



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

502/2-80

4/2-80
P4 - 12793

В.Б.Беляев, А.Л.Зубарев, А.Рахимов

РАСЧЕТ НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК
РАССЕЯНИЯ ПИОНОВ НА ЯДРАХ ${}^3\text{He}$ И ${}^4\text{He}$

1979

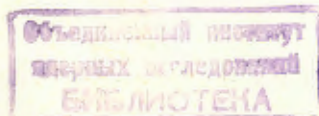
P4 - 12793

В.Б.Беляев, А.Л.Зубарев,* А.Рахимов*

РАСЧЕТ НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК
РАССЕЯНИЯ ПИОНОВ НА ЯДРАХ ${}^3\text{He}$ И ${}^4\text{He}$

Направлено в "Journal of Physics", ser. G

* Физический факультет Ташкентского
государственного университета



Беляев В.Б., Зубарев А.Л., Рахимов А.

P4 - 12793

Расчет низкоэнергетических характеристик
рассеяния пионов на ядрах ${}^3\text{He}$ и ${}^4\text{He}$

На основе метода сильной связи каналов, переформулированного при помощи вариационного принципа Швингера, получены длины рассеяния и фазы при низких энергиях $E_\pi \leq 28$ МэВ/ в процессах упругого взаимодействия пионов с ядрами ${}^3\text{He}$ и ${}^4\text{He}$. В расчетах использовались πN -потенциалы, соответствующие трем существующим наборам экспериментальных данных по πN -рассеянию. Найдена доля вклада в длины рассеяния процессов виртуального перехода ядерной системы в непрерывный спектр. Оказалось, что при отбрасывании этих процессов длина рассеяния $\pi^- {}^4\text{He}$ меняется на 48%, $\pi^+ {}^3\text{He}$ - на 30% и $\pi^- {}^3\text{He}$ - на 300%.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований, Дубна 1979

Belyaev V.N. et al.

P4 - 12793

Calculation of the Low-Energy Characteristics of
Pion Scattering on ${}^3\text{He}$ and ${}^4\text{He}$ Nuclei

Within the strong coupled channel method, reformulated by means of the Schwinger variational principle the phase shifts and scattering lengths were calculated for the elastic scattering of pions by the nuclei ${}^3\text{He}$ and ${}^4\text{He}$.

In the calculations the πN potentials corresponding to the three existing sets of the experimental data were used.

The contribution to the scattering lengths from virtual transitions into the continuum spectrum of the nuclear system was estimated. Neglecting such transitions changes the scattering lengths in the following manner: $\pi^- {}^4\text{He}$ by 48%, $\pi^+ {}^3\text{He}$ by 30% and $\pi^- {}^3\text{He}$ by an order of three.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

В последние годы наметился значительный прогресс в применении теории малонуклонных систем при решении задач пион-ядерной физики^{/1/}. Обращение к строгим методам этой теории позволяет сформулировать проблему исходя из "первых принципов", т.е. из заданных πN - и NN -потенциалов. При этом все еще приходится оставаться в рамках потенциальной модели, несмотря на то, что взаимодействие π -мезона с ядерной системой в принципе должно описываться методами теории поля. Однако здесь возникает ряд вопросов: какие именно ядерные системы, при каких энергиях и переданных импульсах пиона следует рассматривать с позиций этих методов? В какой мере такой подход необходим с точки зрения количественного согласия теоретических и измеряемых величин? Представляется, что ответить на эти вопросы можно, рафинируя именно технику потенциального описания и сравнивая результаты с экспериментом.

Описанию упругого рассеяния пионов на изотопах гелия при низких энергиях посвящено данное сообщение. Сразу заметим, что до сих пор в литературе отсутствуют работы, в которых были бы использованы интегральные уравнения типа Фаддеева-Якубовского^{/2/}, применимые к системам $\pi^- {}^3\text{He}$ и $\pi^- {}^4\text{He}$. В качестве уравнений движения нами будут использоваться уравнения метода сильной связи каналов, переформулированные на основе вариационного принципа Швингера^{/3/}.

Важной особенностью этих уравнений является возможность приближенного учета с их помощью вклада в упругое рассеяние процессов виртуального перехода ядерной

системы в состоянии непрерывного спектра. Применимость этих уравнений в области достаточно низких энергий пиона ($E_\pi \leq |\epsilon_{CB}|$), как известно^{4/}, основывается на эквивалентности вариационного принципа Швингера для t -матрицы методу конечномерной аппроксимации π -ядерного потенциала в пространстве ядерных переменных. Последняя же аппроксимация является справедливой при энергиях пиона, не превышающих ближайшего порога развала в ядре ${}^3\text{He}$ или ${}^4\text{He}$, поскольку при этих энергиях волновая функция всей системы π -ядра будет квадратично-интегрируемой по ядерным переменным, и поэтому ядерный гамильтониан будет вполне непрерывным оператором.

Отсутствие в этом методе принципиальных ограничений на число частиц в мишени означает, по-видимому, что, с точки зрения потенциального подхода, при низкой энергии пионов мы всегда имеем простую динамическую систему с одной степенью свободы.

Итак, рассмотрим первое уравнение системы для волновой функции относительного движения π -мезона и ядра^{3/}:

$$V_{11}|F\rangle = V_{11}|\vec{k}\rangle + \{V_{11}[(E - h_0 + E_1 + i\epsilon)^{-1} - (E - h_0 + i\epsilon)^{-1}]V_{11}^\dagger + \langle 1|V(E - h_0 + i\epsilon)^{-1}V|1\rangle\}|F\rangle. \quad (1)$$

Здесь $V = \sum_{i=1}^A V_{\pi N_i}$, E - полная энергия системы, E_1 -

- энергия основного состояния ядра, h_0 - оператор кинетической энергии относительного движения пиона и центра тяжести ядра, \vec{k} - относительный импульс π -ядерной системы, $|1\rangle$ - волновая функция основного состояния ядра.

Для описания основного состояния ядер ${}^3\text{He}$ и ${}^4\text{He}$ для радиальной части будем использовать простую одночастичную функцию вида

$$\psi(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) = \prod_{i=1}^A \psi_i(\vec{r}_i); \quad \psi_i(\vec{r}_i) = \exp(-\alpha^2 r_i^2),$$

параметры которой выбраны таким образом^{5/}, что электрические формфакторы ядер ${}^3\text{He}$ и ${}^4\text{He}$ воспроизводятся вплоть до \sin , т.е. $q^2 \sim 10 \text{ Фм}^{-2}$. πN -потенциалы выбирались в виде

$$v_{\pi N_i} = v^{1/2} P_i^{1/2} + v^{3/2} P_i^{3/2},$$

$$v^{t\pi N}(k, k') = -\frac{\lambda^{t\pi N}}{2\pi^2 \mu_{\pi N}} g^{t\pi N}(k) g^{t\pi N}(k'), \quad (2)$$

$P^{t\pi N}$ - проекционный оператор на состояние с изоспином $t_{\pi N}$.

Исходя из изотопической структуры потенциала (2), сводим отделение изоспиновых переменных к вычислению матричных элементов вида

$$\langle \phi_a | P_a^{t\pi N} | \phi_a \rangle,$$

ϕ_a - антисимметричная спин-изоспиновая функция ядра. В ядрах гелия эти матричные элементы оказались равными:

$$c^{3/2} \langle \phi_a | P^{3/2} | \phi_a \rangle = \frac{7}{9} \quad \text{для } {}^3\text{He},$$

$$c \langle \phi_a | P^{3/2} | \phi_a \rangle = \frac{2}{3} \quad \text{для } {}^4\text{He},$$

матричные элементы оператора $P^{1/2}$ находятся из соотношения $P^{1/2} + P^{3/2} = 1$.

Вместо уравнения (1) удобно решать уравнение для вспомогательной функции $\psi_{\vec{k}'}(\vec{k})$:

$$\psi_{\vec{k}'}(\vec{k}) = d c_1 g(k) S(q^2) + A c_1^2 d \int g^2(p') [G(E - E_{1,p'}) - G(E_{1,p'})] \times$$

$$\times S(q_1^2) \psi_{\vec{k}'}(\vec{p}') d\vec{p}' + c_3 \frac{(A-1)^2}{A} d \int g^2(p'') G(E_{1,p'') \times$$

$$\times S[(\sqrt{(A-2)} q_1)^2] \psi_{\vec{k}'}(\vec{p}'') d\vec{p}'', \quad (3)$$

где

$$\vec{q}_1 = \vec{k} - \vec{p}'; \quad \vec{q} = \vec{k} - \vec{k}'; \quad \vec{p}'' = \frac{(A-1)\vec{p}' + \vec{k}}{A};$$

$$d^{-1} = c_1 - c_2 \int g^2(p) G(E, p) d\vec{p};$$

$$c_1 = \sum_t c^t \lambda_0^t; \quad c_2 = \sum_t c^t (\lambda_0^t)^2; \quad c_3 = \sum_{t,t'} c^{t,t'} \lambda_0^t \lambda_0^{t'};$$

$$c^{t,t'} = \langle \phi_a | P_i^t P_j^{t'} | \phi_a \rangle; \quad i \neq j; \quad \lambda_0^t = -\frac{\lambda^{t\pi N}}{2\pi^2 \mu_{\pi N}};$$

$S(q^2)$ - формфактор ядра.

Эта функция связана с исходной волновой функцией следующим соотношением:

$$\psi_{\vec{k}'}(\vec{k}) = \int d\vec{p}' g(p') F_{\vec{k}'}(\vec{p}') S(q_1^2). \quad (4)$$

Для амплитуды рассеяния из определения $f = -\frac{\mu}{2\pi} \langle k | V_{1f} | F \rangle$ имеем

$$f(k, k') = -\frac{\mu}{2\pi} g(k) \psi_{\vec{k}'}(k) c_1. \quad (5)$$

При получении уравнения (3) мы воспользовались тем упрощающим обстоятельством, что длины πN -рассеяния в состояниях $t_{\pi N} = \frac{1}{2}$ и $\frac{3}{2}$ можно получить с помощью формфактора $g(k)$, имеющего одинаковую протяженность для обоих изотопических состояний.

Результаты решения уравнения (3) для длин рассеяния и фаз приведены в табл. 1-3. Табл. 1 содержит данные длины рассеяния пионов на легчайших ядрах, которые вычислены с помощью трех разных πN -потенциалов, соответствующих трем известным^{6,7,8/} экспериментальным наборам. Для сравнения приведены результаты других работ^{9-14/}. Как видно из наших результатов, набор πN -данных Соломона^{8/} является наиболее предпочтительным.

В табл. 2 представлены длины π -ядерного рассеяния для набора πN -данных Соломона, соответствующие различным значениям изоскалярной комбинации элементарных длин рассеяния, $a_0 = \frac{1}{2}(a_{\pi^- p} + a_{\pi^- n})$, значение которой наиболее неопределенно. Из табл. 2 видно, что значение изоскалярной длины $a_0 = 0$ является наименее подходящим.

Таблица 1

	$-a_{\pi^4 He}$	$-a_{\pi^3 He}$	$a_{\pi^3 He}^1$	$a_{\pi^3 He}$	$-a_{\pi d}$	$a_{\pi N}^1 (\mu_{\pi}^{-1})$	$a_{\pi N}^3 (\mu_{\pi}^{-1})$
	0,120	0,188	0,0886	$0,36 \cdot 10^{-2}$	0,0647	$0,170 \pm 4 \cdot 10^{-3}$	$-0,092 \pm 0,002$
	0,099	0,173	0,0865	$0,113 \cdot 10^{-4}$	0,0494	$0,181 \pm 0,008$	$-0,089 \pm 0,005$
	0,106	0,173	0,0847	$0,187 \cdot 10^{-2}$	0,0534		
	0,128	0,195	0,0888	$0,583 \cdot 10^{-2}$	0,0646	$0,174 \pm 0,006$	$-0,095 \pm 0,005$
[9]	0,085						
[10]	0,058						
[11]	0,125						
[12]		0,2101	0,1053	0,00016			
[13]		0,2096	0,1135	0,0058			
[14]	$0,12 \pm 0,01$			$0,052 \pm 0,007$			
эксп.	$0,143 \pm 0,004$	0,226		$0,048 \pm 0,007$			
				$0,05 \pm 0,005$			
				$0,074 \pm 0,03$			

Таблица 2

	$a_0=0$ $a^1=0,18$ $a^3=-0,09$	$a_0=-0,006$ $a^1=0,174$ $a^3=-0,095$	$a_0=-0,012$ $a^1=0,168$ $a^3=-0,012$	Экспери- мент
$a_{\pi^4\text{He}}$	-0,101	-0,128	-0,155	$-0,143 \pm 0,004$
$a_{\pi^3\text{He}}$	-0,176	-0,195	-0,215	-0,226
$a_{\pi^1\text{He}}$	0,0877	0,0888	0,0798	
$a_{\pi^-^3\text{He}}$	$-0,2 \cdot 10^{-5}$	$-0,58 \cdot 10^{-2}$	-0,0184	$0,05 \pm 0,005$
$a_{\pi d}$	-0,051	-0,0646	-0,0788	$-0,074 \pm 0,03$

Наконец, табл. 3 содержит зависимость S-фаз $\pi^4\text{He}$ - и $\pi^3\text{He}$ - рассеяния от энергии в области, допустимой с точки зрения сделанных приближений. Расчет проведен для πN -данных из набора ^{6/}. Ход фаз для $\pi^3\text{He}$ примерно совпадает с результатами работы ^{12/}. Экспериментальные данные при этих энергиях отсутствуют. Наконец, нами был найден вклад в длины рассеяния виртуальных переходов ядерной системы в непрерывный спектр, т.е. выражений вида $f < 1 |V|E > G_0 < E|V|1 > dE$ в ядре уравнения (1). Оказалось, что при отбрасывании этого члена длина рассеяния $\pi^4\text{He}$ меняется на 48%, $\pi^3\text{He}$ - на 30% и $\pi^-^3\text{He}$ - на 300%. Мы привели в работе значения $\text{Re} a_{\pi A}$, которые получаются только за счет эффектов многократного рассеяния пиона, с тем, чтобы, сравнивая их с экспериментальными данными, получить модельно независимое представление о величине эффектов, обусловленных процессами виртуального поглощения и рождения пионов.

Авторы выражают искреннюю благодарность М.М.Му-саханову и Е.В.Жеционко за интерес к работе.

Таблица 3

Фазы πHe - рассеяния (в градусах)

E_{π} (МэВ)	$\delta_{\pi^4\text{He}}$	$-\delta_{\pi^3\text{He}}$	$\delta_{\pi^1\text{He}}$
1	0,658	0,993	1,1
2	0,924	1,39	1,53
3	1,12	1,69	1,86
4	1,29	1,93	2,14
5	1,43	2,14	2,37
6	1,55	2,33	2,57
7	1,66	2,5	2,76
8	1,77		
10	1,94		
12	2,1		
14	2,23		
16	2,35		
18	2,46		
20	2,56		
22	2,65		
24	2,73		
26	2,81		
28	2,91		

ЛИТЕРАТУРА

1. Thomas A.W. TRIUMF, TRI-PP-78-13, 1978.
2. Якубовский О.А. ЯФ, 1967, 5, с.1312.
3. Зубарев А.Л. ЭЧАЯ, 1976, 7, с.552.
4. Belyaev V.B. et al. J. Phys. B, 1979, v.12, No.7, p.1225.
5. McCarthy J.S., Sick. I., Whitney R.R. Phys. Rev., 1977, C15, p.1396.
6. Bugg D.V. et al. Phys. Lett. B, 1973, B44, p.278.
7. Samaranyake V.K., Woolcock W.S. Nucl. Phys. B., 1972, 48, p.205.
8. Salomon M.S. TRIUMF, rep TRI-74-2, 1974.

9. Koltun D.S., Myhrer F. Z.Phys., 1977, A283, p.397.
10. Carcilazo H.Phys.Lett., 1979, v.82, 13, p.335.
11. Carcilazo H.Phys.Lett., 1979, v.82, 13, p.332.
12. Belyaev V.B., Wrzecionko J., Sakvarelidze M.I. Phys.Lett.B, 1979, v.83, p.19.
13. Thomas A.W. Can.J.Phys., 1978, v.56, p.687.
14. Lohs K.P. Nucl.Phys., 1978, A312, p.297.
15. Koltun D.S., Mizutani T.Nucl.Phys., 1977, A287, p.399.
16. Backenstoss G. et al.Nucl.Phys., 1974, B66, p.125.
17. Cheon L.T., von Egidy T.Nucl.Phys., 1974, A234, p.401.
18. Abela R. et al.Phys.Lett., 1977, 68B, p.429.
19. Baily J. et al.Phys.Lett., 1974, 58B, p.403.

Рукопись поступила в издательский отдел
17 сентября 1979 года.