

4806/2-79



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
Дубна

СЗ23.4
И-204

3/12-79

P4 - 12509

М.А.Иванов, В.А.Охлопкова

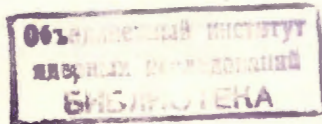
СЛАБЫЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ
ХАРАКТЕРИСТИКИ ПСЕВДОСКАЛЯРНЫХ МЕЗОНОВ
В НЕЛОКАЛЬНОЙ МОДЕЛИ КВАРКОВ

1979

P4 - 12509

М.А.Иванов, В.А.Охлопкова

СЛАБЫЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ
ХАРАКТЕРИСТИКИ ПСЕВДОСКАЛЯРНЫХ МЕЗОНОВ
В НЕЛОКАЛЬНОЙ МОДЕЛИ КВАРКОВ



Иванов М.А., Охлопкова В.А.

P4 - 12509

Слабые и электромагнитные характеристики псевдоскалярных мезонов в нелокальной модели кварков

В рамках нелокальной модели кварков вычислены характеристики слабых полулептонных и электромагнитных распадов псевдоскалярных мезонов: 1/ электромагнитные радиусы пионов и каонов, 2/ формфакторы K_{L3} - распада, 3/ структурные константы распада $\pi \rightarrow e \nu \mu$. Полученные результаты находятся в удовлетворительном согласии с экспериментом.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1979

Ivanov M.A., Okhlopkova V.A.

P4 - 12509

Weak and Electromagnetic Characteristics of Pseudoscalar Mesons in the Nonlocal Quark Model

Weak semileptonic and electromagnetic decays of pseudoscalar mesons are calculated in the framework of the nonlocal quark model: 1) the pion and kaon electromagnetic radii; 2) K_{L3} -decay formfactors; 3) $\pi \rightarrow e \nu \mu$ decay structural constants. The results are obtained in satisfactory agreement with experiment.

The Investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

© 1979 Объединенный институт ядерных исследований Дубна

Введение

В работах^{1,2/} была предложена и в дальнейшем разрабатывалась нелокальная модель кварков, представляющая собой квантово-полевую схему релятивистского мешка.

В силу того, что в этой модели амплитуды физических процессов растут экспоненциально в теории возмущений с ростом энергии, она может быть применена лишь для не очень больших энергий ($\leq 2 \text{ GeV}$), т.е. для энергий, соответствующих области кваркового конфайнмента.

В этой области энергий работает алгебра токов^{3/}, позволяющая связывать амплитуды с различным числом пионов, и, тем самым, устанавливающая ряд соотношений между наблюдаемыми величинами. Квантовополевой реализацией идей алгебры токов являются киральные теории, интенсивно развиваемые в последнее время, и дающие неплохое согласие с экспериментом^{4/}.

Главным моментом этих подходов является то, что динамику взаимодействия диктует симметрия, т.е., в принципе, нельзя почувствовать, что адрон является составным объектом - взаимодействие происходит в точке. Часто оказывается, что для получения конкретной физической информации основных положений алгебры токов недостаточно, приходится принимать дополнительные гипотезы и делать различные физические допущения.

В интересующей нас области энергий применяются также различные составные модели кварков, однако ввиду сложности задачи на связанные состояния их предсказательная сила невелика.

В нелокальной модели кварков мы имеем динамику взаимодействия физических частиц, причем адрон проявляет себя как связанная система, состоящая из невывлетающих кварков.

В работах^{2/} в рамках данной модели были вычислены ширины ряда сильных, слабых и электромагнитных распадов векторных и псевдоскалярных мезонов, и было получено удовлетворительное согласие с экспериментом.

В данной работе вычислены следующие характеристики слабых полулептонных распадов псевдоскалярных мезонов:

- 1) электромагнитные радиусы пионов и каонов,
- 2) формфакторы K_{L3} - распада,
- 3) структурные константы распада.

Эти величины являются более тонкими и детальными характеристиками процессов, чем, например, ширины распадов, поэтому их вычисление

является хорошей проверкой модели. Данные характеристики рассчитывались практически во всех моделях, претендующих на описание физики мезонов низких энергий. В большинстве случаев теоретические расчеты согласуются с экспериментом. Наиболее обильная теоретическая информация о низкоэнергетических процессах получена в квантовой киральной теории^{4/}. Теоретические расчеты $\langle z^2 \rangle$ проводились в модели векторной доминантности^{5/} (VMD), в модели кварковых диаграмм, использующей правила сумм, вытекающие из алгебры токов, и гипотезы PCAC^{6/}. В работе^{7/} $\langle z^2 \rangle$ рассчитывались с помощью гипотезы VMD и дисперсионных соотношений. В работе^{8/} слабые формфакторы вычислялись в предположении о доминирующем вкладе векторного мезона в процессе $K \rightarrow \mu\nu$.

Следует подчеркнуть, что отличительной чертой этих подходов, основанных, как правило, на идеях алгебры токов, является привлечение дополнительных предположений и гипотез, не следующих из основных принципов теории.

Наша схема является квантовополевой феноменологией с минимальным числом параметров (это параметры, характеризующие кварк), претендующей на последовательное описание низкоэнергетической физики.

Результаты данной работы (см. табл.) находятся во вполне удовлетворительном согласии с экспериментом, что дает определенную надежду для дальнейшего исследования модели.

§ I. Лагранжианы взаимодействия

В рамках нелокальной модели кварков при выборе лагранжианов, описывающих слабые лейтонные, полuleптонные и электромагнитные взаимодействия октета псевдоскалярных мезонов, мы исходим из следующих принципов:

1) Лагранжиан взаимодействия псевдоскалярных мезонов с кварками является $SU(3)$ -инвариантом. Условие того, что мезон есть связанное состояние кварков, реализуется требованием равенства нулю константы перенормировки волновой функции мезона.

2) Взаимодействие с электромагнитным полем вводится "минимальным" образом.

3) Для описания слабых взаимодействий в рассматриваемой области энергий мы используем кабиббовскую ток-токовую теорию.

Исходя из этих условий, лагранжианы взаимодействия запишем следующим образом:

$$\mathcal{L}_I = \mathcal{L}_I^S + \mathcal{L}_I^{em} + \mathcal{L}_I^W.$$

Здесь

$$\mathcal{L}_I^S = \frac{ik}{\sqrt{2}} \varphi^m \bar{q}_a \gamma_5 \lambda^m q_a,$$

где φ^m - октет псевдоскалярных мезонов.

$$\mathcal{L}_I^{em} = e A_\mu \cdot y_\mu^{em},$$

$$\text{где } (y_\mu^{em})^\delta = \sum_{j=1}^{\infty} (-)^j \bar{q}_{ja}^\delta \gamma_\mu \cdot \frac{1}{2} (\lambda^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} \lambda^8) q_{ja}^\delta$$

-электромагнитный кварковый ток, записанный в регуляризованной форме.

$$\mathcal{L}_I^W = \frac{g}{\sqrt{2}} [(I_{\mu+} + y_{\mu+}^W) \ell_\mu^- + h.c.],$$

где

$$I_{\mu+} = -i \delta p ([y, M] \partial_\mu M)$$

-кабиббовский векторный мезонный ток.

$$(y_{\mu+}^W)^\delta = \sum_{j=1}^{\infty} (-)^j \bar{q}_{ja}^\delta \partial_\mu y_{ja}^\delta$$

- кабиббовский кварковый (V-A)-ток, записанный в регуляризованной форме.

$$\ell_\mu^- - \text{лептонный ток, } \partial_\mu = \delta_{\mu 4} (1 - \gamma_5), \quad y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad M = \frac{1}{\sqrt{2}} \lambda^m \varphi^m.$$

Для простоты здесь опущены стандартные лагранжианы взаимодействия без участия кварков.

Следует отметить, что в отличие от подходов, связанных с киральной симметрией, в нашей модели отсутствует аксиальный мезонный ток, поэтому распад $\Lambda \rightarrow \mu\nu$ идет через кварковую петлю.

Условие 1) позволяет определить эффективную константу разложения $\lambda = \frac{k^2}{16\pi^2}$, которая оказывается малой ($\lambda = 0.13$). Поэтому в расчетах можно ограничиться низшими порядками теории возмущений.

В данной модели присутствуют два свободных параметра, харак-

теризующих пропагатор кварка:

$$\zeta = 1.4, \quad L = \frac{1}{320} \text{ МэВ}.$$

Эти параметры были зафиксированы с помощью фитирования по экспериментальным данным в работах [2].

При расчетах мы не будем учитывать нарушение $SU(3)$ -симметрии за счет утяжеления странного кварка (за исключением рассмотрения $\langle \tau^3 \rangle_{ev}$), поскольку в нашем подходе оно приводит лишь к малым добавкам [2]. Эффекты нарушения $SU(3)$ симметрии мы учитываем, как обычно, путем использования физических масс частиц.

§ 2. Электромагнитные радиусы пионов и каонов и факторы K_{e3} -распадов

Электромагнитные радиусы пионов и каонов и факторы K_{e3} -распадов определяются диаграммами, приведенными на рис. 1 и рис. 2, соответственно. Соответствующие инвариантные матричные элементы имеют вид

$$\langle P^- \gamma | T | P^- \rangle = -e a_\mu(q) \cdot T_\mu(p_1, p_2) \Big|_{p_1^2 = p_2^2 = m_P^2}$$

$$\langle e^+ \nu \ell^0 | T | K^+ \rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}} g_{\ell n} \theta \cdot e_\mu^{(-)} T_\mu(p_1, p_2) \Big|_{p_1^2 = m_\ell^2, p_2^2 = m_K^2}$$

где $T_\mu(p_1, p_2) = (p_1 + p_2)_\mu + \frac{2\gamma_i \lambda}{\lambda R^2} \left\{ \Lambda_\mu(p_1, p_2) + \left[\frac{1}{2} \Sigma'(p_1^2) + \frac{1}{2} \Sigma'(p_2^2) \right] (p_1 + p_2)_\mu \right\} \equiv F_+(t) (p_1 + p_2)_\mu + F_-(t) \cdot q_\mu.$

$$\Lambda_\mu^\delta(p_1, p_2) = \int d^4k \delta p \left\{ [d_\mu(-Q) \theta^\delta(\hat{k})] \delta_5 \theta^\delta(\hat{k} + \hat{Q}) \delta_5 \right\}$$

$$\Sigma^\delta(p^2) = \int d^4k \delta p \left\{ \theta^\delta(\hat{k}) \delta_5 \theta^\delta(\hat{k} + \hat{Q}) \delta_5 \right\}, \quad P = \frac{p_1}{2}, \quad Q = \frac{q_1}{2},$$

$$t = q^2 = (p_1 - p_2)^2, \quad \theta^\delta(\hat{p}) \xrightarrow{\delta \rightarrow 0} \theta(\hat{p}) = \frac{1}{M} e^{i\hat{p} + \frac{1}{2} p^2} = \frac{1}{M} [A(-p^2) + \hat{p} B(-p^2)].$$

Учитывая, что $\mu^2 = \left(\frac{m_L}{a}\right)^2 \ll 1$, получим

$$F_+(t) = 1 - \lambda (p_1^2 - p_2^2) \cdot C(\zeta) + t \cdot \frac{\lambda^2}{4} \lambda \cdot D(\zeta). \quad (I)$$

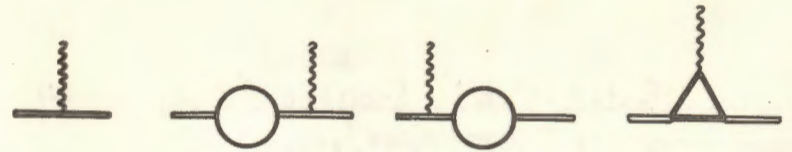


Рис. 1

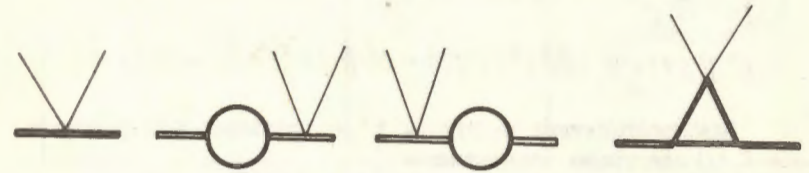


Рис. 2

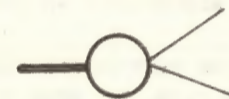


Рис. 3

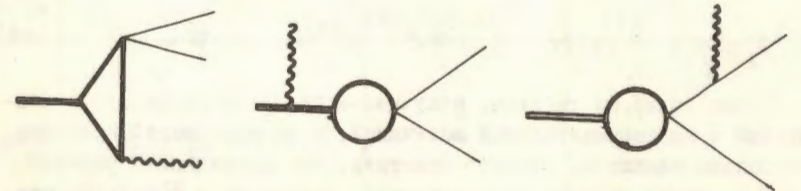


Рис. 4

$$F_-(t) = (P_1^2 - P_2^2) \cdot \lambda \cdot [-D(\zeta) + t \cdot \frac{\lambda^2}{4} E(\zeta)], \quad (2)$$

Здесь $C(\zeta) = \frac{1}{3} \int_0^{\zeta} dt \cdot t^2 [(A''')^2 + t^2 (B''')^2],$

$$D(\zeta) = \frac{8}{3} \int_0^{\zeta} dt \cdot t \{ 3B^2 + 3t^2 [(A')^2 + \frac{1}{2} t^2 (B')^2] - t^6 [(A'')^2 + t^2 (B'')^2] \},$$

$$E(\zeta) = \frac{1}{15} \int_0^{\zeta} dt \cdot t \{ 48B \cdot B' - 12 [(A')^2 - 5t^2 (B')^2] + t^4 [24(A'')^2 + 50t^2 (B'')^2] - t^8 [(A''')^2 + t^2 (B''')^2] \}.$$

Электромагнитный радиус $\langle r^2 \rangle$ связан с фактором $F_+(t)$ следующим соотношением:

$$\langle r^2 \rangle = 6 \frac{d}{dt} F_+(t) = \frac{3}{2} \lambda \lambda^2 D(\zeta).$$

Мы видим, что, в силу нашего предположения о нарушении $SU(3)$ -симметрии, электромагнитные радиусы заряженных пионов и каонов совпадают. Численные значения этой величины приведены в таблице. Видно, что наши результаты находятся в согласии с экспериментом [9, 10].

Электромагнитные радиусы нейтральных каонов в случае точной $SU(3)$ -симметрии равны нулю. Учитывая нарушение $SU(3)$ -симметрии за счет утяжеления странного кварка [2], получим

$$\langle r^2 \rangle_{K^0} = -2 \lambda \lambda^2 R(\zeta),$$

$$R(\zeta) = 2 \int_0^{\zeta} dt \cdot t \{ 2A_3 [A' + 3t^2 A'' + t^4 A'''] + B_3 [9t^4 B'' + 2t^6 B''' + 2t^2 B' - 2B] \},$$

$$A_3 = \eta \cdot e^{-\eta t^2} \cos \eta t, \quad B_3 = \eta \cdot e^{-\eta t^2} \frac{\sin \eta t}{t}, \quad \eta = 0.9.$$

Как видно из таблицы, полученное значение по знаку согласуется с экспериментальной величиной, а по абсолютной величине несколько занижено. Следует отметить, что приведенный расчет $\langle r^2 \rangle_{K^0}$ носит качественный характер, поскольку в остальных расчетах параметр η практически не сказывается.

Таблица

	Эксперимент	нелокальная кварковая модель	другие модели
$\langle r^2 \rangle_{K^+}$ ($f m^2$)	$0,26 \pm 0,07 / 10 /$	0,212	0,38 /4/ 0,4 /6/ $0,385 \pm 0,0046 / 7 /$
$\langle r^2 \rangle_{\pi}$ ($f m^2$)	$0,31 \pm 0,04 / 9 /$	0,212	0,42 /4/ 0,34 /6/
$\langle r^2 \rangle_{K^0}$ ($f m^2$)	$-0,05 \pm 0,13 / 12 /$ $-0,054 \pm 0,026 / 14, 15 /$ $+0,08 \pm 0,05 / 11 /$	-0,013	-0,08 /4/ -0,05 /6/ $-0,087 \pm 0,046 / 7 /$
K_{23}^+ $\gamma(0)$	$-0,35 \pm 0,14 / 13 /$	-0,20	-0,66 /4/
K_{23}^+ λ_+	$0,026 \pm 0,008 / 13 /$	0,016	0,025 /4/ 0,025 /8/
K_{23}^+ λ_0	$-0,003 \pm 0,007$	0	-0,03 /4/ 0,023 /8/
$\Gamma_{\pi \rightarrow \mu \nu}$ ($e \nu$)	$2,529 \cdot 10^{-17} / 13 /$	$2,256 \cdot 10^{-17}$	
$\Gamma_{K \rightarrow \mu \nu}$ ($e \nu$)	$3,384 \cdot 10^{-17} / 13 /$	$2,293 \cdot 10^{-17}$	
$\gamma = \frac{a(0)}{b(0)}$	0,4 или $-2,18 \pm 0,10 / 16 /$ 0,15 или $-2,07 \pm 0,11 / 17 /$ 0,44 или $-2,36 \pm 0,12 / 18 /$	1	0,42 /4/ 0,3 /6/

Используя стандартную параметризацию формфакторов K_{e3} -распадов

$$F_{\pm}(t) = F_{\pm}(0) \cdot \left[1 + \lambda_{\pm} \cdot \frac{t}{m_{\pi}^2} \right],$$

из формул (I,2) получим для нашего случая следующие выражения:

$$F_{+}(0) = 1 - \lambda (\mu_{\kappa}^2 - \mu_{\pi}^2) \cdot C(\xi),$$

$$F_{-}(0) = -\lambda (\mu_{\kappa}^2 - \mu_{\pi}^2) D(\xi),$$

$$\lambda_{+} = \frac{\lambda \mu_{\pi}^2 D(\xi)}{1 - \lambda (\mu_{\kappa}^2 - \mu_{\pi}^2) C(\xi)}, \quad \lambda_{-} = -\mu_{\pi}^2 \frac{E(\xi)}{D(\xi)},$$

$$\xi(0) = \frac{F_{-}(0)}{F_{+}(0)}, \quad \lambda_0 = \lambda_{+} + \frac{\mu_{\pi}^2}{\mu_{\kappa}^2 - \mu_{\pi}^2} \xi(0) \equiv 0.$$

Численные значения для λ_{\pm} , $\xi(0)$, λ_0 приведены в таблице.

Параметры λ_{\pm} , $\xi(0)$ экспериментально определяются тремя способами: путем анализа диаграмм Далитца (изучение спектра π -мезонов), измерением поляризации μ -мезонов и измерением отношения $\Gamma_{\mu\pi 3} / \Gamma_{K e 3}$. В таблице приведены средние значения величин λ_{\pm} , $\xi(0)$, взятые из поляризационных экспериментов.

§ 3. Распады $\pi(\kappa) \rightarrow \mu\nu$ и структурные константы в распаде $\pi \rightarrow e\nu\gamma$.

В рамках мезонов алгебры токов и лагранжиан киральных теорий из распада $\pi \rightarrow \mu\nu$ определяется фундаментальная для этих подходов постоянная распада f_{π} , тесно связанная с определением аксиального тока. В нашем подходе эта константа и ширина распада вычисляются из диаграммы рис. 3. Инвариантная амплитуда записывается в виде

$$\langle \mu\nu | T | \pi \rangle = z_{\pi} \frac{e}{\sqrt{2}} m_{\mu} \bar{u}(p) (1 - \gamma_5) u(-p'),$$

где p , p' - импульсы мюона и нейтрино, соответственно,

$$z_{\pi} = \sin \theta, \quad z_{\kappa} = \cos \theta.$$

Для ширины распада имеем следующее выражение:

$$\Gamma(\pi \rightarrow \mu\nu) = \frac{G^2 f_{\pi}^2 z_{\pi}^2}{8\pi} m_{\mu} \cdot m_{\pi}^2 \left[1 - \frac{m_{\mu}^2}{m_{\pi}^2} \right]^2.$$

В случае точной $SU(3)$ -симметрии

$$\frac{0}{f_{\pi}} = f_{\kappa} = \frac{3}{L} \frac{4\sqrt{\lambda}}{\pi} \left[2 \int_0^{\infty} dt \cdot t \cdot \cos \{t\} \cdot e^{-t^2} \right].$$

Численные значения ширины распадов $\pi \rightarrow \mu\nu$ приведены в таблице.

В распаде $\pi \rightarrow e\nu\gamma$ наиболее интересным является отношение вкладов аксиальной и векторной частей амплитуды. Обычно структурно-зависящая часть амплитуды параметризуется следующим образом:

$$M_{SD}^{\mu\nu} = \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \cdot k_{\rho} p_{\sigma} \cdot b(t) - i (k^{\mu} p^{\nu} - g^{\mu\nu} (k\rho)) a(t),$$

где k , p - импульсы фотона и пиона.

В нашем подходе данная амплитуда определяется набором диаграмм, изображенных на рис. 4.

Оказывается, что

$$a(0) = b(0) = \frac{\lambda^{1/2} L}{2\pi},$$

т.е. экспериментально определяемая величина

$$\gamma = \frac{a(0)}{b(0)} = 1,$$

как и в обычных кварковых моделях.

Авторы благодарны Г.В. Ефимову за интерес к работе и ценные замечания, а также А.Б. Говоркову, С.В. Герасимову и М.В. Терентьеву за полезные обсуждения.

Литература

1. А.З. Дубничкова, Г.В. Ефимов, Е2-10371, ОИЯИ, Дубна, 1977.
2. А.З. Дубничкова, Г.В. Ефимов, М.А. Иванов, P2-10738, ОИЯИ, Дубна, 1977.
- Г.В. Ефимов, М.А. Иванов, P2-10740, Е2-11065, ОИЯИ, Дубна, 1977.
3. В. Де Альфаро и др. "Токи в физике адронов", изд-во "Мир", Москва, 1976.
4. М.К. Волков, В.Н. Первушин. "Существенно нелинейные квантовые теории, динамические симметрии и физика мезонов", Атомиздат, Москва, 1978.

5. N.M.Kroll, T.D. Lee, B.Zumino Phys. Rev., 157, 1376 (1976).
6. С.Б. Герасимов. Ядерная физика, т. 29, вып. 2, стр. 513 (1979).
7. S.Blatnik et al., Lett. Nuovo Cim., v.24, N 2, p.39(1979).
8. L.G. Pondom, Proc. Particles and Fields, 1976, BNL, oct. 6-8, 1976.
9. E.B. Dally et al., Phys. Rev. Lett, 39, 1176 (1977).
10. E.B. Dally et al., Contribution to The XIX Conf... Tokyo, 1978.
11. F.Dydaк et al, Nucl. Phys., B102, p. 253 (1976).
12. H. Foeth et al, Phys. Lett., 30B, 276 (1969).
13. Particle Data Group, Phys. Lett., v. 75B, N 1, (1978).
14. B.Winstein et al, Contribution to the XIX Conf..., Tokyo, 1978.
15. W.R.Molzon et al, Phys. Rev. Lett, v. 41, N 18, p. 213, (1978).
16. P. Depommier et al., Phys. Lett., 7, 285 (1963).
17. A.Stetz et al, Phys. Rev. Let, 33, 1455 (1974).
18. A.Stetz et al., Nucl. Phys. B128, 285 (1978).

Рукопись поступила в издательский отдел
4 июня 1979 года.