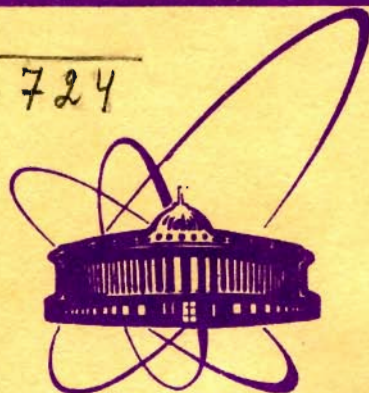


A-724



сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
Дубна

5577/2-79

7/1-80

P4 - 12634

А.Н.Антонов, И.С.Бонев, В.А.Николаев, И.Ж.Петков

УПРУГОЕ  
ГЛАУБЕРОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ  
ПРОТОНОВ НА ЯДРАХ  
В МОДЕЛИ КОГЕРЕНТНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ  
ЯДЕРНОЙ ПЛОТНОСТИ

1979

P4 - 12634

А.Н. Антонов,\* И.С. Бонев,\* В.А. Николаев,\* И.Ж. Петков\*

УПРУГОЕ  
ГЛАУБЕРОВСКОЕ РАССЕЙАНИЕ  
ПРОТОНОВ НА ЯДРАХ  
В МОДЕЛИ КОГЕРЕНТНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ  
ЯДЕРНОЙ ПЛОТНОСТИ

---

\* Институт ядерных исследований и ядерной энергетики  
БАН, София

Антонов А.Н. и др.

P4 - 12634

Упругое глауберовское рассеяние протонов  
на ядрах в модели когерентных флуктуаций  
ядерной плотности

Рассматривается процесс упругого рассеяния высокоэнергетических протонов на ядрах. Амплитуда рассеяния представляется суперпозицией амплитуд рассеяния протонов на когерентных флуктуациях плотности в оптическом приближении теории Глаубера. Необходимая для расчетов флуктонная волновая функция связывается с распределением плотности нуклонов в основном состоянии ядра. В расчетах используется двухпараметрическая фермиевская форма плотности нуклонов. Рассчитаны дифференциальные сечения упругого рассеяния протонов с энергией 1 ГэВ на ядрах  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{58}\text{Fe}$ ,  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{208}\text{Pb}$ . Показана зависимость глубины минимумов дифракционных кривых от выбора отношения реальной части амплитуды упругого нуклон-нуклонного рассеяния к ее мнимой части.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1979

Antonov A.N. et al.

P4 - 12634

Elastic Glauber Proton Scattering on Nuclei  
in the Model of Coherent Nuclear Density  
Fluctuations

The influence of coherent nuclear density fluctuations upon the elastic proton-nuclei scattering is considered. A generalized representation of Glauber particle-nucleus elastic scattering amplitude is given.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

В течение ряда лет проводятся интенсивные экспериментальные и теоретические исследования процессов упругого рассеяния частиц средних и высоких энергий ядрами. Большой интерес к этим исследованиям определяется, в частности, возможностью получить информацию о важных ядерных характеристиках - распределении плотности нуклонов и электрического заряда в ядрах.

Для описания рассеяния электронов на легких ядрах /с зарядом  $Z \ll 137$ / достаточно борновского приближения для амплитуды процесса. Таким образом, экспериментальные данные дают прямую информацию о распределении плотности протонов. Возможные флуктуации плотности нуклонов входят "статически" в извлекаемую из экспериментов по рассеянию плотность  $\rho(r)$ .

В описании же процессов рассеяния на более тяжелых ядрах / $Z \ll 137$ / флуктуации плотности могут быть учтены как посредством самой плотности, так и волновыми функциями частиц /динамически/. Ясно, что в этом случае анализ весьма затруднителен и ограничивается, в основном, качественной оценкой роли флуктуаций в рамках модельных представлений. Эти оценки представляются весьма сомнительными, поскольку, как известно, ни в одной из моделей нельзя получить высокие компоненты импульсного распределения частиц, тесно связанные с флуктуациями ядерной плотности.

Рассеяние протонов ядрами приводит к еще большим теоретическим трудностям, так как, кроме неопределенности, связанной с флуктуациями плотности, затруднение представляет неопределенность нуклон-нуклонной амплитуды свободного рассеяния в ядерной среде. Неудивительно поэтому, что теорети-

ческие и "экспериментальные" плотности часто расходятся между собой. Расходятся также плотности, получаемые в разных экспериментах.

Так, известно, что эксперименты по упругому рассеянию электронов на ядрах указывают на предпочтительность двухпараметричной фермиевской формы плотности<sup>/1/</sup>. Тем не менее, при описании упругого рассеяния нуклонов на ядрах используются многопараметричные плотности, например, предложенная в<sup>/2/</sup>

$$\rho(r) = \rho_0 \left(1 + w \frac{r^2}{c^2}\right) \frac{1}{1 + \exp[(r^m - \sigma^m) / a m]} + A \exp\left(-\frac{r^2}{c^2}\right). \quad /1/$$

Такая плотность /с m=1, A=0/ применялась<sup>/3/</sup> для параметризации плотности нейтронов ядер. Ее использование привело к выводу о существовании "нейтронной шубы." Такие же плотности использовались в<sup>/4/</sup> для расчетов в оптической потенциальной модели Кермана-Мак-Мануса /КММ/.

Неудивительно, что в работах с многопараметричными представлениями плотности можно добиться успеха в согласовании теоретических расчетов с экспериментальными данными по упругому рассеянию.

Следует подчеркнуть также зависимость результатов расчетов как от моделей упругого рассеяния, так и от принятой модели основного состояния ядра. В моделях типа Хартри-Фока-Боголюбова основного состояния ядра получены удовлетворительные результаты с использованием потенциального подхода КММ<sup>/4/</sup>. Еще лучшие результаты получаются в модели частичного самосогласования<sup>/5/</sup> с использованием модели Глаубера для амплитуды рассеяния<sup>/3/</sup>.

Многопараметричность, разнообразие плотностей и плохо контролируемых приближений в сложных расчетах вызывают неуверенность в надежности определения распределения плотности нуклонов.

В настоящей работе сделана попытка выяснить роль возможных когерентных флуктуаций ядерной плотности в упругом рассеянии протонов на ядрах.

Модель когерентных флуктуаций ядерной плотности /МКФ/

была сформулирована в<sup>6-10</sup>. Она предсказывает, в частности, наличие высокоимпульсного "хвоста" в импульсном распределении нуклонов в основном состоянии ядер<sup>6/</sup> и с успехом применена к описанию инклюзивных сечений рождения протонов назад в протон-ядерных столкновениях при средних энергиях /600-800 МэВ/<sup>9,10/</sup>.

В этой модели пространственная плотность распределения нуклонов формируется как средневзвешенное состояние однородных сферически симметричных флуктуаций плотности с весовой функцией линейного размера флуктуаций. Волновая функция МКФ представляет собой суперпозицию волновых функций /пакет/, соответствующих состояниям с однородной плотностью в конечном объеме<sup>9/</sup>.

В духе современных представлений об упругом рассеянии его амплитуду можно записать как суперпозицию амплитуд рассеяния на таких состояниях, называемых когерентными флуктонами.

В<sup>7/</sup> амплитуда рассеяния на флуктоне моделировалась амплитудой рассеяния на абсолютно черном теле. Было получено удовлетворительное согласие общего поведения упругого дифференциального сечения как функции угла рассеяния и положений максимумов и минимумов с экспериментальной дифракционной кривой. Однако минимумы не были заполнены, что связано с приближением абсолютно черного тела<sup>11/</sup>. Чтобы воспроизводилась экспериментально наблюдаемая глубина минимумов, очевидно, следует взять более реалистичскую амплитуду рассеяния на флуктоне. С этой целью надо выбрать один из двух вариантов - или модель КММ оптического потенциала для рассеяния на флуктоне, или оптический вариант теории Глаубера. Известно, что попытка вывести одну модель из другой требует введения дополнительных приближений и предположений к тем, которые уже имеются внутри самих моделей, так что надежда оценить точность одной модели с помощью другой сводится только к сравнению численных расчетов, проведенных в рамках каждой из них отдельно. Модель Глаубера, хотя до сих пор не позволяет оценить теоретически точность расчетов, однако более проста в обращении и более непосредственно использует пространственную плотность распределения нуклонов в своей формулировке.

Поэтому запишем амплитуду рассеяния на флуиктоне с размером  $x$  в оптическом варианте теории Глаубера /12/

$$f(x, \vec{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2b e^{-iq\vec{b}} [1 - e^{i\chi(x, b)}], \quad /2/$$

где фаза  $\chi$  соответствует рассеянию с прицельным параметром  $\vec{b}$

$$i\chi(x, b) = -A \int d^2s \rho_{f\ell}(\vec{s}, x) \gamma(\vec{b}-\vec{s}), \quad /3/$$

а  $\rho_{f\ell}(\vec{s}, x)$  - двумерная флуиктонная плотность:

$$\rho_{f\ell}(s, x) = \int_{-\infty}^{+\infty} dz \rho_{f\ell}[(s^2 + z^2)^{1/2}, x]. \quad /4/$$

Здесь, согласно определению флуиктонной плотности,

$$\rho_{f\ell}[(s^2 + z^2)^{1/2}, x] = \rho_{f\ell}(r, x) = \frac{3A}{4\pi x^3} \theta(x-r). \quad /5/$$

Функция профиля нуклона в /3/

$$\gamma(\vec{b}-\vec{s}) = \frac{(1-i\alpha) \sigma_t}{4\pi a} e^{-\frac{(\vec{b}-\vec{s})^2}{2a}} \quad /6/$$

соответствует следующей аппроксимации амплитуды упругого нуклон-нуклонного рассеяния  $f_{NN}(\vec{q})$ :

$$f_{NN}(\vec{q}) = \frac{(1+\alpha)}{4\pi} k \sigma_t e^{-\frac{a}{2} q^2}. \quad /7/$$

В формулах /6/ и /7/  $\sigma_t$  - полное сечение нуклон-нуклонного взаимодействия,  $\alpha$  - отношение реальной части амплитуды  $f_{NN}$  к ее мнимой части,  $a$  - параметр наклона дифракционного конуса. В приводимых далее расчетах мы использовали одинаковую амплитуду протон-протонного и протон-нейтронного рассеяния /13/ с параметрами  $\alpha$  и  $a$ , равными средним значениям:  $a = 0.212 \text{ fm}^2$ ;  $\alpha = -0.275$ ;  $\sigma_t = 4.4 \text{ fm}^2$ . Нетрудно видеть, что

$$\rho_{f\ell}(s, x) = \frac{6A}{4\pi x^3} \sqrt{x^2 - s^2} \theta(x-s) = 2\rho_0(x) \sqrt{x^2 - s^2} \theta(x-s). \quad /8/$$

Теперь интеграл /3/, определяющий  $\chi(x, b)$ .

$$- \frac{i\chi(x,b)}{A} \frac{(1-i\alpha)\sigma_t 2\rho_0(x)}{4\pi a} \int e^{-\frac{(b-s)^2}{2a}} \frac{1}{\sqrt{x^2-s^2}} \theta(x-s) d^2s, \quad /9/$$

можно привести к виду

$$\begin{aligned} \frac{i\chi(x,b)}{A} &= \frac{(1-i\alpha)\sigma_t 2\rho_0(x)}{4\pi a} e^{-\frac{b^2}{2a}} \int ds s e^{-\frac{s^2}{2a}} \frac{1}{\sqrt{x^2-s^2}} \theta(x-s) \times \\ &\times \int_0^{2\pi} e^{\frac{bs}{a} \cos\phi} \cos\phi \, d\phi. \end{aligned} \quad /10/$$

Последний интеграл в правой части /10/ равен  $2\pi I_0(-\frac{bs}{a})$ , где  $I_0$  - функция Бесселя мнимого аргумента нулевого порядка. Таким образом, имеем

$$\frac{i\chi(x,b)}{A} = \frac{(1-i\alpha)\sigma_t 2\rho_0(x)e^{-\frac{b^2}{2a}}}{4\pi a} 2\pi \int_0^x ds s e^{-\frac{s^2}{2a}} \frac{1}{\sqrt{x^2-s^2}} I_0(-\frac{bs}{a}), \quad /11/$$

и амплитуда рассеяния падающей частицы на флуктоне вполне определена. Амплитуда упругого рассеяния на ядре, согласно /7/, записывается в виде

$$A(\vec{q}) = \int_0^\infty |f(x)|^2 \mathcal{F}(x, \vec{q}) dx. \quad /12/$$

В последнем выражении  $|f(x)|^2$  представляет плотность вероятности появления флуктона радиусом  $x$  и связана, согласно /9/, с плотностью распределения нуклонов в основном состоянии ядра  $\rho(r)$  соотношением

$$|f(x)|^2 = -\frac{1}{\rho_0(x)} \left. \frac{\partial \rho(r)}{\partial r} \right|_{r=x}. \quad /13/$$

Здесь, как и выше,  $\rho_0(x) = 3A/4\pi x^3$  - плотность нуклона во флуктоне. В численных расчетах использовалась двухпараметричная фермиевская форма плотности распределения нуклонов в основном состоянии. Используя /2/, /11/, /12/, /13/, можно получить формулу для амплитуды упругого рассеяния в виде, удобном для расчетов:



$$A(q) = ik \frac{4\pi\rho_0}{3Ac} e^{-\frac{q^2 R^2}{4A}} \int_0^\infty dx \frac{x^3 \exp[(x-R)/c]}{[1 + \exp(\frac{x-R}{c})]^2} \times$$

$$\times \int bdb J_0(qb) \{ 1 - \exp\left[ \frac{3A}{4\pi a} \sigma_t (\alpha - 1) e^{-\frac{b^2}{2a}} \int_0^1 y \sqrt{1-y^2} dy \right] \} \times \quad /14/$$

$$\times I_0\left(\frac{bxy}{a}\right) e^{-\frac{x^2}{2a} y^2} dy \}.$$

Экспоненциальный множитель перед интегралом - стандартный фактор, учитывающий движение центра тяжести ядра. Радиус полураспада "R" и диффузия поверхностного слоя "с" соответствуют общей плотности протонов и нейтронов. Их значения, при которых расчет удовлетворительно согласуется с экспериментом, приведены в *таблице*. Результаты численных расчетов дифференциальных сечений упругого рассеяния протонов с энергией 1 ГэВ на ядрах  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{208}\text{Pb}$

*Таблица*

Значения параметров R и с фермиевской плотности, использованные в расчетах

Ядро	R [fm]	c [fm]
$^{12}\text{C}$	2,0	0,6
$^{16}\text{O}$	2,4	0,55
$^{28}\text{Si}$	3,085	0,563
$^{32}\text{S}$	3,4	0,63
$^{40}\text{Ca}$	3,75	0,6
$^{48}\text{Ca}$	4,0	0,55
$^{48}\text{Ti}$	4,0	0,62
$^{58}\text{Ni}$	4,25	0,566
$^{90}\text{Zr}$	5,1	0,5
$^{208}\text{Pb}$	7,1	0,55

приведены на *рисунках 1-10*. Экспериментальные значения сечений взяты для  $^{12}\text{C}$  из  $^{13}/^{16}\text{O}$ ,  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{197}\text{Au}$ . На *рис. 5* приведено также дифференциальное сечение рассеяния на одном флуктоне с радиусом  $x = R = 3,75 \text{ Фм}$  для ядра  $^{40}\text{Ca}$ . Видно, что сечение рассеяния на одном флуктоне приблизительно экспоненциально отклоняется от экспериментального с увеличением угла рассеяния, и только суперпозиция амплитуд рассеяния от различных флуктонов приводит к правильному поведению расчетного дифференциального сечения.

Во всех случаях согласие с экспериментом можно считать удовлетворительным, если иметь в виду положение максимумов и минимумов, а также абсолютную величину сечений всюду, кроме области минимумов. Минимумы недостаточно "заполнены".

Здесь следует заметить, что экспериментально определяемая амплитуда нуклон-нуклонного рассеяния допускает произвол в значениях отношения реальной части амплитуды к ее мнимой части от  $\alpha = -0,6$  до  $\alpha = -0,25$  /см., *рис. 11*, заимствованный из  $^{4/}$ . На следующем *рис. 12* представлены результаты расчетов дифференциального сечения при трех различных значениях  $\alpha$  в интервале экспериментальной неопределенности и фиксированных значениях  $R$  и  $s$ . Из *рисунка* следует, что изменением  $\alpha$  в допустимых рамках можно добиться заполнения минимумов до необходимой величины.

Следует указать, что фазовый анализ нуклон-нуклонного рассеяния, проведенный для энергии  $725 \text{ МэВ}^{21-22/}$ , допускает параметризацию нуклон-нуклонной амплитуды, учитывающую дополнительную зависимость ее реальной части от передаваемого импульса, так что  $\alpha$  становится квадратичной функцией:  $\alpha = \alpha_0 + \alpha_1 q^2$ . В литературе  $^{4/}$  обсуждается также возможное влияние на амплитуду нуклон-ядерного рассеяния общего фазового множителя перед амплитудой нуклон-нуклонного рассеяния, допускаемого экспериментами по нуклон-нуклонному рассеянию, поскольку в последних амплитуда определяется с точностью до общего фазового множителя.

Таким образом, если принять во внимание неопределенности в нуклон-нуклонной амплитуде, то согласие наших расчетных кривых с экспериментальными следует считать удовлетворительным.

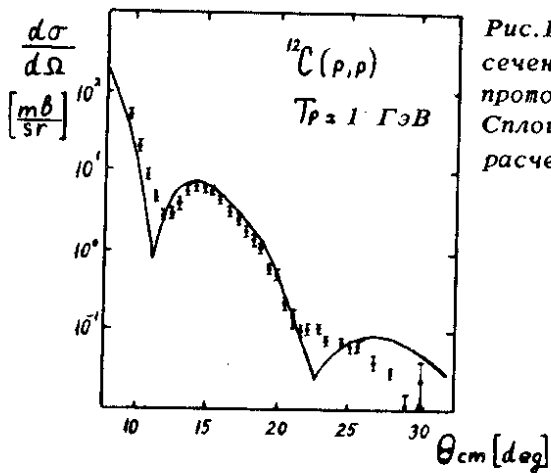


Рис.1. Дифференциальное сечение упругого рассеяния протонов на ядре  $^{12}C$ . Сплошная кривая - настоящий расчет.

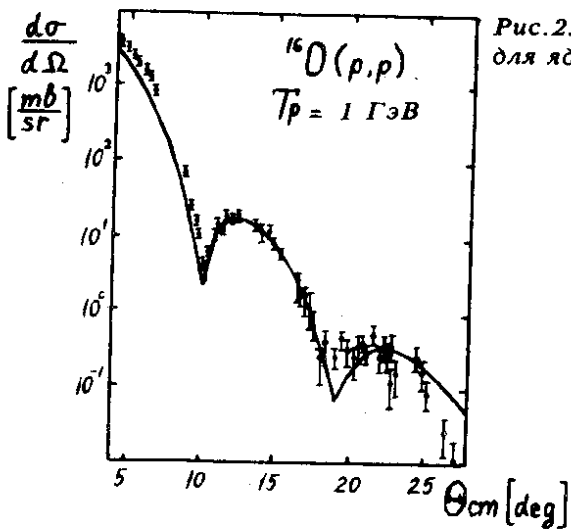


Рис.2. То же, что и на рис.1, для ядра  $^{16}O$ .

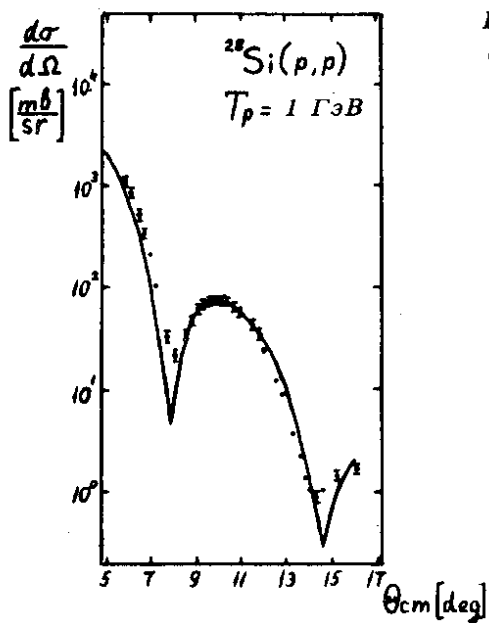


Рис.3. То же, что и на рис.1,  
для ядра  $^{28}\text{Si}$ .

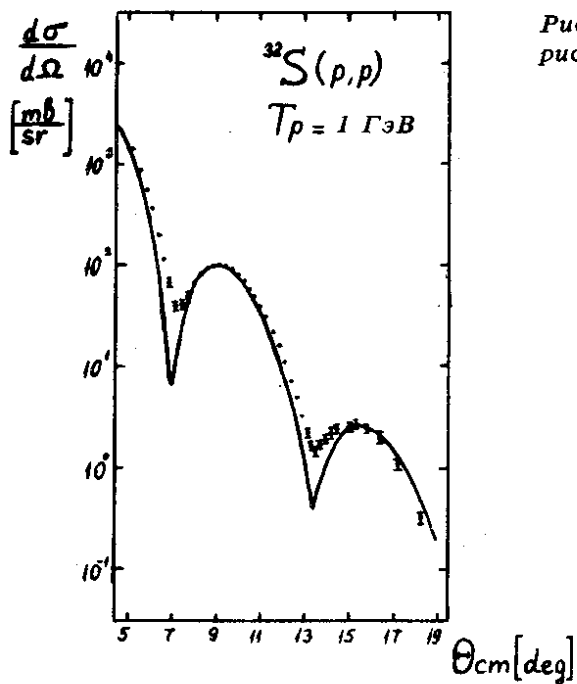


Рис.4. То же, что и на  
рис. 1, для ядра  $^{32}\text{S}$ .

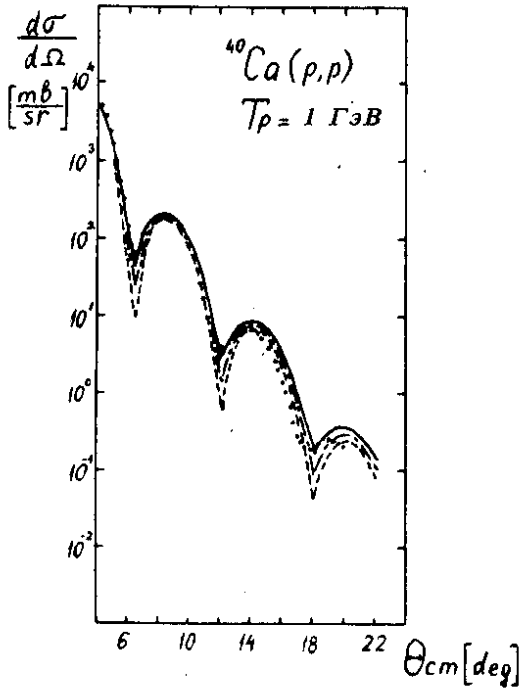


Рис.5. То же, что и на рис. 1, для ядра  $^{40}\text{Ca}$ . Пунктир - сечение рассеяния на одном флуктоне.

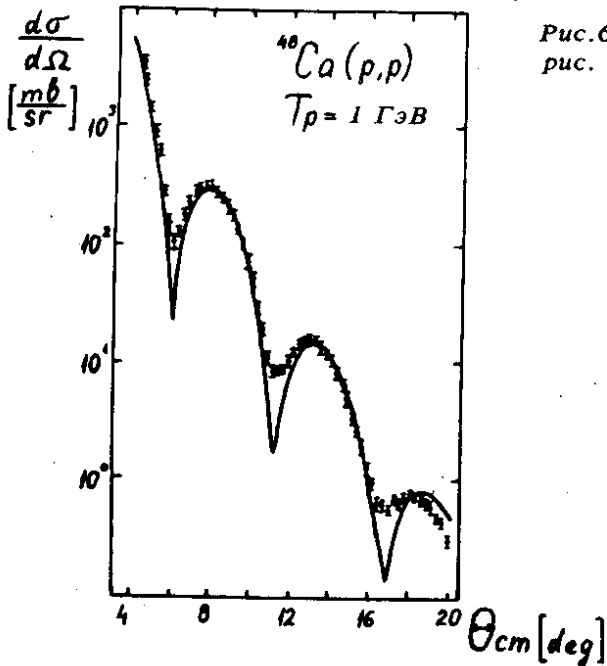


Рис.6. То же, что и на рис. 1, для ядра  $^{48}\text{Ca}$ .

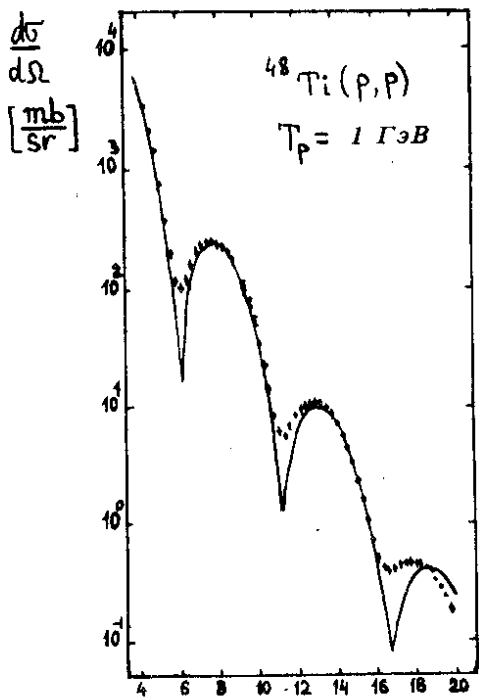


Рис.7. То же, что и на рис. 1, для ядра  $^{48}\text{Ti}$ .

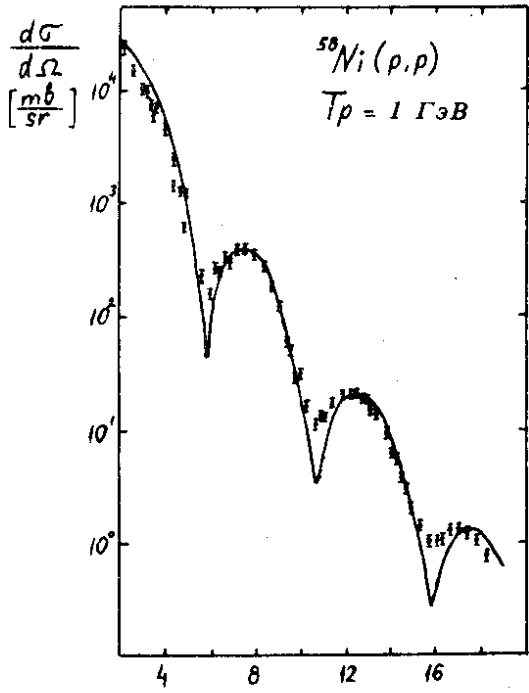


Рис.8. То же, что и на рис. 1, для ядра  $^{58}\text{Ni}$ .

$\theta_{cm} [deg]$

$\theta_{cm} [deg]$

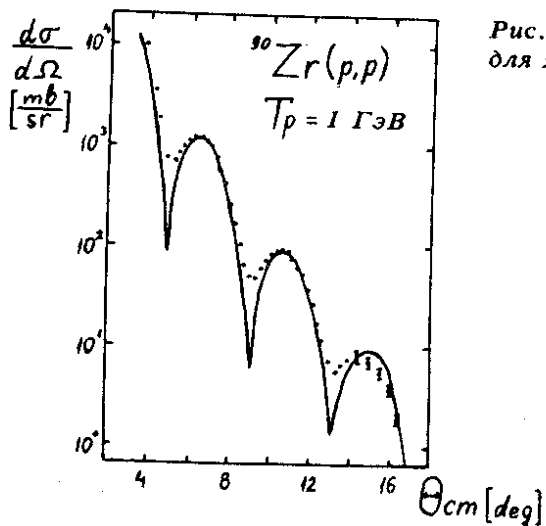


Рис.9. То же, что и на рис.1, для ядра  $^{90}\text{Zr}$ .

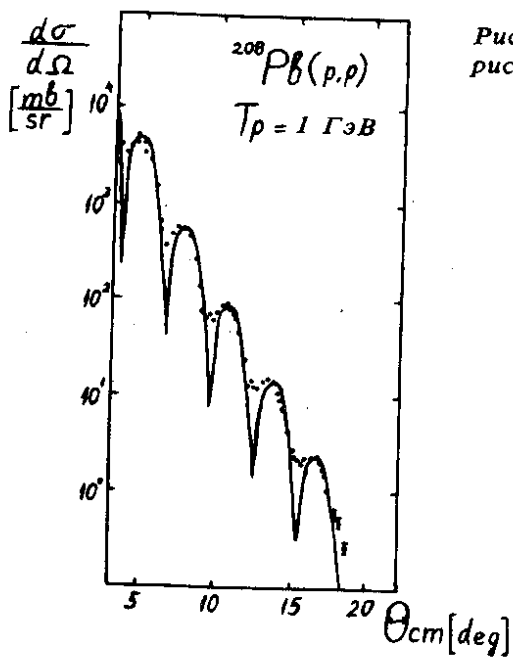


Рис.10. То же, что и на рис. 1, для ядра  $^{208}\text{Pb}$ .

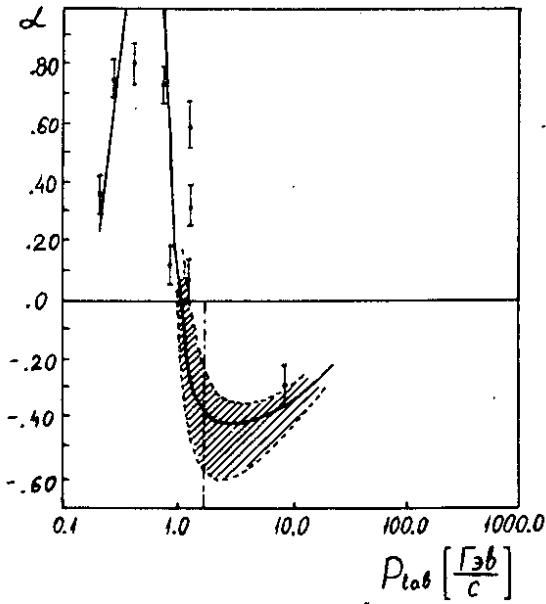


Рис.11. Отношение  $\alpha = \text{Re } f_{NN}(0)/\text{Im } f_{NN}(0)$  в зависимости от энергии /4/.

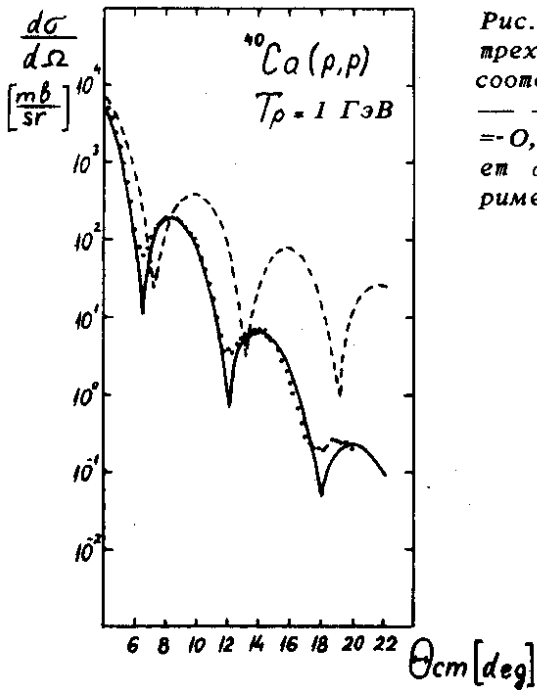


Рис.12. Расчет для  $^{40}\text{Ca}$  при трех значениях  $\alpha$ ; ---- - соответствует  $\alpha = -0,275$ , — — — — — соответствует  $\alpha = -0,4$ , — — — — — соответствует  $\alpha = -0,5$ , ..... - эксперимент.



Представление амплитуды упругого нуклон-ядерного рассеяния, полученное здесь, не сводится к обычному представлению оптического приближения теории Глаубера, но, как нетрудно показать, совпадает с ним в приближении однократного рассеяния, и в этом смысле дает обобщение глауберовской амплитуды.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Burov V.V. et al. *JINR*, E4-8029, Dubna, 1974.
2. Sick I. et al. *Phys.Rev.Lett.*, 1975, 35, p. 910.
3. Алхазов Г.Д. *Изв. АН СССР, сер. физ.*, 1978, 42, с. 2218.
4. Chaumeaux A. et al. *Ann. of Phys.*, 1978, 116, p. 247.
5. Бурбраур Б.Л., Садовникова В.А. *ЯФ*, 1974, 20, с. 645.
6. Antonov A.N., Nikolaev V.A., Petkov I.Z., *JINR*, E2-11282, Dubna, 1978.
7. Antonov A.N., Nikolaev V.A., Petkov I.Z. *JINR*, E2-11283, Dubna, 1978.
8. Antonov A.N., Nikolaev V.A., Petkov I.Z. *Compt. rend.Acad. Bulg.Sci.*, 1978, 31, p. 409.
9. Antonov A.N., Nikolaev V.A. Petkov I.Z. *Preprint IVTP*, IC/78/152, Trieste, 1978.
10. Антонов А.Н., Николаев В.А., Петков И.Ж. *ОИЯИ*, P4-12207, Дубна, 1979.
11. Ахиезер А.И., Померанчук И.Я. *УФН*, 1958, 65, с. 593.
12. Czyż W., Maximon L.C. *Ann. of Phys.*, 1969, 52, p. 59.
13. Alkhasov G.D. et al. *Phys.Lett.*, 1972, 42B, p. 121.
14. Palevsky H. et al. *Phys.Rev.Lett.*, 1967, 18, p. 1200.
15. Алхазов Г.Д. и др. *ЯФ*, 1975, 22, с. 902.
16. Alkhasov G.D. et al. *Nucl.Phys.*, 1976, A274, p. 443.
17. Алхазов Г.Д. и др. *Изв. АН СССР, сер. физ.*, 1977, 41, с. 27.
18. Ahmad I. *Nucl.Phys.*, 1975, A247, p. 418.
19. Амусья М. и др. *Препринт ЛИЯФ*, 1977, № 368.
20. Bertini R. et al. *Phys.Lett.*, 1973, 45B, p. 119.
21. Bystricky J., Lehar F. "Proceeding of the Fourth International Conference on Polarization Phenomena in Nuclear Reaction", Zurich, 1975, p. 452.
22. Auger J.P., Lombard R.J. *Ann. of Phys.*, 1978, 115, p. 442.

Рукопись поступила в издательский отдел  
9 июля 1979 года.