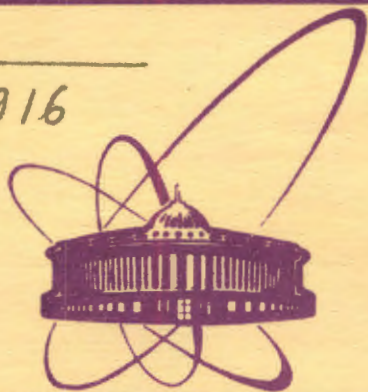


Б-916



объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

4901/2-79

3/12-79

P4 - 12512

В.В.Буров, В.Н.Достовалов

МОДЕЛЬНО-НЕЗАВИСИМЫЙ АНАЛИЗ
НЕУПРУГОГО РАССЕЯНИЯ
ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ
ЛЕГКИМИ И СРЕДНИМИ ЯДРАМИ

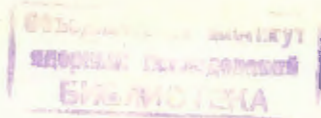
1979

P4 - 12512

В.В.Буров, В.Н.Достовалов

МОДЕЛЬНО-НЕЗАВИСИМЫЙ АНАЛИЗ
НЕУПРУГОГО РАССЕЯНИЯ
ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ
ЛЕГКИМИ И СРЕДНИМИ ЯДРАМИ

Направлено в ЯФ



Буров В.В., Достовалов В.Н.

P4 - 12512

Модельно-независимый анализ неупругого рассеяния высокоэнергетических электронов легкими и средними ядрами

На основе высокоэнергетического приближения разработан метод модельно-независимого анализа неупругого рассеяния электронов и получены радиальные переходные плотности для легких и средних ядер. Приведенные вероятности переходов и переходные радиусы, вычисленные с этими плотностями, согласуются с данными других экспериментов.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований, Дубна 1979

Burov V.V., Dostovalov V.N.

P4 - 12512

Model Independent Analysis of Inelastic Scattering of High Energy Electrons by Light and Middle Nuclei

A model of independent analysis of inelastic electron scattering data is developed on the base of high energy approximation and radial transition charge densities are obtained for light and middle nuclei. The reduced transition probabilities and transition radii are in accordance with other experimental data.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

1. ВВЕДЕНИЕ

Извлечение из экспериментально измеренных формфакторов ядер информации о распределениях плотности заряда /РПЗ/ и плотности перехода /РПП/ ядер является весьма актуальной задачей ядерной физики. В методическом и теоретическом плане этот вопрос достаточно хорошо разработан пока лишь для упругого рассеяния электронов. Здесь с помощью, в основном, модельно-независимого анализа /МНА/ зарядовых формфакторов ядер, часто с привлечением данных по μ -мезонам, извлекают: а/ среднеквадратичные зарядовые радиусы ядер \bar{R} , б/ "усредненные", гладкие распределения плотности заряда $\bar{\rho}$ и в/ в ряде случаев, на основе данных при больших переданных импульсах, - добавки к гладким плотностям - так называемые радиальные вариации плотности заряда $\Delta\rho$. Относительный вклад последних $\Delta\rho/\bar{\rho}$ составляет обычно несколько процентов. Вид этих вариаций пока довольно неоднозначен, а их абсолютная величина не превышает некоторых коридоров неоднозначности, ширина которых возрастает в центральной и далекой периферийной областях ядра и зависит, в основном, от характерных для каждого эксперимента значений предельного измеренного переданного импульса q_{\max} .

Вопрос же о возможности модельно-независимого анализа неупругого eA -рассеяния разработан не столь подробно. Впервые он был поставлен в работе /1/, в которой на основе эйконального высокоэнергетического приближения /ВЭП/ было получено аналитическое выражение, связывающее формфактор неупругого рассеяния электронов с РПП, представленной в виде разложения по производным от ферми-функции; в той же работе были проведены методические расчеты для ядра ^{58}Ni .

В настоящее время накоплен большой экспериментальный материал по неупругому eA -рассеянию высокоэнергетических электронов / $E > 200$ МэВ/ при больших передачах импульса с возбуждением состояний коллективной природы в ядрах. Систематический модельно-независимый анализ этого материала дает, в принципе, возможность получить "безмодельную" информацию о РПП.

На основе РПП можно определить вероятность перехода $V(EL)$ в возбужденное состояние и средний размер области R_{tr} , в которой происходит переход.

В данной работе на основе метода ВЭП^{/2/} проанализированы формфакторы неупругого рассеяния электронов ядрами ${}^6\text{Li}$, ${}^{24}\text{Mg}$, ${}^{32}\text{S}$, ${}^{56}\text{Fe}$ и методом МНА получены их РПП.

2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ФОРМФАКТОРОВ НЕУПРУГОГО ϵ -РАССЕЯНИЯ

В работе^{/1/} /см. также обзор^{/2/} / в высокоэнергетическом приближении получено аналитическое выражение, связывающее РПП с формфактором $F_{LM}(q)$ неупругого рассеяния электронов с возбуждением низколежащих $/E^* < 10 \text{ МэВ}/$ ядерных состояний коллективной природы. При этом должны выполняться условия: $kR \gg 1$, $V(0)/E \ll 1$, $E^* \ll E$, где $V(0)$ - кулоновский потенциал в центре ядра, E^* - потеря энергии электрона.

Сечение рассеяния в этом случае имеет вид:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{i \rightarrow f} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} f_{\text{rec}} \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} \sum_{LM} \frac{1}{2L + 1} |F_{LM}|^2, \quad /1/$$

где

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} = \left(\frac{Ze^2}{2E}\right)^2 \frac{\cos^2 \theta / 2}{\sin^4 \theta / 2} \quad /2/$$

есть моттовское сечение рассеяния электрона на точечном ядре Z ,

$$f_{\text{rec}} = \left(1 + \frac{2E}{M} \sin^2 \theta / 2\right)^{-1} \quad /3/$$

- фактор, учитывающий отдачу ядра, M - масса ядра, $J_{i,f}$ - спин начального /конечного/ состояния ядра, L - мультипольность перехода. Формфактор F_{LM} в ВЭП записывается в виде:

$$F_{LM} = q^2 \int d\vec{x} \frac{g(\vec{x})}{q^2(\vec{x})} \exp[i(\vec{q}\vec{x} + \Phi(\vec{x}))] \rho_L(\vec{x}) Y^*_{LM}(\hat{\vec{x}}). \quad /4/$$

Функции $g(\vec{x})$ и $\Phi(\vec{x})$ учитывают искажение электронной волны кулоновским полем ядра и приведены в обзоре^{/2/}:

$$\vec{q}(\vec{x}) = \vec{q} + \nabla_{\vec{u}} \Phi(\vec{u} + \vec{x}) \Big|_{\vec{u}=0}, \quad /5/$$

где q - переданный импульс. Отметим, что функции $g(\vec{x})$ и $\Phi(\vec{x})$ слабо зависят от вида распределения плотности заряда ядра в основном состоянии. Так, вычисления формфакторов неупругого рассеяния электронов как с гладкими $\bar{\rho}$, так и с учетом ва-

риаций $\rho = \bar{\rho} + \Delta\rho$ показывают, что можно использовать любое из этих распределений. В этом плане главной, определяющей зависимостью формфактора /4/ от радиальных вариаций $\Delta\rho$ является та, которая входит линейно в подинтегральную функцию. Борновское приближение получается из /4/, если положить $g(\vec{x}) \equiv 1$, $\Phi(\vec{x}) \equiv 0$. Проводя в /4/ интегрирование по углам в предположении прямолинейности траектории электрона и пренебрегая членами порядка $1/qx \sim 1/qR \ll 1$, получаем^{/2/}

$$F_{LM} = 2\pi i q \sum_{\epsilon=\pm 1} \int_0^{\infty} \frac{G_{LM}(x, \epsilon)}{q^2(x, \epsilon)} \exp[i(qx\epsilon + \Phi(x, \epsilon))] \rho_L(x) x dx. \quad /6/$$

Явный вид G_{LM} приведен в работе^{/2/}, где также показано, что основной вклад в /1/ дают члены $M=0$ для $L \neq 0$.

Итак, задача нахождения РПП из анализа экспериментальных формфакторов неупругого рассеяния электронов ядрами сводится, по существу, к решению интегрального уравнения /6/. Решение этого уравнения будем искать в виде разложения

$$\rho_L(x) = x^{L-1} \sum_{n=1}^N a_n^L \rho_{SF}^{(n)}(x, R, b). \quad /7/$$

где базис $\rho_{SF}^{(n)}$ образован производными от симметризованной ферми-функции

$$\rho_{SF}^{(n)}(x, R, b) = b^n \frac{d^n}{dR^n} \rho_{SF}(x, R, b), \quad /8/$$

$$\rho_{SF}(x, R, b) = \text{sh } R/b / (\text{ch } R/b + \text{ch } x/b). \quad /9/$$

Такой выбор РПП обусловлен тем, что а/ РПП в /7/ имеет правильное асимптотическое поведение $\rho_L(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} \exp(-x/b)$, $\rho_L(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} 0$ и б/ соответствующие формфакторы с РПП /7/ вычисляются в явном виде при помощи полюсного интегрирования, что значительно упрощает численные расчеты.

Формфактор F_L в этом случае принимает следующий вид:

$$F_L = \sum_{n=1}^N a_n^L F_L^{(n)}; \quad F_L^{(n)} = b^n \frac{d^n}{dR^n} F_L^{(0)}, \quad /10/$$

где

$$F_L^{(0)} = -2\pi^2 qb \sum_{\epsilon=\pm 1} G_{L0}(x_0, \epsilon) \exp[i(qR\epsilon + \phi(x_0, \epsilon))] / \tilde{q}^2(x_0, \epsilon) \times \\ \times (R^2 + 2i\epsilon\pi bR \text{cth } \pi bq - \pi^2 b^2 (\text{sh}^2 \pi bq + 2) / \text{sh}^2 \pi bq) / \text{sh } \pi bq, \quad /11/$$

$$x_0 = R + i\pi b\epsilon. \quad /12/$$

Как показано в работе^{/8/}, при дифференцировании /11/ можно пренебречь слабой зависимостью функции

$$\phi(x_0, \epsilon) = G_{L_0}(x_0, \epsilon) \exp[i\Phi(x_0, \epsilon)] / \tilde{q}^2(x_0, \epsilon) \quad /13/$$

от R. С учетом этого получаем для $F_L^{(n)}$ окончательное выражение:

$$F_L^{(n)} = -2i^{n-2} \pi^2 q b^{n+1} \tilde{q}^{n-4} (x_0, \epsilon) \sum_{\epsilon=\pm 1} \frac{G_{L_0}(x_0, \epsilon)}{\operatorname{sh} \pi b q} \exp[i(qR\epsilon + \Phi(x_0, \epsilon))] \times \quad /14/$$

$$\times [n(n-1) + 2inR\tilde{q}(x_0, \epsilon) - \tilde{q}^2(x_0, \epsilon)R^2 + 2\epsilon\pi b \operatorname{cth} \pi b q \times$$

$$\times (-n\tilde{q}(x_0, \epsilon) - i\tilde{q}^2(x_0, \epsilon)R) + \pi^2 b^2 (\operatorname{sh}^2 \pi b q + 2)\tilde{q}^2(x_0, \epsilon) / \operatorname{sh}^2 \pi b q].$$

Таким образом, задача извлечения радиальной плотности перехода ядра ρ_L при помощи МНА формфакторов неупругого eA -рассеяния сводится к нахождению коэффициентов разложения $\{a_n^L\}$, которые, напомним, входят как в разложение для плотности /7/, так и для формфактора /10/. Это можно сделать подгонкой теоретического формфактора /10/ к экспериментальному, считая $\{a_n^L\}$ вариационными параметрами.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

На основе полученных формфакторов /10/ были проанализированы экспериментальные данные по рассеянию электронов на ядрах ${}^6\text{Li}$ /4/, ${}^{24}\text{Mg}$, ${}^{32}\text{S}$ /5/, ${}^{56}\text{Fe}$ /6/ с возбуждением низайших состояний коллективной природы /см. таблицу/. Варьировались параметры R, b, $\{a_n^L\}$ и число членов N ряда /10/. Стремясь повысить точность определения ρ_L , мы использовали для каждого ядра все доступные экспериментальные данные при энергиях налетающего электрона $E > 200$ МэВ. При этом достигалась точность подгонки, при которой $\chi^2 \sim 2$ на точку. Отметим, что значения $\chi^2 \sim 1$ можно достичь, если анализировать экспериментальные данные только при одной энергии. Такое же значение ($\chi^2 \sim 1$) получается, если использовать процедуру, предложенную в работе /11/, а именно: для согласования экспериментальных данных при разных энергиях домножать соответствующие формфакторы на коэффициенты $p_i(E_i)$, зависящие от энергии, и рассматривать их как варьируемые параметры. Как показал опыт наших расчетов, параметры R, b, $\{a_n^L\}$ РПП при этом практически не изменяются.

Таблица

N	E* /МэВ/	R _{tr} /Фм/	R _{tr} /R̄	B(EL) /e ² Фм ² L /	B̄(EL) /e ² Фм ² L /
⁶ Li 4	2,18	3,806	1,501	171	1,7 - 95
²⁴ Mg 4	1,369	4,600	1,466	768	310 - 650
4		4,250	1,270	133	
³² S 5	2,23	4,211	1,258	131	200 - 492
6		4,180	1,249	129	
⁵⁶ Fe 2	0,847	5,446	1,378	1605	610 - 1570

На рис. 1-4 приведены экспериментальные и теоретические формфакторы неупругого eA -рассеяния в зависимости от эффективного переданного импульса

$$q_{\text{эф}} = q(1 - V(0)/E), \quad /15/$$

а также соответствующие РПП.

Функции $G_{L_0}(x_0, \epsilon)$ и $\Phi(x_0, \epsilon)$ вычислялись при помощи расщеплений плотности заряда ρ с включением радиальных вариаций $\Delta\rho$, полученных в работе /8/. С найденными функциями РПП нами проводились также контрольные расчеты по методу фазового анализа, которые с хорошей точностью совпали с ВЭП. Из-за трудностей расчета методом фазового анализа при больших энергиях такое сравнение проводилось лишь в области $E > 200-250$ МэВ. Оказалось, что метод ВЭП эффективно работает уже при энергиях $E > 200$ МэВ.

Для ядра ${}^6\text{Li}$ на рис. 1 приведены теоретический и экспериментальный формфакторы. Видно, что в целом согласие оказывается хорошим, за исключением небольшого различия в районе минимума. Ликвидировать это расхождение в принципе можно, если учесть вклад дисперсионных и других поправок /9/, которые, видимо, наиболее значительны для легких ядер. Радиальная переходная плотность ρ_L для ядер ${}^6\text{Li}$, ${}^{24}\text{Mg}$, ${}^{56}\text{Fe}$ /см. рис. 1-3 соответственно/ имеет характерный максимум в области радиуса полуспада плотности основного состояния при $r \sim R$, что соответствует так называемой модели Тасси, в которой РПП ρ_L пропорциональна производной от РПЗ:

$$\rho_L(r) \sim r^{L-1} \frac{d}{dr} \rho(r, R, b, \{a_n^L\}). \quad /16/$$

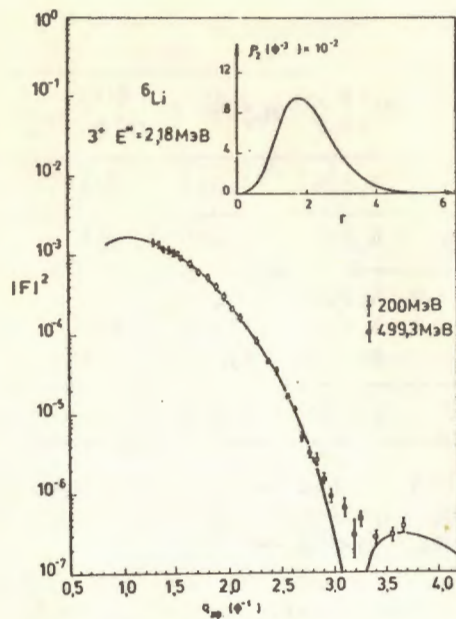


Рис. 1. Сравнение с экспериментом формфактора неупругого рассеяния электронов ядром ${}^6\text{Li}$, рассчитанного с радиальной переходной плотностью, приведенной в верхней части рисунка.

Однако, чтобы описать поведение экспериментальных формфакторов неупругого eA -рассеяния в области больших переданных импульсов, необходимо вводить разные наборы параметров R , b , $\{a_n^L\}$ для ρ_L и ρ , тогда как для малых переданных импульсов соотношение /16/ приводит к удовлетворительному согласию с экспериментом при одном и том же наборе параметров для ρ_L и ρ .

Для иллюстрации неоднозначности РПП, извлекаемых методом МНА из эксперимента, на рис. 4 для ядра ${}^{32}\text{S}$ приведены формфакторы, получаемые в том случае, если в РПП вида /7/ оставлять $N=4,5,6$ слагаемых /кривые 1,2,3 соответственно/. Отметим, что значение χ^2 во всех случаях примерно одинаково. Видно, что эти РПП имеют второй максимум, который в принципе нельзя получить в модели Тасси. Его появление вызывается необходимостью подгонки формфакторов при больших переданных импульсах вплоть до $q \sim q_{\text{max}} - 3 \text{ Фм}^{-1}$.

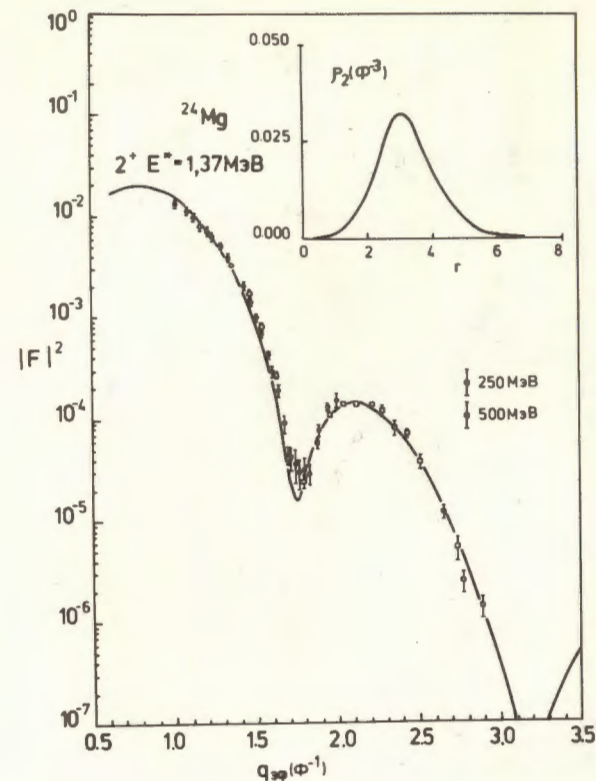


Рис. 2. То же, что и на рис. 1, только для ядра ${}^{24}\text{Mg}$.

Различное поведение теоретических формфакторов F_L /с $N=4,5,6$ / в области $q > q_{\text{max}}$ связано с тем, что соответствующие РПП отличаются на малые по абсолютной величине радиальные вариации $\delta\rho_L$ с характерной длиной осцилляций $l \ll 2\pi/q_{\text{max}}$, которые в данном случае находятся внутри теоретических ошибок определения РПП. При вычислениях F_L мы предполагали, что в области $q > q_{\text{max}}$, где экспериментальные формфакторы не известны, следует выбрать следующее поведение /10/:

$$|F_L(q)| \leq C F_p(q) q^{-4} \quad (q > q_{\text{max}}), \quad /17/$$

где $F_p(q)$ - формфактор протона, а C определяется из условия

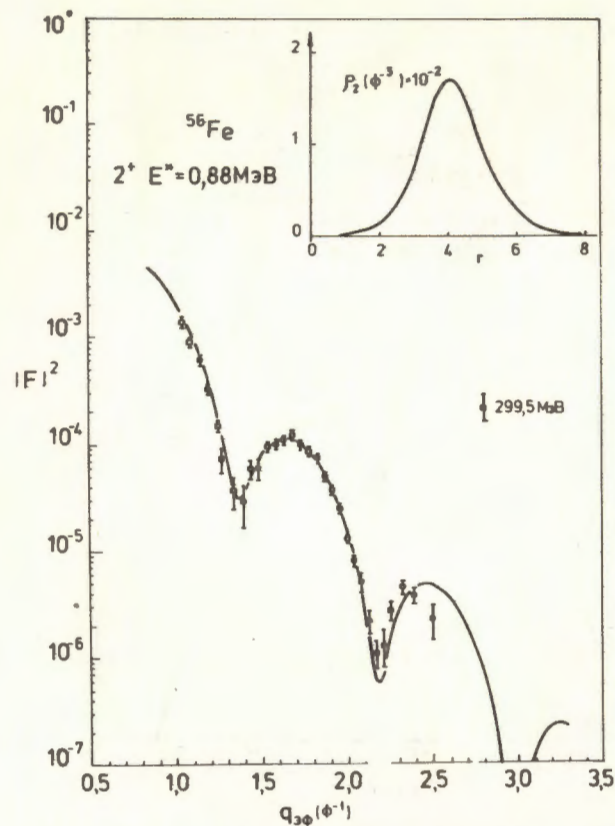


Рис. 3. То же, что и на рис. 1, только для ядра ^{56}Fe .

сшивания ρ_L с экспериментальным формфактором в последнем максимуме. Отметим, что это условие уменьшает неоднозначность в определении РПП методом МНА. В данном примере значения переходных радиусов

$$R_{tr}^2 = \frac{\int_0^\infty \rho_L(r) r^{L+4} dr}{\int_0^\infty \rho_L(r) r^{L+2} dr} \quad /18/$$

и приведенных вероятностей перехода

$$B(EL) = \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} \left| \int_0^\infty \rho_L(r) r^{L+2} dr \right|^2 \quad /19/$$

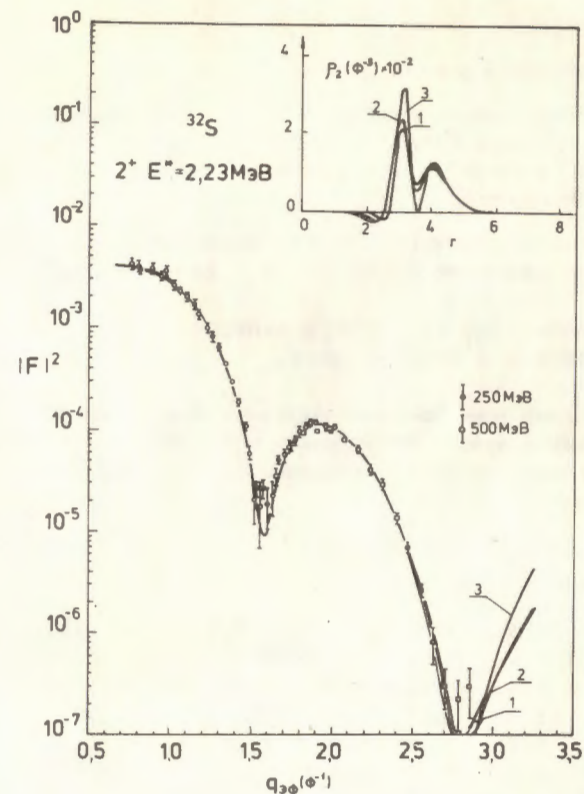


Рис. 4. Сравнение с экспериментом формфакторов неупругого рассеяния электронов ядром ^{32}S , рассчитанных с радиальными переходными плотностями для $N = 4, 5, 6$ /кривые 1, 2, 3 соответственно/.

с изменением N также меняются незначительно /см. таблицу/.

Величины приведенных вероятностей перехода качественно согласуются с $\tilde{B}(EL)$, полученными из других экспериментов ^{/11/}.

Заметим, что значения переходных радиусов находятся в хорошем согласии с данными других работ ^{/9/}. Отношение $R_{tr}/R \sim -1,3 \div 1,5$ оказывается примерно постоянным для легких и средних ядер.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, сделаем краткие выводы:

а/ модельно-независимый анализ формфакторов неупругого eA -рассеяния при больших переданных импульсах приводит к появлению "тонкой" структуры в радиальных распределениях плотностей перехода;

б/ полученные значения приведенных вероятностей перехода и переходных радиусов согласуются с данными других экспериментов;

в/ отношение $R_{tr}/\bar{R} \sim 1,3 \div 1,5$ является постоянной величиной для легких и средних ядер.

В заключение нам приятно выразить благодарность В.К. Лукьянову за стимулирующие обсуждения и В.М. Шилову за предоставление программы расчета неупругих формфакторов по методу фазового анализа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лукьянов В.К., Поль Ю.С. ЯФ, 1970, 11, с.556.
2. Лукьянов В.К., Поль Ю.С. ЭЧАЯ, 1974, 5, с.955.
3. Лукьянов В.К., Петков И.Ж., Поль Ю.С. ЯФ, 1969, 9, с.349.
4. Li G.C. et al. Nucl.Phys., 1971, A162, p.583.
5. Li G.C., Sick I., Yearian M.R. Phys.Rev., 1974, C9, p.1861.
6. Heisenberg J. et al. Nucl.Phys., 1971, A164, p.353.
7. Becke A.D., Sprung D.W. Nucl.Phys., 1977, A284, p.425.
8. Бузов В.В., Лукьянов В.К., Поль Ю.С. ОИЯИ, Р4-9556, Дубна, 1976.
9. Uberall H. Electron Scattering from Complex Nuclei, Academic Press, New York, 1971.
10. Rothhaas H. et al. Phys.Lett., 1974, 51B, p.23.
11. Ланько Э.В., Домбровская Г.С., Шубный Ю.К. Вероятности электромагнитных переходов атомных ядер. "Наука", Л., 1972.

Рукопись поступила в издательский отдел
4 июня 1979 года.