau_z = +1$  для нейтронов и  $-1$  для протонов/,  
 $f_0, f_1$  - анизотропные радиальные функции, зависящие от  
параметров деформации  $\beta$ .

Для дальнейшего удобно разложить  $f_0$  и  $f_1$  по мультиполям

$$f_0(r, \beta, \theta) = \sum_{\lambda=0,2,\dots} f_{\lambda}^{(0)}(r, \beta) Y_{\lambda 0}(\theta), \quad /3/$$

$$f_1(r, \beta, \theta) = \sum_{\lambda=0,2,\dots} f_{\lambda}^{(1)}(r, \beta) Y_{\lambda 0}(\theta), \quad /4/$$

где  $f_{\lambda}^{(i)}$  зависят только от  $|\vec{r}|$  и параметров деформации,  
а угловая зависимость описывается сферическими гармониками.

Анизотропия  $U_0$  и  $U_1$  приводит к несохранению одночас-  
тичного углового момента, что легко видно из следующих  
коммутационных соотношений:

$$[f(r, \beta, \theta), j_{\mu}]_{\mu = \pm 1} = \frac{\mu}{\sqrt{2}} \sum_{\lambda} \sqrt{\lambda(\lambda+1)} f_{\lambda}(r, \beta) Y_{\lambda \mu}, \quad /5/$$

$$[f(r, \beta, \theta), j_z] = 0, \quad /6/$$

т.е. сохраняется только третья компонента углового момен-  
та  $j$ . Это обстоятельство и приводит к нарушению закона со-  
хранения полного углового момента ядра в состоянии типа  
Хартри-Фока. Однако полный гамильтониан ядра  $H$  должен быть  
ротационным инвариантом, т.е. остаточные взаимодействия

частиц / квазичастиц / должны восстанавливать спонтанно нарушенную симметрию

$$[H, J_\mu] \equiv [H^0 + h, J_\mu] = 0, \quad //7/$$

где  $H^0$  - одночастичный гамильтониан, а  $h$  - искомые остаточные взаимодействия;  $J_\mu$  - компоненты полного углового момента ядра.

Системы уравнений //7// недостаточно для однозначного восстановления вида  $h$  по заданной одночастичной матрице плотности. Поэтому в работах <sup>9,10/</sup> предлагается искать  $h$  в форме сепарабельного разложения по мультипольным операторам. Из вида уравнения //5// следует, что для каждой мультипольности  $\lambda$  можно построить замкнутую алгебру коммутаторов операторов  $J_\mu$  с соответствующим слагаемым потенциала. Следовательно, мультипольное разложение  $h$  можно провести по набору операторов  $f_\lambda^{(i)}(\tau, \beta) Y_{\lambda\mu}$ , причем в силу различия изотопической симметрии  $U_0$  и  $U_1$  ротационная инвариантность восстанавливается раздельно для изоскалярного и изовекторного потенциалов. Легко проверить, что условию //7// точно удовлетворяют эффективные изоскалярные и изовекторные силы вида

$$h_0 = -\frac{V_0}{2} \sum_{\lambda} (X_{\lambda}^{(0)})^{-1} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} \{ \mathcal{F}_{\lambda\mu}^{(0)} - X_{\lambda}^{(0)} \delta_{\mu,0} \}^+ \{ \mathcal{F}_{\lambda\mu}^{(0)} - X_{\lambda}^{(0)} \delta_{\mu,0} \}, //8/$$

$$h_1 = \frac{V_1}{2} \sum_{\lambda} (X_{\lambda}^{(1)})^{-1} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} \{ \vec{\mathcal{F}}_{\lambda\mu}^{(1)} - X_{\lambda}^{(1)} \delta_{\mu,0} \}^+ \{ \vec{\mathcal{F}}_{\lambda\mu}^{(1)} - X_{\lambda}^{(1)} \delta_{\mu,0} \}, //9/$$

при произвольных /но не равных нулю/ параметрах  $X_{\lambda}^{(0)}$  и  $X_{\lambda}^{(1)}$ .  
Здесь

$$\mathcal{F}_{\lambda\mu}^{(0)} = \sum_{k=1}^A f_{\lambda}^{(0)}(\tau_k, \beta) Y_{\lambda\mu}(\theta_k, \phi_k), \quad //10/$$

$$\vec{\mathcal{F}}_{\lambda\mu}^{(1)} = \sum_{k=1}^A f_{\lambda}^{(1)}(\tau_k, \beta) Y_{\lambda\mu}(\theta_k, \phi_k) \vec{\tau}_k, \quad //11/$$

где  $\vec{\tau}_k$  - векторы изоспина нуклонов.

Параметры  $X_{\lambda}^{(i)}$  определяются согласованием по Хартри потенциалов //1//, //2// и остаточных взаимодействий:

$$X_{\lambda}^{(0)} = \langle 0 | \mathcal{F}_{\lambda 0}^{(0)} | 0 \rangle, \quad //12/$$

$$X_{\lambda}^{(1)} = \langle 0 | (\vec{\mathcal{F}}_{\lambda 0}^{(1)})_z | 0 \rangle, \quad //13/$$

где  $|0\rangle$  - основное состояние невзаимодействующих частиц, а  $(\vec{\mathcal{F}}_{\lambda 0}^{(1)})_z$  содержит только третьи компоненты изоспина.

Если потенциал сохраняет пространственную четность состояний ( $\lambda=0,2,4,\dots$ ), то эффективные силы /8/, /9/ содержат только четные мультиполи ( $\lambda=2,4,\dots$ ) и влияют только на спектр коллективных возбуждений с положительной четностью в четно-четных ядрах.

Радиальная зависимость мультипольных операторов  $\mathcal{F}_{\lambda\mu}$  однозначно определяется выбором потенциалов  $U_0$  и  $U_1$ .

Например, в случае осцилляторного потенциала Нильссона /11/

$$U_0(r, \delta, \theta) = -\frac{m\omega_0^2}{2} r^2 \left[ 1 - \frac{8}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}} \delta Y_{20}(\theta) \right] \quad /14/$$

взаимодействия /8/ представляют собой хорошо известные квадрупольные силы

$$h_N = -\frac{\kappa_2}{2} \sum_{\mu} \left\{ \mathcal{F}_{2\mu} - \sqrt{\frac{5}{16\pi}} Q_{20} \delta_{\mu,0} \right\} \left\{ \mathcal{F}_{2\mu} - \sqrt{\frac{5}{16\pi}} Q_{20} \delta_{\mu,0} \right\}, \quad /15/$$

где

$$\mathcal{F}_{2\mu} \equiv \sum_{k=1}^A r_k^2 Y_{2\mu}(\theta_k, \phi_k), \quad /16/$$

$$Q_{20} \equiv \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \langle 0 | \sum_{k=1}^A r_k^2 Y_{20}(\theta_k) | 0 \rangle. \quad /17/$$

Самосогласованная константа квадрупольных сил связана с массовым квадрупольным моментом  $Q_{20}$ :

$$\kappa_2 = \frac{16\pi}{15} \frac{\delta m \omega_0^2}{Q_{20}} = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}} \frac{\delta m \omega_0^2}{\chi_2^{(0)}}. \quad /18/$$

Поскольку  $Q_{20} \sim \delta$ , то фактически в случае осцилляторного потенциала квадрупольные силы не зависят от деформации.

В случае конечных аксиально-симметричных потенциалов функции  $f_{\lambda}^{(i)}$  зависят от деформации сложным образом и меняются с изменением формы и параметров потенциалов. Обычно  $f_{\lambda}^{(i)}$  локализованы на поверхности. Таким образом, для конечных потенциалов взаимодействия /8/ и /9/ имеют поверхностный характер и зависят от деформации. Константы взаимодействий связаны с распределением изоскалярной и изовекторной плотностей.

В сущности, уравнения /12/ и /13/ только устанавливают связь констант взаимодействий с параметрами деформации, которые определяются из дополнительных экспериментальных данных /например, по квадрупольным моментам/.

При  $\beta \rightarrow 0$  взаимодействия /8/ и /9/ не исчезают, однако, чтобы показать это, необходимо аккуратно провести предельный переход, разлагая потенциалы в ряд Тейлора по параметрам деформации. Соответствующая процедура введения эффективных

сил для сферических ядер описана подробно в /7/. Вместе с исчезновением спонтанного нарушения симметрии теряется, вообще говоря, и ограничение на константу взаимодействий. Оценку констант можно провести с помощью дополнительных условий. Например, в /7/ такая оценка получена из условия пропорциональности изменений потенциала и распределения плотности при малых деформациях.

### 3. СПЕКТР КОЛЛЕКТИВНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР В МЕТОДЕ СФ

Рассмотрим спектры коллективных возбуждений положительной четности в деформированных ядрах в приближении метода СФ.

Как известно, для корректного описания свойств деформированных ядер необходимо учитывать парные корреляции сверхпроводящего типа /см., например, /1/ /. Их аппроксимируют простым парным гамильтонианом вида /в представлении вторичного квантования/

$$H_{\text{pair}} = - \sum_{r=n,p} G^{(r)} \Gamma^{(r)+} \Gamma^{(r)}, \quad /19/$$

$$\Gamma^{(r)} \equiv \sum_{\nu > 0} a_{\nu}^{-} a_{\nu}, \quad /20/$$

где  $G^{(r)}$  - константы спаривания,  $a_{\nu}^{-}$  - операторы уничтожения частиц в состоянии  $|\nu\rangle$ .

Исходный гамильтониан задачи теперь имеет вид

$$H = H^0 + h_0 + h_1 + H_{\text{pair}}. \quad /21/$$

Обычно спектр коллективных возбуждений находят преобразованием Боголюбова к квазичастицам и последующим решением уравнений движения для коллективных операторов. Нами использовался формализм, описанный в работе /12/, который позволяет явно выделять "духовую" ветвь возбуждений. С этой целью гамильтониан /21/ в методе СФ приводится к форме нормальных колебаний

$$H \rightarrow H_{\text{СФ}} = \frac{1}{2} \sum_s \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} \{ \mathcal{P}_s^+(\mu) \mathcal{P}_s(\mu) + \omega_s^2(\mu) \mathcal{Q}_s^+(\mu) \mathcal{Q}_s(\mu) \}, \quad /22/$$



в которой канонически сопряженные операторы  $\mathcal{P}$  и  $\mathcal{L}$  удовлетворяют следующим уравнениям движения:

$$[H, \mathcal{P}_s(\mu)] = i\omega_s^2(\mu) \mathcal{L}_s(\mu),$$

$$[H, \mathcal{L}_s(\mu)] = -i\mathcal{P}_s(\mu).$$

/23/

Здесь  $\omega_s$  - энергии коллективных возбуждений /индекс  $s$  нумерует состояния/, которые характеризуются квантовым числом проекции  $\mu$  углового момента на ось симметрии ядра. Вследствие аксиальной симметрии состояния вырождены по знаку  $\mu$  и уравнения /23/ решаются независимо для каждого значения  $\mu$ .

Связь различных ветвей возбуждений возникает при учете кориолисова смешивания состояний /18/.

Квазичастичная реализация коллективных операторов имеет вид

$$\mathcal{P}_s(\mu) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\nu\nu' > 0} \psi_{\nu\nu'}^{(s)}(\mu) (a_{\nu}^+ a_{\nu'}^+ - (-1)^\mu a_{\tilde{\nu}} a_{\nu}),$$

$$\mathcal{L}_s(\mu) = -\frac{i}{\sqrt{2}} \sum_{\nu\nu' > 0} \phi_{\nu\nu'}^{(s)}(\mu) (a_{\nu}^+ a_{\nu'}^+ + (-1)^\mu a_{\tilde{\nu}} a_{\nu}),$$

/24/

где суммирование проводится по всем квазичастичным состояниям с положительной третьей проекцией углового момента ( $\nu\nu' > 0$ ), причем состояния  $|\nu\rangle$  и  $|\tilde{\nu}\rangle$  сопряжены по времени. Двухквазичастичные амплитуды  $\psi$  и  $\phi$  удовлетворяют определенным условиям полноты и ортономировки /см., например, /4/ / и находятся из решений уравнений /23/ с операторами /24/.

Ниже обсуждаются полученные уравнения для некоторых ветвей возбуждений.

#### а/ Состояния с $K^\pi = 1^+$

Особенность этой ветви возбуждений заключается в том, что среди них должно выделяться состояние с энергией  $\omega_s = 0$ , связанное со спонтанным нарушением ротационной инвариантности, и появляется интеграл движения - угловой момент ядра. Легко видеть, что возможность этого заложена в уравнениях /23/.

Вычисляя коммутаторы, входящие в /23/, и приравнявая коэффициенты при одинаковых комбинациях двухквaziчастичных операторов, получим следующие уравнения для  $\omega_s$  и амплитуд

$$\begin{aligned}
 E_{\nu\nu'} \psi_{\nu\nu'}^{(s)}(\mu) + 2V_0 \sum_{\lambda \neq 0} (X_\lambda^{(0)})^{-1} D_{\lambda\mu}^{(0)} U_{\nu\nu'} (f_\lambda^{(0)} Y_{\lambda\mu})_{\nu\nu'} - \\
 - 2V_1 \sum_{\lambda \neq 0} (X_\lambda^{(1)})^{-1} D_{\lambda\mu}^{(1)} U_{\nu\nu'} (f_\lambda^{(1)} Y_{\lambda\mu})_{\nu\nu'} = \omega_s^2 \phi_{\nu\nu'}^{(s)}(\mu), \quad /25/ \\
 E_{\nu\nu'} \phi_{\nu\nu'}^{(s)}(\mu) = \psi_{\nu\nu'}^{(s)}(\mu),
 \end{aligned}$$

где  $E_{\nu\nu'} \equiv E_\nu + E_{\nu'}$  — двухквaziчастичные энергии,  $(f_\lambda^{(i)} Y_{\lambda\mu})_{\nu\nu'}$  — матричные элементы соответствующих операторов,  $U_{\nu\nu'} = u_\nu v_{\nu'} + u_{\nu'} v_\nu$  связаны с коэффициентами преобразования Боголюбова. Величины  $D_{\lambda\mu}^{(i)}$  определены следующим образом:

$$D_{\lambda\mu}^{(i)} = \sum_{\nu\nu' > 0} U_{\nu\nu'} (f_\lambda^{(i)} Y_{\lambda\mu})_{\nu\nu'} \psi_{\nu\nu'}^{(s)*}(\mu). \quad /26/$$

Решение уравнений /25/ приводит к следующему условию совместности, которое и определяет энергии возбуждений:

$$\begin{vmatrix}
 X_2^{(0)} - V_0 M_{22}^{(00)} & V_1 M_{22}^{(01)} & -V_0 M_{24}^{(00)} & V_1 M_{24}^{(01)} \dots \\
 -V_0 M_{22}^{(01)} & X_2^{(1)} + V_1 M_{22}^{(11)} & -V_0 M_{42}^{(01)} & V_1 M_{24}^{(11)} \dots \\
 -V_0 M_{24}^{(00)} & V_1 M_{42}^{(01)} & X_4^{(0)} - V_0 M_{44}^{(00)} & V_1 M_{44}^{(01)} \dots \\
 -V_0 M_{24}^{(01)} & V_1 M_{24}^{(11)} & -V_0 M_{44}^{(01)} & X_4^{(1)} + V_1 M_{44}^{(11)} \dots
 \end{vmatrix} = 0. \quad /27/$$

Здесь

$$M_{\lambda\lambda'}^{(ii')} = 2 \sum_{\nu\nu' > 0} \frac{E_{\nu\nu'} U_{\nu\nu'}^2 (f_\lambda^{(i)} Y_{\lambda\mu})_{\nu\nu'}^* (f_{\lambda'}^{(i')} Y_{\lambda'\mu})_{\nu\nu'}}{E_{\nu\nu'}^2 - \omega_s^2}. \quad /28/$$

Из вида уравнений /25/ и /27/ следует, что в деформированных ядрах взаимодействия с различной мультипольностью одновременно дают вклад во все возбуждения, поскольку сохраняется только проекция углового момента на ось симметрии  $\mu \equiv K$ . Раздельное рассмотрение состояний, соответствующих взаимодействиям различных мультипольностей, вообще говоря, ничем не оправдано.

Для полноты приведем выражения для констант мультипольных сил

$$\begin{aligned} \chi_{\lambda}^{(0)} &= 2 \sum_{\nu > 0} (f_{\lambda}^{(0)} Y_{\lambda 0})_{\nu\nu} \cdot \nu^2, \\ \chi_{\lambda}^{(1)} &= 2 \sum_{\nu > 0} (f_{\lambda}^{(1)} Y_{\lambda 0 \tau})_{\nu\nu} \cdot \nu^2. \end{aligned} \quad /29/$$

Величина констант /29/ определяется в основном вкладами состояний ниже поверхности Ферми. Небольшой вклад вышележащих состояний обусловлен размытием поверхности Ферми парными корреляциями.

Для состояний с  $K = \mu = 1$  можно использовать соотношение /5/ для явного выделения решения уравнения /27/ с  $\omega_s = 0$ . Для этой цели запишем соотношение /5/ через матричные элементы операторов

$$\begin{aligned} E_{\nu\nu} \cdot L_{\nu\nu} \cdot (j_{\mu})_{\nu\nu} &= -\frac{\mu}{\sqrt{2}} U_{\nu\nu} \cdot \sum_{\lambda \neq 0} \sqrt{\lambda(\lambda+1)} \times \\ &\times [V_0 (f_{\lambda}^{(0)} Y_{\lambda\mu})_{\nu\nu} + V_1 (f_{\lambda}^{(1)} Y_{\lambda\mu})_{\nu\nu}], \quad \mu = \pm 1. \end{aligned} \quad /30/$$

Здесь  $L_{\nu\nu} \equiv u_{\nu} v_{\nu} - u_{\nu} v_{\nu} \cdot (j_{\mu})_{\nu\nu}$  — матричные элементы оператора углового момента. Подставляя /30/ в функции /28/ и используя свойства детерминанта, приводим /27/ к форме ( $\mu = \pm 1$ ):

$$\omega_s^2 \cdot \begin{vmatrix} -V_0 g_2^{(0)} & V_1 g_2^{(1)} & -V_0 g_4^{(0)} & V_1 g_4^{(1)} & \dots \\ -V_0 M_{22}^{(01)} & \chi_2^{(1)} + V_1 M_{22}^{(11)} & -V_0 M_{42}^{(01)} & V_1 M_{24}^{(11)} & \dots \\ -V_0 M_{24}^{(00)} & V_1 M_{42}^{(01)} & \chi_4^{(0)} - V_0 M_{44}^{(00)} & V_1 M_{44}^{(01)} & \dots \\ -V_0 M_{24}^{(01)} & V_1 M_{24}^{(11)} & -V_0 M_{44}^{(01)} & \chi_4^{(1)} + V_1 M_{44}^{(11)} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = 0, \quad /31/$$

где

$$g_{\lambda}^{(i)} \equiv \sum_{\nu' > 0} \frac{U_{\nu\nu'} \cdot L_{\nu\nu'} \cdot (j_{\mu})_{\nu\nu'}^* \cdot (f_{\lambda}^{(i)} Y_{\lambda\mu})_{\nu\nu'}}{E_{\nu\nu'}^2 - \omega_s^2} \quad /32/$$

В уравнении /31/ уже явно выделено "духовое" состояние с  $\omega_s=0$ . Легко показать, что полученный из уравнений /23/ интеграл движения  $\mathcal{P}_S(\mu)|_{\omega_s=0}$  пропорционален угловому момен-

ту. Действительно, при  $\omega_s=0$  уравнения /25/ тождественно удовлетворяются для амплитуд  $\psi_{\nu\nu'}(\mu) \sim L_{\nu\nu'}(j_\mu)_{\nu\nu'}$  и в соответствии с определением /24/ полученный интеграл движения с точностью до фактора совпадает с угловым моментом /в приближении СФ/. В качестве коэффициента пропорциональности получается момент инерции /12/, совпадающий по форме с выражением в крэнкинг-модели /4/.

Другие решения уравнения /31/ соответствуют  $1^+$ -состояниям с энергией выше энергетической щели  $2\Delta$ . Характеристики этих состояний в несколько упрощенном подходе подробно исследованы в работе /14/.

#### б/ Состояния с $K^\pi = 0^+$

При рассмотрении этой ветви возбуждений необходимо принимать во внимание спонтанное нарушение калибровочной инвариантности парным полем. Восстановление нарушенной симметрии достигается учетом остаточных парных взаимодействий квазичастиц и отделением "духового"  $0^+$ -возбуждения, или так называемой ветви парных вращений, содержащей основные состояния соседних четно-четных ядер /см., например, /7/.

Учет остаточных парных взаимодействий квазичастиц приводит к некоторой модификации уравнений /25/ для случая  $K = \mu = 0$ :

$$\begin{aligned}
 E_{\nu\nu'} \psi_{\nu\nu'}^{(s)} - G^{(r)} \delta_{\nu\nu'} \sum_{\nu_1 > 0}^{(r)} \psi_{\nu_1 \nu_1}^{(s)} &= \omega_s^2 \phi_{\nu\nu'}^{(s)}, \\
 E_{\nu\nu'} \phi_{\nu\nu'}^{(s)} - G^{(r)} \delta_{\nu\nu'} (u_\nu^2 - v_\nu^2) \cdot \sum_{\nu_1 > 0}^{(r)} (u_{\nu_1}^2 - v_{\nu_1}^2) \phi_{\nu_1 \nu_1}^{(s)} - & \quad /33/ \\
 - 2V_0 \sum_{\lambda \neq 0} (X_\lambda^{(0)})^{-1} N_\lambda^{(0)} \cdot U_{\nu\nu'} (f_\lambda^{(0)} Y_{\lambda 0})_{\nu\nu'} + \\
 + 2V_1 \sum_{\lambda \neq 0} (X_\lambda^{(1)})^{-1} N_\lambda^{(1)} \cdot U_{\nu\nu'} (f_\lambda^{(1)} Y_{\lambda 0})_{\nu\nu'} &= \psi_{\nu\nu'}^{(s)}, \\
 N_\lambda^{(1)} = \sum_{\substack{\nu\nu' > 0 \\ (n,p)}} U_{\nu\nu'} (f_\lambda^{(1)} Y_{\lambda 0})_{\nu\nu'} \cdot \phi_{\nu\nu'}^{(s)*} & \quad /34/
 \end{aligned}$$

Первое из уравнений /33/ при  $\omega_s = 0$  тождественно трансформируется в уравнение для энергетической щели  $\Delta$ , что и доказывает возможность отделения ветви парных вращений. Во втором уравнении можно провести перенормировку /15/ матричных элементов частично-дырочных взаимодействий:

$$\overline{(f_{\lambda}^{(i)} Y_{\lambda 0})_{\nu\nu'}} = (f_{\lambda}^{(i)} Y_{\lambda 0})_{\nu\nu'} - \delta_{\nu\nu'} \frac{\Gamma_{\nu}^{(i)}(\lambda)}{\gamma},$$

/35/

$$\gamma = (4\Delta^2 - \omega_s^2) b^2 + 4d^2,$$

$$\Gamma_{\nu}^{(i)}(\lambda) b = \gamma a^{(i)}(\lambda) + 4\eta^{(i)}(\lambda) [d - (\epsilon_{\nu} - \Lambda) b],$$

$$\eta^{(i)}(\lambda) = b c^{(i)}(\lambda) - a^{(i)}(\lambda) d,$$

$$a^{(i)}(\lambda) = \sum_{\nu > 0} \frac{(f_{\lambda}^{(i)} Y_{\lambda 0})_{\nu\nu}}{E_{\nu}(4E_{\nu}^2 - \omega_s^2)}, \quad b = \sum_{\nu > 0} \frac{1}{E_{\nu}(4E_{\nu}^2 - \omega_s^2)},$$

$$c^{(i)}(\lambda) = \sum_{\nu > 0} \frac{(u_{\nu}^2 - v_{\nu}^2)(f_{\lambda}^{(i)} Y_{\lambda 0})_{\nu\nu}}{4E_{\nu}^2 - \omega_s^2}, \quad d = \sum_{\nu > 0} \frac{u_{\nu}^2 - v_{\nu}^2}{4E_{\nu}^2 - \omega_s^2}.$$

Если обозначить

$$\mathbb{M}_{\lambda\lambda'}^{(ii')} = 2 \sum_{\nu\nu' > 0} \frac{E_{\nu\nu'} U_{\nu\nu'}^2 (f_{\lambda}^{(i)} Y_{\lambda 0})_{\nu\nu'}^* (f_{\lambda'}^{(i')} Y_{\lambda 0})_{\nu\nu'}}{E_{\nu\nu'}^2 - \omega_s^2},$$

/36/

то уравнения /33/ преобразуются при наложении условия совместности к форме /27/, в которой необходимо произвести замену

$$\mathbb{M}_{\lambda\lambda'}^{(ii')} \rightarrow \mathbb{M}_{\lambda\lambda'}^{(ii')}$$

Что касается состояний с другими значениями  $K = \mu = 2, 3, \dots$ , то они находятся решением уравнения /27/.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В изложенной модели использовано единственное структурное предположение о сепарабельности остаточных взаимодействий.

В отличие от обычной модели с парными и квадрупольными силами полученные уравнения обладают следующими преимуществами:

- в них учитывается вклад всех мультипольных сил, радиальная форма которых согласована с деформированным потенциалом;
- для всех состояний константы  $\chi_{\lambda}^{(0)}$  и  $\chi_{\lambda}^{(1)}$  одинаковы и не являются произвольными параметрами, а вычисляются и изменяются при изменении формы потенциала и массового числа;
- уравнения позволяют явно выделять "духовые" состояния, связанные со спонтанным нарушением симметрии.

Отметим также определенный недостаток полученных уравнений, обусловленный учетом только монопольных статических парных взаимодействий. Более аккуратный и последовательный учет взаимодействий в канале частица-частица /особенно квадрупольных/ приводит к количественным изменениям вычисляемых характеристик основных состояний ядер<sup>/16/</sup>, а также к перенормировке констант взаимодействий в канале частица-дырка<sup>/17/</sup>, что естественно сказывается на энергиях возбуждений и вероятностях переходов<sup>/18/</sup>.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Соловьев В.Г. Теория сложных ядер. "Наука", М., 1971.
2. Belyaev S.T. Nucl.Phys., 1965, 64, p.17.
3. Belyaev S.T. Phys.Lett., 1969, 28B, p.365.
4. Пятов Н.И., Черней М.И. ЯФ, 1972, 16, с.931.
5. Birbrair B.L. Phys.Lett., 1973, 46B, p.152.
6. Фаянс С.А., Ходель В.А. Письма в ЖЭТФ, 1973, 17, с.633.
7. Bohr A., Mottelson B.R. Nuclear Structure, v.11. W.A.Benjamin, Inc., New York, 1974.  
/Перевод: Бор О., Моттelson Б. Структура атомного ядра, "Мир", М., 1977, т.2/.
8. Пятов Н.И. ОИЯИ, Р4-8380, Дубна, 1974.
9. Базнат М.И., Пятов Н.И. В сб.: Статистические методы исследования систем многих частиц. "Штиинца", Кишинев, 1974, с.47.
10. Базнат М.И., Пятов Н.И. ЯФ, 1975, 21, с.708.
11. Нильссон С. В сб.: Деформация атомных ядер. ИИЛ, М., 1958, с.232.
12. Marshalek E.R., Wenner J. Ann.Phys., 1969, 53, p.569.
13. Михайлов И.Н., Янссен Д. Изв. АН СССР, сер.Физ., 1977, 41, с.1576.
14. Кулиев А.А., Пятов Н.И. ЯФ, 1974, 20, с.297.

15. Пятов Н.И. Материалы 8-й зимней школы ЛИЯФ по физике ядра и элементарных частиц. Ленинград, 1973, т.2, с.282.
16. Митропольский И.А. ЯФ, 1979, 29, с.1466.
17. Беляев С.Т., Румянцев Б.А. Препринт ИЯФ СО АН СССР, 1-70, Новосибирск, 1970.
18. Румянцев Б.А., Телицын В.Б. ЯФ, 1972, 15, с.690.

Рукопись поступила в издательский отдел  
29 октября 1979 года.