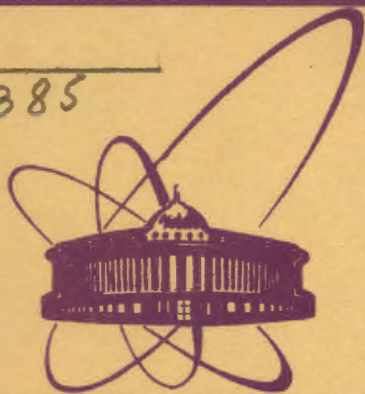


A-385



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
Дубна

82/2-80

14/1-80

P4 - 12772

А.Акбаров, А.В.Игнатюк, И.Н.Михайлов, Х.Л.Молина,
Р.Г.Назмитдинов, Д.Янссен

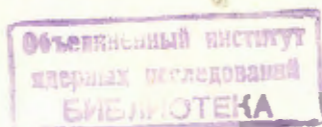
КОЛЛЕКТИВНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ
БЫСТРОВРАЩАЮЩИХСЯ ЯДЕР В ПРОСТОЙ МОДЕЛИ

1979

P4 - 12772

А.Акбаров*, А.В.Игнатюк**, И.Н.Михайлов, Х.Л.Молина,
Р.Г.Назмитдинов, Д.Янссен***

КОЛЛЕКТИВНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ
БЫСТРОВРАЩАЮЩИХСЯ ЯДЕР В ПРОСТОЙ МОДЕЛИ



* ИЯФ АН УзССР, г.Ташкент.

** ФЗИ, г.Обнинск.

*** ЦИЯИ, г.Россендорф, ГДР.

Акбаров А., и др.

P4 - 12772

Коллективные возбуждения быстро вращающихся ядер
в простой модели

В приближении случайных фаз исследовано влияние вращения на энергии гигантских квадрупольных резонансов в модели ядра, в которой среднее поле представляется трехмерным гармоническим осциллятором. Показано, что важную роль при этом играют условия самосогласования. Спектры нутационных возбуждений быстро вращающегося ядра, рассчитанный в рамках модели, существенно отличается от оценок, основанных на модели жесткого ротатора. На основании проведенных расчетов можно также сделать предположение о том, что в области слинов, близких к критическим для деления, одна из ветвей гигантского квадрупольного резонанса имеет аномально низкую энергию возбуждения.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований, Дубна 1979

Akbarov A. et al.

P4 - 12772

Collective Excitations of Fast-Rotating
Nuclei in a Simple Model

The effects of rotation on the spectrum of the giant quadrupole resonance is studied using the model with the average field generated by the cranking three-axial harmonic oscillator potential. The role of the selfconsistency conditions is shown. The energy of wobbling states turns out to be noticeably different from the estimates obtained using the rigid-body formula. The results imply that one of the modes of the giant resonance states has anomalously low excitation energy when rotational frequency approaches the critical for fission value.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

© 1979 Объединенный институт ядерных исследований Дубна

§ I. Введение

Изучение структуры ядер по данным о состояниях с большой энергией возбуждения и большими угловыми моментами представляется весьма перспективным. В последние годы развиты методы, позволяющие рассчитать структурные параметры быстро вращающихся ядер в рамках микроскопической теории на основании единой модели [1,2,3].

Однако практическая реализация теории сопряжена с весьма трудоемкими расчетами и с введением большого числа дополнительных упрощений и предположений.

Ниже мы приводим результаты анализа коллективных свойств системы с гамильтонианом

$$H = \sum_{\nu=1}^A \frac{p_{\nu}^2}{2m} + \frac{m\omega_0^2}{2} \sum_{\nu=1}^A r_{\nu}^2 - \frac{\alpha}{2} \sum_{ik} Q_{ik}^2, \quad (I.1)$$

где

$$Q_{ik} = \sum_{\nu=1}^A Q_{ik}(\nu); \quad Q_{ik}(\nu) = 3x_i^{\nu} x_k^{\nu} - \delta_{ik} r_{\nu}^2, \quad (I.2)$$

Простота гамильтониана модели позволяет аналитически решить уравнения для самосогласованного поля вращающейся системы [4,5,6], а также получить аналитические выражения для элементов секулярных уравнений, определяющих спектр возбуждений с учетом коллективных эффектов. Таким образом, результаты, полученные в рамках рассматриваемой модели, свободны от трудноконтролируемых приближений, связанных с выбором среднего поля, числа учитываемых уровней и т.п., с которыми приходится встречаться в более реалистических моделях.

Поэтому анализ простой модели, исследуемой здесь, интересен в методическом плане. Следует отметить, что изучаемая модель содержит много сходных черт с более реалистическими моделями ядра в отношении того, как меняются общие свойства системы при увеличении углового момента и энергии возбуждения над ираст-линией /5/. В случае легких ядер, например ^{20}Ne , модель дает правильное предсказание области *cut-off*, что связано с отсутствием в легких ядрах ℓs -сил и спаривания, что отражено в модели. Она позволяет также проанализировать основные характеристики гигантских мультипольных резонансов при малых спинах /7/. Отсюда следует принципиальная возможность прогнозирования эффектов на основе такой модели.

§ 2. Общая формулировка модели

Следуя /2,3/, мы применим процедуру температурного варианта приближения случайной фазы (ПСФ) к гамильтониану

$$\tilde{H} = H - \mu_x L_x^2 - \mu (L_y^2 + L_z^2), \quad (2.1)$$

где H - оператор (I.1), (I.2), а дополнительные члены, содержащие проекции углового момента J_i , введены для того, чтобы обеспечить выделение внутренних (неротационных) возбуждений при произвольном значении угловой скорости вращения Ω . Как показано в /3/, значения параметров μ_x и μ равны

$$2\mu = \Omega \langle \Omega | \hat{L}_x | \Omega \rangle = \frac{\gamma}{\mathcal{I}_x}^{-1}, \quad (2.2)$$

$$2\mu_x = d\Omega/d \langle \Omega | \hat{L}_x | \Omega \rangle. \quad (2.3)$$

В формулах (2.2), (2.3) средние определены по многочастичной волновой функции, удовлетворяющей вариационному уравнению

$$\delta \langle H' \rangle = \delta \langle \Omega | H - \Omega \hat{L}_x | \Omega \rangle = 0, \quad (2.4)$$

Решение (2.4) для конкретного случая, рассматриваемого здесь, с гамильтонианом (I.1), (I.2) получено в работах /4,5/. Приведем важные для дальнейшего характеристики этого решения, следуя обозначениям работы /5/.

Гамильтониан среднего поля в приближении Хартри может быть записан в виде

$$H' = \sum_{\nu=1}^A H^{(\nu)},$$

$$H^{(\nu)} = \hbar \omega_x (\hat{n}_x + 1/2) + \hbar \omega_+ (\hat{n}_+ + 1/2) + \hbar \omega_- (\hat{n}_- + 1/2), \quad (2.5)$$

где

$$\omega_{\pm}^2 = \frac{\omega_0^2}{2} (\mu \pm \sqrt{\mu^2 - 4g}), \quad \mu = \frac{1}{4} [g(1+\lambda) - \sqrt{(3-\lambda)^2 - 8g}], \quad (2.6)$$

а частоты ω_i удовлетворяют условиям самосогласования

$$\omega_i^2 = \omega_0^2 - \frac{6\alpha}{m} \langle \Omega | \hat{Q}_{ii} | \Omega \rangle. \quad (2.7)$$

Операторная структура $H^{(\nu)}$ в (2.5) определяется формулами

$$\hat{n}_i = a_i^{\dagger} a_i, \quad [a_i, a_j^{\dagger}] = \delta_{ij} \quad (i, j = x, +, -), \quad (2.8)$$

причем операторы бозонов a_i, a_i^{\dagger} являются линейными комбинациями $x, p_x (a_x, a_x^{\dagger})$ и $y, z, p_y, p_z (a_{\pm}, a_{\pm}^{\dagger})$. Соответствующие выражения определены в работе /5/. Операторы a_x, a_x^{\dagger} инвариантны по отношению к повороту на π вокруг оси x , в то время как операторы $a_{\pm}, a_{\pm}^{\dagger}$ меняют знак при аналогичном преобразовании.

Следуя работе /5/, введем безразмерные обозначения

$$\nu_{\pm} = \frac{\omega_{\pm}^2}{\omega_0^2}; \quad \nu_i = \frac{\omega_i^2}{\omega_0^2}; \quad \lambda = \frac{\Omega^2}{\omega_0^2}; \quad g = \frac{18\alpha C}{m^2 \omega_0^4}. \quad (2.9)$$

Так же как в работе /5/, мы принимаем, что

$$W_i \omega_i = C = C_0 + U/3, \quad (2.10)$$

где $3C_0$ - наименьшее собственное значение H' для заданного числа частиц A и угловой частоты вращения Ω и U - энергия статистического возбуждения. В работе /6/ рассматривались другие условия, фиксирующие связь между суммами чисел квантов в заполнен-

ных состояниях

$$W_i = \langle \Omega | \sum (\hat{n}_i(v) + 1/2) | \Omega \rangle$$

и частотами среднего поля ω_i . Однако при практическом анализе величины W_i считались заданными и не зависящими от угловой скорости Ω . При таком выборе W_i в модели не имеет места пересечение уровней.

Условия самосогласования (2.7) вместе с условием (2.10) приводят в общем случае к существованию решений двух типов:

а) решение с аксиально-симметричной формой, вырождающейся в сферу при $\Omega = 0$:

$$q_{xx} = -\frac{1}{2} q_{yy} = -\frac{1}{2} q_{zz} > 0, \quad (2.11)$$

$$q_{ii}(\Omega=0) = 0, \quad v_y = v_z = v,$$

где

$$q_{ii} \equiv \langle \Omega | \hat{Q}_{ii} | \Omega \rangle;$$

б) решение с трехосной формой, вырождающейся в аксиально-вытянутую при $\Omega = 0$:

$$q = v_+ v_-, \quad (2.12)$$

и существующее лишь в ограниченной области частот вращения $\Omega < \Omega_c^{(4)}$.

В силу инвариантности \hat{H} по отношению к повороту системы координат на угол \mathcal{F} вокруг оси x собственные функции обладают простыми трансляционными свойствами по отношению к преобразованию $R_x(\pi)$:

$$R_x(\pi) | \Omega \rangle = e^{i\varphi} | \Omega \rangle. \quad (2.13)$$

В дальнейшем полагаем, что фаза φ для состояний иррадиационной линии равна нулю (случай четно-четных ядер с одновременным заполнением двух возможных состояний). В силу аргументов, приведенных в работе /8/, угловой момент состояний иррадиационной линии при этом принимает лишь четные значения. Волновые функции состояний над иррадиационной линией могут быть аппроксимированы выражениями

$$\Phi_\lambda^+ | \Omega \rangle, \quad (2.14)$$

где оператор рождения бозона Φ_λ^+ выражается через обобщенные координаты X_λ и импульсы P_λ :

$$\Phi_\lambda^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (X_\lambda + iP_\lambda), \quad (2.15)$$

для нахождения операторов $\Phi_\lambda^+(X_\lambda, P_\lambda)$ необходимо решить уравнения движения

$$[P_\lambda, \tilde{H}] = -i\omega_\lambda X_\lambda; [X_\lambda, \tilde{H}] = i\omega_\lambda P_\lambda; [X_\lambda, P_{\lambda'}] = i\delta_{\lambda\lambda'} \quad (2.16)$$

Эта задача решается стандартными методами ПСФ. При этом существенную роль играет наличие симметрии (2.13). Благодаря (2.13), решения уравнений ПСФ распадаются на два типа, фоновые операторы которых удовлетворяют соотношениям

$$R_x(\pi) \Phi_\pm^+ R_x^{-1}(\pi) = \pm \Phi_\pm^+. \quad (2.17)$$

Состояния (2.14), отвечающие решениям с положительной сигнатурой $\Phi_\pm^+ | \Omega \rangle$, имеют, как и иррадиационные, четные значения I , а состояния $\Phi_\pm^+ | \Omega \rangle$ существуют при нечетных I . Решения ПСФ в рамках обсуждаемой модели имеют положительную пространственную четность, а соответствующие бозонные операторы записываются в виде

$$\hat{X}_{\lambda(\pm)} = \sum_s X_s^{\lambda(\pm)} \hat{q}_s; \hat{P}_{\lambda(\pm)} = i \sum_s P_s^{\lambda(\pm)} \hat{p}_s, \quad (2.18)$$

где \hat{q}_s, \hat{p}_s — операторы, содержащие определенные комбинации a_i^+ , $a_i, a, X_s^{\lambda(\pm)}, P_s^{\lambda(\pm)}$ — амплитуды, которые можно получить из уравнений (2.16). В приближении ПСФ имеют место коммутационные соотношения

$$[\hat{q}_s, \hat{q}_{s'}] = [\hat{p}_s, \hat{p}_{s'}] = 0, \quad (2.19)$$

$$[\hat{q}_s, \hat{p}_{s'}] = V_s \delta_{ss'}$$

Причем V_s равны средним по многочастичному состоянию $| \Omega \rangle$ от соответствующих точных значений коммутаторов и полностью определяются W_i . В соответствии со сказанным выше о существовании решений с разными сигнатурами остаточные силы разделяются на две коммутирующие между собой части $\hat{H}^{(+)}$ и $\hat{H}^{(-)}$, так что полный гамильтониан принимает вид

$$\tilde{H} = H' - H^{(+)} - H^{(-)} \quad (2.20)$$

$$H^{(+)} = \frac{3}{4} \alpha (Q_0^2 + Q_2^2) + \alpha Q_{yz}^2 + \mu_x L_x^2,$$

$$H^{(-)} = \alpha Q_{xy}^2 + \alpha Q_{xz}^2 + \mu (L_y^2 + L_z^2),$$

$$Q_0 = Q_{zz}, \quad Q_2 = \frac{1}{3} (Q_{xx} - Q_{yy}), \quad (2.21)$$

где во всех операторах оставлены линейные по бозонам части, т.е. они являются линейными комбинациями операторов \hat{q}_s и \hat{p}_s .

Приведем вид всех операторов, входящих в $H^{(\pm)}$:

$$\begin{aligned} \hat{q}_1 &= \sum_{\nu} a_{+}^{+}(\nu) a_{+}^{+}(\nu) + a_{+}(\nu) a_{+}(\nu), \quad \hat{p}_1 = \sum_{\nu} a_{+}^{+}(\nu) a_{+}^{+}(\nu) - a_{+}(\nu) a_{+}(\nu), \\ \hat{q}_2 &= \sum_{\nu} a_{-}^{+}(\nu) a_{-}^{+}(\nu) + a_{-}(\nu) a_{-}(\nu), \quad \hat{p}_2 = \sum_{\nu} a_{-}^{+}(\nu) a_{-}^{+}(\nu) - a_{-}(\nu) a_{-}(\nu), \\ \hat{q}_3 &= \sum_{\nu} a_{x}^{+}(\nu) a_{x}^{+}(\nu) + a_{x}(\nu) a_{x}(\nu), \quad \hat{p}_3 = \sum_{\nu} a_{x}^{+}(\nu) a_{x}^{+}(\nu) - a_{x}(\nu) a_{x}(\nu), \\ \hat{q}_4 &= \sum_{\nu} a_{+}^{+}(\nu) a_{-}^{+}(\nu) + a_{+}(\nu) a_{-}(\nu), \quad \hat{p}_4 = \sum_{\nu} a_{+}^{+}(\nu) a_{-}^{+}(\nu) - a_{+}(\nu) a_{-}(\nu), \\ \hat{q}_5 &= \sum_{\nu} a_{+}^{+}(\nu) a_{-}(\nu) + a_{+}(\nu) a_{-}(\nu), \quad \hat{p}_5 = \sum_{\nu} a_{+}^{+}(\nu) a_{-}(\nu) - a_{+}(\nu) a_{-}(\nu). \end{aligned}$$

$$V_{\frac{1}{2}} = \frac{8C}{\omega_{\pm}}, \quad V_3 = \frac{8C}{\omega_x}, \quad V_4 = 2C \left(\frac{1}{\omega_{-}} \pm \frac{1}{\omega_{+}} \right), \quad (2.22)$$

$$\hat{Q}_{0,2} = \sum_s q_s^{0,2} \hat{q}_s, \quad Q_{yz} = i \sum_s q_s^1 \hat{p}_s, \quad L_x = \sum_s e_s^x \hat{q}_s,$$

$$q_{1,2}^0 = 2Z_{+,-}^2 + y_{+,-}^2, \quad q_3^0 = -\frac{1}{2m\omega_x}, \quad q_{\frac{1}{2}}^0 = 4Z_{-}Z_{+} \pm 2y_{+}y_{-},$$

$$q_{1,2}^2 = \sqrt{3} y_{+,-}^2, \quad q_3^2 = \frac{\sqrt{3}}{2m\omega_x}, \quad q_{\frac{1}{2}}^2 = \pm 2\sqrt{3} y_{+}y_{-},$$

$$q_{1,2}^1 = -3y_{+,-}Z_{+,-}, \quad q_3^1 = 0, \quad q_{\frac{1}{2}}^1 = \mp 3(y_{+}Z_{+} \pm y_{-}Z_{-}),$$

$$e_{1,2}^x = \pm \frac{\Omega(\omega_{\pm}^2 - \omega_y^2)}{2\omega_{\pm}(\omega_{\pm}^2 - \omega^2)}, \quad e_3^x = 0, \quad e_{\frac{1}{2}}^x = \pm \frac{(\omega_{\pm}^2 - \omega_y^2)(\sqrt{\omega_{\pm}^2 - \Omega^2} + \sqrt{\omega_y^2 - \Omega^2})}{2\sqrt{\omega_{\pm}\omega}(\omega_{\pm}^2 - \omega^2)}.$$

Из уравнений движения (2.15) нетрудно получить $p_s^{\lambda}, \quad x_s^{\lambda}$:

$$p_s^{\lambda} = \frac{\alpha}{E_s^2 - \omega^2} \left\{ \frac{3}{2} E_s (q_s^0 C_0 + q_s^2 C_2) + 2\omega_x q_s^1 C_1 \right\}, \quad (2.23)$$

$$x_s^{\lambda} = \frac{\alpha}{E_s^2 - \omega^2} \left\{ \frac{3}{2} \omega_x (q_s^0 C_0 + q_s^2 C_2) + 2E_s q_s^1 C_1 \right\},$$

где

$$E_{1,2} = 2\omega_{\pm}, \quad E_3 = 2\omega_x, \quad E_{4,5} = \omega_{\pm} \pm \omega,$$

$$C_{0,2} = i [\hat{P}_x, \hat{Q}_{0,2}], \quad C_1 = i [\hat{X}_x, \hat{Q}_{yz}]. \quad (2.24)$$

Из условия существования ненулевых решений (2.24) получается секулярное уравнение для собственных частот возбуждений с положительной сигнатурой

$$\begin{vmatrix} S_{01} - \frac{2}{3\alpha} & S_{02} & S_{01} \\ S_{02} & S_{22} - \frac{2}{3\alpha} & S_{12} \\ S_{01} & S_{12} & S_{11} - \frac{1}{2\alpha} \end{vmatrix} = 0, \quad (2.25)$$

где

$$S_{ik} = \sum_s \frac{q_s^i q_s^k E_s V_s}{E_s^2 - \omega^2} \quad \text{при } i, k = 0, 2 \quad \text{или } i = k = 1$$

$$\text{и } S_{ik} = \sum_s \frac{q_s^i q_s^k V_s}{E_s^2 - \omega^2} \quad \text{при } i \text{ или } k = 1.$$

В случае фононов отрицательной сигнатуры имеем:

$$\hat{q}_1 = \sum_{\nu} a_{x}^{+}(\nu) a_{+}^{+}(\nu) + a_{+}(\nu) a_{x}(\nu), \quad \hat{p}_1 = \sum_{\nu} a_{x}^{+}(\nu) a_{+}^{+}(\nu) - a_{+}(\nu) a_{x}(\nu),$$

$$\hat{q}_2 = \sum_{\nu} a_{x}^{+}(\nu) a_{-}^{+}(\nu) + a_{-}(\nu) a_{x}(\nu), \quad \hat{p}_2 = \sum_{\nu} a_{x}^{+}(\nu) a_{-}^{+}(\nu) - a_{-}(\nu) a_{x}(\nu),$$

$$\hat{q}_3 = \sum_{\nu} a_{+}^{+}(\nu) a_{x}(\nu) + a_{x}^{+}(\nu) a_{+}(\nu), \quad \hat{p}_3 = \sum_{\nu} a_{+}^{+}(\nu) a_{x}(\nu) - a_{x}^{+}(\nu) a_{+}(\nu), \quad (2.26)$$

$$\hat{q}_4 = \sum_{\nu} a_{+}^{+}(\nu) a_{x}(\nu) + a_{x}^{+}(\nu) a_{-}(\nu), \quad \hat{p}_4 = \sum_{\nu} a_{+}^{+}(\nu) a_{x}(\nu) - a_{x}^{+}(\nu) a_{-}(\nu),$$

$$V_{1,2} = 2C \left(\frac{1}{\omega_{\pm}} + \frac{1}{\omega_{\mp}} \right), \quad V_{3,4} = 2C \left(\frac{1}{\omega_x} - \frac{1}{\omega_{\mp}} \right),$$

$$\hat{Q}_{xy} = i \sum_s q_s^{xy} \hat{p}_s, \quad \hat{Q}_{xz} = \sum_s q_s^{xz} \hat{q}_s, \quad \hat{L}_y = i \sum_s e_s^y \hat{p}_s, \quad (2.27)$$

$$\hat{L}_z = \sum_s e_s^z \hat{q}_s.$$

$$q_{1,3}^{xy} = -\frac{3y_+}{\sqrt{2m\omega_x}}, \quad q_{2,4}^{xy} = -\frac{3y_-}{\sqrt{2m\omega_x}},$$

$$q_{1,3}^{xz} = -\frac{3z_+}{\sqrt{2m\omega_x}}, \quad q_{2,4}^{xz} = \frac{3z_-}{\sqrt{2m\omega_x}},$$

$$y_{\pm} = iY_{\pm}.$$

Аналогично предыдущему случаю при $\omega_\lambda \neq 0$ имеем

$$P_S^\lambda = \frac{2\alpha}{E_S^2 - \omega_\lambda^2} \{E_S q_S^{xz} C_3 + \omega_\lambda q_S^{xy} C_4\},$$

$$X_S^\lambda = \frac{2\alpha}{E_S^2 - \omega_\lambda^2} \{\omega_\lambda q_S^{xz} C_3 + E_S q_S^{xy} C_4\}, \quad (2.28)$$

где теперь

$$C_3 = [\hat{P}_\lambda, \hat{Q}_{xz}], \quad C_4 = [\hat{X}_\lambda, \hat{Q}_{xy}], \quad (2.29)$$

$$E_{1,2} = \omega_{+,-} + \omega_x, \quad E_{3,4} = \omega_{+,-} - \omega_x. \quad (2.30)$$

Из (2.29), (2.28) получим секулярное уравнение для ненулевых частот отрицательной сигнатуры:

$$\left| \begin{array}{cc} \sum \frac{(q_S^{xz})^2 E_S V_S}{E_S^2 - \omega^2} - \frac{1}{4\alpha} & \omega \sum \frac{q_S^{xz} q_S^{xy} V_S}{E_S^2 - \omega^2} \\ \omega \sum \frac{q_S^{xz} q_S^{xy} V_S}{E_S^2 - \omega^2} & \sum \frac{(q_S^{xy})^2 E_S V_S}{E_S^2 - \omega^2} - \frac{1}{4\alpha} \end{array} \right| = 0. \quad (2.31)$$

Свойства симметрии гамильтониана \hat{H} ,

$$[\hat{L}_x, \hat{H}] = [\hat{L}_y, \hat{H}] = [\hat{L}_z, \hat{H}] = 0. \quad (2.32)$$

приводят к следующим соотношениям между матричными элементами опе-

раторов квадрупольного и углового моментов :

$$\begin{aligned} E_S \ell_S^x &= \alpha \sqrt{3} (\sqrt{3} Q_0 + Q_2) q_S^{xz}, \\ 6\alpha \langle x^2 - z^2 \rangle q_S^{xz} &= -E_S \ell_S^y - \Omega \ell_S^z, \\ 6\alpha \langle y^2 - x^2 \rangle q_S^{xy} &= -E_S \ell_S^z - \Omega \ell_S^x. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Используя (2.33), из (2.31) можно получить известное уравнение для нутационных частот ^{/2,3/}

$$\omega^2 = \Omega^2 \frac{[y_x - \frac{\omega^2}{\Omega} S - y_y(\omega)] [y_x - \frac{\omega^2}{\Omega} S - y_z(\omega)]}{(y_y(\omega) + \Omega S)(y_z(\omega) + \Omega S)}, \quad (2.34)$$

где введены обозначения $y_x = \langle L_x \rangle / \Omega$, $S = \sum \frac{\ell_S^y \ell_S^z V_S}{E_S^2 - \omega^2}$, $y_{y,z}(\omega) = \sum \frac{(\ell_S^{y,z})^2 V_S E_S}{E_S^2 - \omega^2}$. Отметим, что уравнение (2.31) содержит одно лишнее решение $\omega_\lambda = \Omega$, которое не появляется, если учесть условие ортогональности духовых мод к вибрационным состояниям с $\omega_\lambda \neq 0$ ^{/2,3/}. В остальном уравнение (2.31) эквивалентно уравнению, приведенному в работах ^{/2,3/}.

3. Анализ расчетов

Нетрудно видеть, что при $\Omega = 0$ системы уравнений (2.25), (2.31) для энергий возбуждения принимают блочный вид, что позволяет классифицировать решения обычным образом по числу K (см. ^{/2,3/}). Параметр $\frac{q}{5\delta}$, определяющий положение этих энергий, можно связать с деформацией основного состояния:

$$g(\Omega=0) = 1 - \frac{2}{3}\delta - \frac{8}{9}\delta^2. \quad (3.1)$$

При $\Omega = 0$ имеем

$$\left. \begin{array}{l} \omega_1(0_{\sigma_{++}}^+) \\ \omega_2(0_{\sigma_{++}}^+) \end{array} \right\} = \omega_0 \sqrt{3 - \frac{4}{3}\delta \mp \sqrt{1 + \frac{8}{3}\delta + \frac{208}{9}\delta^2}} \approx \begin{cases} \sqrt{2}\omega_0(1 - \frac{2}{3}\delta) \\ 2\omega_0 \end{cases}$$

$$\omega(1_{\sigma_{\pm}}^+) = \sqrt{2}\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{3}\delta} \approx \sqrt{2}\omega_0(1 - \frac{1}{6}\delta), \quad (3.2)$$

$$\omega(2_{\sigma_{\pm}}^+) = \sqrt{2}\omega_0 \sqrt{1 + \frac{8}{3}\delta} \approx \sqrt{2}\omega_0(1 + \frac{4}{3}\delta).$$

В пределе нулевой деформации получаем $\omega_{\text{кван}} = \sqrt{2}\omega_0$ в согласии с известными теоретическими и экспериментальными оценками по-

ложения гигантского квадрупольного резонанса /10/. Состояние O_2^+ с энергией $\approx 2\omega_0$ коллективными свойствами не обладает. Расщепление гигантского резонанса вследствие деформации имеет масштаб $2\delta(\sqrt{2}\omega_0)$, причем нижайшая ветвь резонанса имеет геометрические характеристики β - колебательной моды. Отметим, что низколежащие коллективные возбуждения (β - и γ -полосы) в данной модели не описываются, поскольку не учтено спаривание, а спектр одночастичных возбуждений имеет чрезвычайно упрощенный вид.

Параметр g может изменяться вместе с частотой вращения. В случае коллективного вращения вокруг оси, не являющейся осью симметрии, изменения g можно связать с постоянством объема или величины

$$\langle x^2 \rangle \langle y^2 \rangle \langle z^2 \rangle = \left(\frac{C}{m\omega_0^2} \right)^3 \frac{1}{v_x v_+ v_-} \quad (3.3)$$

Так, из условия

$$v_x v_+ v_- = K = \text{const} \quad (3.4)$$

где K - величина, не зависящая от Ω , следует

$$g(\Omega) = \frac{K}{v_x} \quad (3.5)$$

На рис. 1 показан спектр возбуждений над ирраст-линией, полученный из уравнений (2.25), (3.31) для $A = 154$, $\delta_0 = 0,15$.

При $\Omega < \Omega_{cr} = 1,074523$ МэВ расчет соответствует коллективному вращению трехосного ядра. Сплошная линия отвечает условию (3.5), пунктирная линия - $g = \text{const}$. Видно, что условие (3.5) приводит к уменьшению критической частоты, при которой исчезает решение уравнений самосогласования для коллективного вращения.

Учет зависимости g от скорости вращения особенно важен при $\Omega > \Omega_{cr}$, когда вращение теряет коллективный характер. В случае коллективного вращения устранение духовых состояний обеспечивается выполнением соотношений между матричными элементами операторов \hat{L}_S и \hat{q}_S , следующих из ротационной инвариантности \hat{H} . Однако нетрудно видеть, что одно из таких соотношений,

$$\alpha \sqrt{3} (\sqrt{3} Q_0 + \langle Q_2^2 \rangle) q_S^2 = E_S \ell_S^x \quad (3.6)$$

становится тождеством в случае неколективного вращения вокруг оси аксиальной симметрии. В этом случае в ПФ бозонный образ опе-

ратора L_x обращается в нуль и для устранения духового решения из уравнения (2.25) следует ввести дополнительное условие на величину g , потребовав, чтобы решение $\omega = 0$ удовлетворяло этому уравнению. Такое условие дает

$$g = (v - \lambda)^2 \quad (3.7)$$

и вместе с условиями самосогласования /5/ полностью определяет функцию $g(\Omega)$.

На рис. 1 можно увидеть результаты расчета для двух нижайших решений уравнения (2.25) при $g = \text{const}$ на неколективной ветви. Общее число таких решений равно 5, что на единицу превышает число внутренних возбуждений. При $(\Omega - \Omega_{cr}) / \Omega_{cr} \ll 1$ одно из решений имеет энергию, близкую к нулю, и может рассматриваться как ложное. При увеличении Ω энергия, отвечающая этому решению, увеличивается, и при некотором значении частоты вращения ($\Omega = 1,59$ МэВ) две нижайшие ветви решений уравнения (2.25) сливаются. При еще больших значениях Ω эти ветви отсутствуют. Остальные решения уравнений (2.25), (2.31), рассчитанные при $g = \text{const}$, оказываются близкими к найденным при использовании формулы (3.7).

Полный спектр возбуждений, рассчитанный с использованием формулы (3.7), представлен на рис. 1. Наименьшую энергию имеет ветвь возбуждений с отрицательной сигнатурой. Из качественного анализа уравнений (2.31) известно /2,3,11/, что при больших Ω эта ветвь имеет сходство с возбуждениями нутационных колебаний. На рис. 2 результаты расчета для этой ветви возбуждений сравниваются с оценками для частот нутационного возбуждения твердого тела, форма и размер которого совпадают с таковыми для ядра при каждом значении Ω , а также с положением нижайшего полюса $(\omega_+ - \omega_-)$. Из рисунка видно, что результаты, полученные в ПФ, лежат между оценками модели независимых частиц и модели твердого ротатора. Отличие результатов, получаемых в микроскопической теории, от оценки в модели твердого тела связано с неадиабатичностью нутационных возбуждений. При $\Omega \rightarrow 0$ все три величины, $\omega_+ - \omega_-$, $\omega_{\text{нута}}$, $\omega_{\text{т.т.}}$, оказываются одного порядка. Результат микроскопической теории качественно согласуется с выводом работы /8/ о том, что спектр нутационного возбуждения ядер определяется классической формулой для частоты нутации, но с моментами инерции \mathcal{I}_y , \mathcal{I}_z , зависящими от деформации в соответствии с формулами гидродинамической модели. Отме-

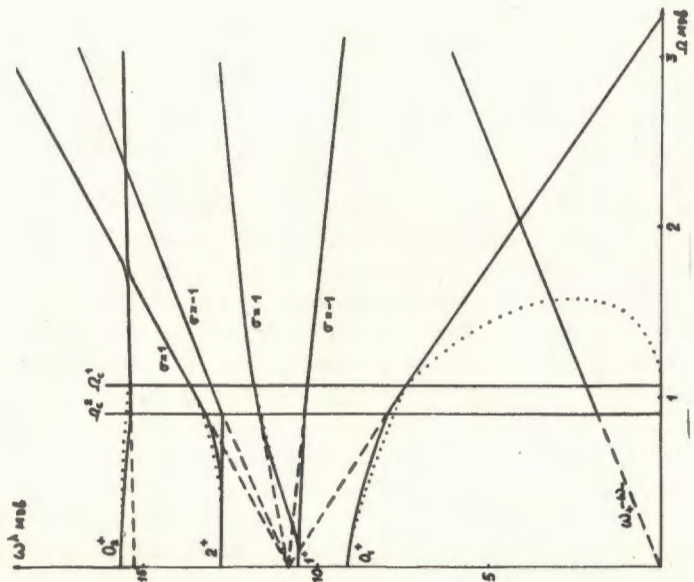


Рис. 1. Спектр возбуждений в зависимости от угловой частоты Ω . Точечная линия соответствует $g = const$. Пунктирные линии — продолжение аксиальных решений в область $\Omega < \Omega_c$.

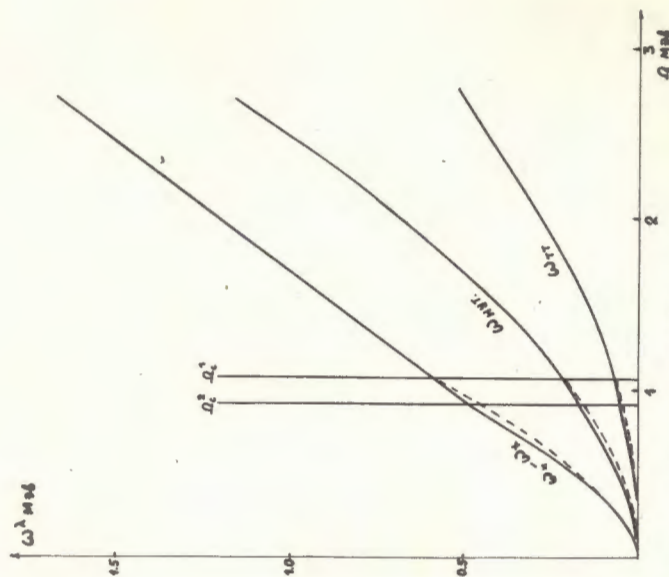


Рис. 2. Энергия нутационных возбуждений и наименьший полюс секулярного уравнения $\omega_+ - \omega_-$ в зависимости от частоты вращения Ω .

тим, что расчеты нутационных частот, выполненные в рамках ПСФ с использованием реалистического потенциала $/12/$, также привели к сходным расхождениям между микроскопической теорией и моделью жесткого ротатора.

Интересным результатом расчета является уже отмечавшаяся выше сильная зависимость от Ω в энергии нижней ветви гигантского квадрупольного резонанса с положительной сигнатурой.

При достижении некоторой частоты вращения Ω_{max} число решений уравнений ПСФ для внутренних возбуждений уменьшается на единицу. В варианте расчета, в котором духовое состояние выделено, энергия нижней моды колебаний с положительной сигнатурой непрерывно уменьшается с ростом Ω и обращается в нуль при $\Omega = \Omega_{max} = 3,20$ MeV.

Обращение в нуль частоты колебаний, найденной в ПСФ, означает $/13/$, что решение вариационной задачи (2.4), определяющей среднее поле вращающегося ядра, при такой частоте вращения более не соответствует минимуму энергии. Система при этом становится неустойчивой по отношению к увеличению аксиальной сплюснутости деформации. В этом смысле рассматриваемая модель имеет некоторое сходство с реальными ядрами, которые становятся неустойчивыми по отношению к делению при достижении критических значений углового момента.

Заключение

На основании изложенного материала можно сделать следующие выводы.

В методическом плане выясняется:

1. Весьма важная роль учета условий самосогласования при описании характеристик гигантских квадрупольных резонансов и их зависимости от углового момента.

2. Возможность учета таких условий при описании коллективного вращения при помощи уравнений, эквивалентных условиям самосогласования и определяющих в ПСФ константу α квадрупольного взаимодействия.

3. Необходимость введения дополнительных условий, не исследованных в работах $/2,3/$, которые обеспечивают выделение духового состояния с положительной сигнатурой при описании колебательных состояний в ядрах, вращающихся вокруг оси аксиальной симметрии.

Выводы физического плана относятся к следующим особенностям ядер:

4) Спектр нутационных возбуждений быстровращающихся ядер может существенно отличаться от оценок, основанных на модели жесткого ротатора, имеющего форму вращающегося ядра.

5) Имея в виду аналогию между рассмотренной системой и быстровращающимися ядрами в отношении возможности быстрого развала при достижении критических угловых моментов и результаты приведенного расчета, можно предположить, что в области I, близких к критическим для деления, одна из ветвей гигантского квадрупольного резонанса имеет аномально низкую энергию возбуждения.

Литература

1. Marshalek E.R., Nucl. Phys., A266, 317 (1976).
2. Janssen D., Mikhailov I.N., Nucl. Phys., A 318, 390 (1979).
3. Игнатюк А.В., Михайлов И.Н., ОИЯИ, Р4-12072, Дубна, 1979.
4. Valatin J.G. Proc. R. Soc., A 328, 132 (1956).
5. Зелевинский В.Г. ЯФ, 22, 1085 (1975);
Ripka G. et al, Heavy Ions High Spin States and Nuclear Structure v.I (IAEA, Vienna, 1975), p. 445.
6. Troudet I and Arvieu R, Phys. Lett., 82B, 308 (1979).
7. Suzuki T and Rowe D.J. Nucl. Phys. A289, 461 (1977).
8. Михайлов И.Н. ОИЯИ, Р4-11424, 1978.
9. Бор О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра, т. 1, М., М и р, 1971.
10. Бор О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра, т. 2, М., М и р, 1975.
11. Mikhailov I.N. and Janssen D., Phys. Lett., 72B, 303 (1978).
12. Janssen D. et al Phys. Lett., 79B, 347 (1978).
13. Таулесс Д. Квантовая механика систем многих частиц, М., М и р, 1975.

Рукопись поступила в издательский отдел
6 сентября 1979 года.