сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р4 - 12773

И.Н.Михайлов, Х.Л.Молина, Р.Г.Назмитдинов

К РАСЧЕТУ ПАРАМЕТРОВ РАВНОВЕСНОЙ ДЕФОРМАЦИИ И МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ВО ВРАЩАЮЩИХСЯ ЯДРАХ

1979

P4 - 12773

И.Н.Михайлов, Х.Л.Молина, Р.Г.Назмитдинов

К РАСЧЕТУ ПАРАМЕТРОВ РАВНОВЕСНОЙ ДЕФОРМАЦИИ И МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ВО ВРАЩАЮЩИХСЯ ЯДРАХ

Михайлов И.Н., Молина Х.Л., Назмитдинов Р.Г. P4 - 12773

К расчету параметров равновесной деформации и момента инерции во вращающихся ядрах

Установлена связь между параметрами модели Михайлова - Янссена, описывающей возбужденные состояния вращающихся ядер, и параметрами модели принудительного вращения. При этом гамильтониан вращения представляется в виде ряда по степеням квадрата углового момента, а остаточное взаимодействие - в виде "квадрупольное + парное" взаимодействие. Развита теоретическая схема для исследования квадрупольных деформаций, параметра щели и момента инерции в области ираст-линии.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1979

Mikhailov I.N., Molina Ch.L., Nazmitdinov R.G. P4 - 12773

On Calculation of Quadrupole Deformation and the Moment of Inertia in Rotating Nuclei

The relation between the parameters in the model describing the spectra of excited states in rotating nuclei and the parameters in the cranking model is established. This is done writting the Hamiltonian as a polynomial depending on the angular momentum operator squared with the residual quadrupole and pairing interaction. The theoretical scheme is developed to investigate the quadrupole deformations, the pairing energy gap and the moment of the inertia in the region of yrast-line.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

В последнее время широкий интерес приобретают теоретические исследования в описании высокоспиновых состояний атомных ядер. Например, в работах [I-3] изучаются равновесные характеристики ряда ядер при больших угловых моментах. Практически все модели для деформированных ядер комбинируют идеи модели принудительного вращения и метода случайной фазы [4-7]. Так, в работе [4] построена микроскопическая модель для описания как состояний ираст-полосы, так и коллективных возбуждений над ней. В отличие от [7], где рассмотрение ведется на базе обычной модели принудительного вращения, гамильтониан которой

$$\hat H = \hat H_0 - \Omega \hat J_x \qquad (I)$$

не коммутирует с генераторами группы трехмерных вращений, в [4-6] инвариантность относительно этой группы симметрии восстанавливается введением внутреннего гамильтониана

$$\hat H = \hat H_0 - \mu \hat J^2. \qquad (2)$$

Здесь $\hat H_0$ - гамильтониан модели, $\hat J$ - угловой момент,

$$2\mu = \frac{\Omega}{\langle \hat J \rangle}. \qquad (3)$$

Параметр μ определяется также в [4-6] из условия существования безмассового фонона, генерирующего нутационные моды.

В данной работе будет показана связь между моментом инерции $\mathcal{J}$ и Ω - частотой вращения. Далее, используя приближения Хартри - Боголюбова и записывая остаточное парное + квадрупольное взаимодействие формально, как некоторые операторы с соответствующими лагранжевыми множителями, мы получим теоретическую схему для получения информации об изменении равновесных характеристик деформированных ядер, такие как: квадрупольные деформации, параметр щели при изменении углового момента ядра.

Рассмотрим гамильтониан вида

$$\tilde{\hat{H}} = \hat{H}_{s.p.} - \sum_{i=1}^{n} h_i(\hat{A}_i^2) \quad , \tag{4}$$

где

$$\hat{A}_1^2 = \hat{J}^2 \ , \ \hat{A}_2^2 = Q^+Q \ , \ \hat{A}_3^2 = \hat{P}^+\hat{P} \tag{5}$$

и

$$h_i(\hat{A}_i^2) = \sum_{k=1}^{m} a_{ik} \hat{A}_i^{2k} . \tag{5a}$$

Если для гамильтониана (4) использовать стандартные методы теории Хартри - Боголюбова, то мы получим

$$\tilde{H} = \langle H \rangle + H_{s.p}^{11} - \sum_i h_i^{11} + H_{s.p.}^{20} - \sum h_i^{20} - \\ - \sum (h_i^{40} + h_i^{22}) \quad , \tag{6}$$

где $\langle H \rangle$ - среднее от гамильтониана (4) по квазичастичному вакууму, $H_{s.p.}^{20} \sim \alpha^+\alpha^+$, $h_i^{22} \sim \alpha^+\alpha^+\alpha\alpha$, и т.д., где α^+ - оператор рождения квазичастицы. Выполнение принципа компенсации опасных диаграмм требует, чтобы

$$\langle \Psi \alpha\alpha | H_{s.p.}^{20} - \sum_i h_i^{20} | \Psi \rangle = 0 \quad ,$$

что эквивалентно вариационному принципу

$$\delta \langle \Psi | H_{s.p.}^{20} - \sum_i h_i^{20} | \Psi \rangle = 0 . \tag{7}$$

Ограничивая диагонализацию $\tilde{H}$ в приближении RPA, данном в [4-6], мы получаем

$$\tilde{H} = H_o - \sum_i \mu_i \hat{A}_i^2 \quad , \tag{8}$$

а для среднего поля:

$$\delta \langle \Psi | H_{s.p.}^{20} - \sum_i \Omega_i \hat{A}_i | \Psi \rangle = 0 \quad , \tag{9}$$

где все операторы написаны в квазибозонном приближении и приведены к нормальному виду. Параметры μ_i и Ω_i определяются так:

$$\Omega_i = \sum_k 2k\, a_{ik} \langle \hat{A}_i \rangle^{2k-1} \tag{10}$$

$$\mu_i = \sum_k k a_{ik} (2k-1) \langle \hat{A}_i \rangle^{2(k-1)} . \tag{11}$$

Таким образом (7) приводит нас к вариационному принципу принудительного вращения (cranking - модели). Из (10) и (11) легко установить связь

$$2\mu_i \equiv \frac{d\Omega_i}{d\langle \hat{A}_i \rangle} . \tag{12}$$

Если $A_i = I$, $\Omega_i = \Omega$, то

$$2\mu = d\Omega / dI . \tag{12a}$$

Частным случаем такой связи является связь между параметрами μ , Ω и I , принятая в [4-6]. Если в гамильтониане $\tilde{H}$ оставить только квадратичные степени $\hat{A}_2$, $\hat{A}_3$, то для Ω_2 и Ω_3 имеем

$$\Omega_2 = \varkappa \langle Q \rangle \qquad \Omega_3 = \Delta/2 \quad ,$$

где $\Delta = G\langle \hat{P} \rangle$ - энергетическая щель в теории парных корреляций.

Как было показано в [4-6], диагонализация гамильтониана при помощи процедуры ХБ и RPA приводит к разбиению на коммутирующие части

$$\tilde{H} = \langle \tilde{H} \rangle + H_{(+)} + H_{(-)} \ , \text{ где } H_B = H_{(+)} + H_{(-)}$$

включает в себя лишь билинейную по операторам бозонов $b_{ik}^+(b_{ik})$ часть полного бозонного разложения. Здесь мы более подробно остановимся на анализе бозонного гамильтониана $H_{(+)}$.

Рассмотрим вариационную задачу, вытекающую из (9):

$$\delta \langle \Psi | H' | \Psi \rangle = 0 \quad ,$$

где

$$H' = H_{s.p.} - \sum_i \Omega_i A_i \text{ и } \qquad \Omega_i = \frac{\partial E}{\partial \langle A_i \rangle} .$$

Предположим, что Ψ есть решение уравнения Шредингера

$$H'\Psi = R\Psi. \qquad (I3)$$

Тогда в первом порядке теории возмущений получим

$$(H'-R)\delta\Psi = \delta H'\Psi. \qquad (I3^{I})$$

Если $\delta\Psi = \sum_j \Psi^j \delta\Omega_j$, где Ψ^j – поправка к волновой функции, обусловленная малым изменением соответствующего лагранжева множителя, то тогда

$$\frac{\partial\Psi}{\partial\Omega_j} = \Psi_j = \sum_{\ell m} c^j_{\ell m} d^+_\ell d^+_m \Psi , \qquad (I4)$$

где Ψ – основное состояние, для которого имеет место (I3); $c^j_{\ell m}$ – коэффициенты разложения функции Ψ_j по полному базису. Тогда для вариации произвольного оператора имеем

$$\delta\langle \hat{A}_i \rangle = 2 \quad \langle \delta\Psi | \hat{A} | \Psi \rangle = 2\sum_j \delta\Omega_j \sum_{\ell m} c^j_{\ell m} (A_i)_{\ell m}, \qquad (I5)$$

где $(A_i)_{\ell m} = \langle \Psi | d_m d_\ell \hat{A}_i | \Psi \rangle$ Остается определить коэффициенты $c^j_{\ell m}$. Из (I3), пользуясь стандартной квантовой механикой и равенством (I4), получаем

$$c^j_{\ell m} E_{\ell m} = \left(\frac{\partial\Omega_i}{\partial\Omega_j}\right) (A_i)_{\ell m} , \qquad (I6)$$

где $E_{\ell m} = \langle \Psi | d_m d_\ell (H'-R) | \Psi \rangle$. Отсюда для (I5) имеем

$$\delta\langle A_i \rangle = 2\sum_{j\ell m} \frac{\delta\Omega_j}{E_{\ell m}} (\hat{A}_i)_{\ell m} (\hat{A}_j)_{\ell m} = 2\sum_j \delta\Omega_j S_{ij}(0).$$

$$S_{ij}(0) = \sum_{\ell m} \frac{(A_i)_{\ell m}(A_j)_{\ell m}}{E_{\ell m}} \qquad (I7)$$

Из (I7) получаем

$$\frac{\delta\langle A_i \rangle}{\delta\Omega_k} = 2\sum_j \frac{\delta\Omega_j}{\delta\Omega_k} S_{ij}(0) , \qquad (I8)$$

но $\dfrac{\delta\Omega_k}{\delta\langle A_i \rangle} = \dfrac{\partial\Omega_k}{\partial\langle A_i \rangle} = \dfrac{\partial^2 E}{\partial\langle A_i \rangle^2}$, тогда имеет место

$$\frac{\partial^2 E}{\partial\langle A_i \rangle^2} = \frac{1}{2\sum_j \partial\Omega_j/\partial\Omega_k \, S_{ij}(0)}. \qquad (I9)$$

Рассмотрим более подробно систему уравнений (I8). Перепишем ее в виде

$$\frac{\partial\langle A_i \rangle}{\partial\langle A_k \rangle} = 2\sum_j \frac{\partial\Omega_j}{\partial\langle A_k \rangle} S_{ij}(0). \qquad (I8a)$$

Оставляя в (5а) только квадратичные члены, мы имеем для квадрупольного взаимодействия

$$\Omega_2 \hat{Q} = \varkappa \langle Q_0 \rangle \hat{Q}_0 + \varkappa \langle Q_2^{(+)} \rangle \hat{Q}_2^{(+)} ,$$

где

$$\hat{Q}_2^{(+)} = \frac{\hat{Q}_{2+2} + \hat{Q}_{2-2}}{\sqrt{2}} ,$$

а $\hat{Q}_0$, $\hat{Q}_{2\pm2}$ – ненулевые в среднем компоненты квадрупольного момента. Для $\hat{A}_2$ и Ω_2 имеем

$$\Omega_2^{(+)} = \varkappa \langle \hat{Q}_2^{(+)} \rangle \qquad \hat{A}_2^{(+)} = \hat{Q}_2^{(+)}$$

$$\hat{A}_0 = \hat{Q}_0 \qquad \Omega_0 = \varkappa \langle \hat{Q}_0 \rangle.$$

Ограничиваясь интересным для нас случаем $\langle \hat{A}_k \rangle = \langle \hat{I} \rangle$, получим систему уравнений

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{\mathcal{J}_x} S_{j_x j_x}(0) + \frac{\partial q_0}{\partial I} \varkappa S_{j_x q_0}(0) + \frac{\partial q_2^{(+)}}{\partial I} \varkappa S_{j_x q_2^{(+)}}(0) + \frac{1}{2}\frac{\partial\Delta}{\partial I} S_{j_x p^{(+)}}(0)$$

$$0 = \frac{1}{\mathcal{J}_x} S_{j_x q_0}(0) + \frac{\partial q_0}{\partial I} \varkappa \left(S_{q_0 q_0}(0) - \frac{1}{2\varkappa}\right) + \frac{\partial q_2^{(+)}}{\partial I} \varkappa S_{q_0 q_2^{(+)}}(0) + \frac{1}{2}\frac{\partial\Delta}{\partial I} S_{q_0 p^{(+)}}(0)$$

$$0 = \frac{1}{\mathcal{J}_x} S_{j_x q_2^{(+)}}(0) + \frac{\partial q_0}{\partial I} \varkappa S_{q_0 q_2^{(+)}}(0) + \frac{\partial q_2^{(+)}}{\partial I} \varkappa \left(S_{q_2^{(+)} q_2^{(+)}}(0) - \frac{1}{2\varkappa}\right) + \frac{1}{2}\frac{\partial\Delta}{\partial I} S_{q_2^{(+)} p^{(+)}}(0)$$

$$0 = \frac{1}{\mathcal{J}_x} S_{j_x p^{(+)}}(0) + \frac{\partial q_0}{\partial I} \varkappa S_{q_0 p^{(+)}}(0) + \frac{\partial q_2^{(+)}}{\partial I} \varkappa S_{q_2^{(+)} p^{(+)}}(0) + \frac{1}{2}\frac{\partial\Delta}{\partial I}\left(S_{p^{(+)} p^{(+)}}(0) - \frac{1}{G}\right),$$

где $\mathcal{J}_x = \frac{dI}{d\Omega}$, $q_0 = \langle Q_0 \rangle$, $q_2^{(+)} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(Q_{2+2} + Q_{2-2}\right)$.

Из (I9) легко получить по известным правилам выражения для

$\mathcal{J}_x, \frac{\partial q_0}{\partial I}, \frac{\partial q_2}{\partial I}, \frac{\partial \Delta}{\partial I}$.

Из-за громоздкости этих выражений мы не приводим их в явном виде. Зная все эти величины, можно легко находить равновесные характеристики вращающегося ядра при любом значении I. Для этого достаточно решить самосогласованную задачу на отыскание равновесных характеристик при $I = I_0$. Рассчитав производные от квадрупольных операторов, щели по спину, мы можем получить информацию о равновесных характеристиках при $I \neq I_0$, но близком к I_0 .

$$Q_{(I)} = Q_{I_0} + \frac{\partial Q(I_0)}{\partial I} dI$$

$$\Delta(I) = \Delta(I_0) + \frac{d\Delta(I_0)}{dI} dI.$$

Зная квадрупольные моменты при данном I, мы получаем однозначную связь с ε и γ , а также равновесное значение Δ . Определив эти параметры, можно решать секулярные уравнения, полученные в /4-6/.

Таким образом, в данной работе показано:

I) Если справедливо представление операторов в виде ряда, в котором каждый член пропорционален степени $2n$, можно однозначно определить в приближении ХБ связь между Ω_i и M_i . Вопрос о сходимости такого ряда в данной работе не исследовался и представляет самостоятельный интерес. Но нам кажется, что в области небольших значений моментов такое разложение может иметь место.

2) Показано, что связь момента инерции ядра $\mathcal{J}_x$, частоты вращения Ω и углового момента имеет вид

$$\mathcal{J}_x = \frac{dI}{d\Omega}.$$

3) Построена теоретическая схема для отыскания равновесных характеристик атомного ядра.

Литература

I. G.Andersson et al. Nucl. Phys., A268,205 (1976).

2. K.Neergard et al. Nucl. Phys., A287,48 (1977).

3. K.Pomorski and B. Nerlo-Pomorska. Z.Physik. A283,383 (1977).

4. I.N.Mikhailov, D. Janssen. Izv. Acad. Nauk USSR. (ser. Phys.) 4I, I576 (1977).

5. I.N.Mikhailov and D. Janssen.Phys. Lett., 72B,303 (1978).

6. D.Janssen and I.N.Mikhailov. Nucl. Phys. A3I8,390 (1979).

7. E.R.Marshalek. Nucl. Phys., A275,4I6 (1977).

Рукопись поступила в издательский отдел
6 сентября 1979 года.