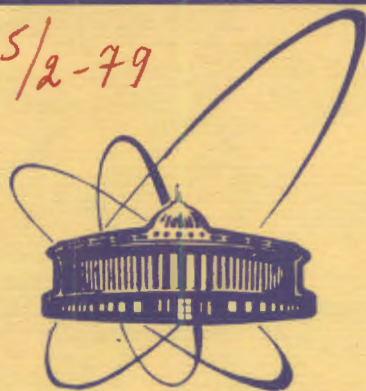


1215/2-79



Объединенный  
институт  
ядерных  
исследований  
Дубна

2/11-79

И-267

P4 - 12072

А.В.Игнатюк, И.Н.Михайлов

МИКРОСКОПИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ  
БЫСТРОВРАЩАЮЩИХСЯ НАГРЕТЫХ ЯДЕР

1979

P4 - 12072

А.В.Игнатюк, И.Н.Михайлов

МИКРОСКОПИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ  
БЫСТРОВРАЩАЮЩИХСЯ НАГРЕТЫХ ЯДЕР

*Направлено в ЯФ*

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

Игнатюк А.В., Михайлов И.Н.

P4 - 12072

Микроскопическое описание быстровращающихся нагретых ядер

Сформулирована микроскопическая модель, которая позволяет описывать коллективизированные возбуждения в ядрах при больших значениях углового момента и энергии возбуждения над ираст-полосой. Проанализировано изменение статистических характеристик ядра, сопровождающее переход от режима двумерного вращения аксиальных ядер в области малых спинов к режиму "трехмерного вращения" при больших спинах.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований, Дубна 1979

Ignatiuk A.V., Mikhailov I.N.

P4 - 12072

Microscopic Description of Fast Rotating Heated Nuclei

The microscopic model is formulated which allows one to describe the collective excitations in nuclei at high spin and excitation energy above the yrast line. The analysis is presented of the changes in the statistical characteristics which follow the transition from the two-dimensional rotational pattern of axial nuclei at low spins to the regime of a "three-dimensional rotation" of nuclei with the three-axial shape at high spins.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

В последние годы интенсивно развиваются исследования свойств ядер, обладающих большим угловым моментом:  $60 \div 100\hbar$ . В теоретическом плане основное внимание при этом обычно уделяется состояниям ираст-полосы или ближайшим к ним квазичастичным и коллективным состояниям вибрационного типа<sup>/1/</sup>. Однако на эксперименте ядра с большим угловым моментом, образующиеся в реакциях с тяжелыми ионами, имеют на начальной стадии также большую энергию возбуждения над ираст-полосой. Поэтому при анализе таких экспериментов необходимо не только знать свойства ядерных состояний в окрестности ираст-полосы, но и уметь описывать на всех этапах девозбуждения эволюцию факторов, определяющих стабильность ядер по отношению к различным каналам распада.

В реальных условиях эксперимента трудно выделить отдельные переходы даже в непосредственной близости к ираст-полосе уже при угловых моментах  $I \geq 20\hbar$ . Поэтому при исследовании свойств быстровращающихся высоковозбужденных ядер естественно оперировать с усредненными характеристиками, для описания которых можно использовать статистический подход. При этом для взаимосогласованного анализа данных желательно иметь единую модель как для рассмотрения испарительной стадии распада высоковозбужденного ядра, так и для изучения коллективных гамма-переходов вдоль ираст-полосы и над ней.

В работах<sup>/2/</sup> была сформулирована модель, которая позволяет проанализировать в рамках микроскопического подхода свойства всех состояний, связанных с состояниями ираст-полосы сильными  $E2$ -переходами. Среди них состояния самой ираст-полосы, моды колебаний ядерной поверхности квадрупольной симметрии и соответствующие гигантские резонансы,

а также нутационные моды, связанные с изменением ориентации углового момента относительно тензора инерции. Существенно отметить, что в деформированных ядрах при таком описании удается рассмотреть все типы возбуждений, связанные с эволюцией пространственной ориентации ядра. Богатство коллективных мод и относительная простота соотношений делают предложенную микроскопическую модель весьма перспективной. В данной работе мы хотим распространить эту модель на область высоковозбужденных /нагретых/ ядер, т.е. сформулировать эквивалентный микроскопический подход для рассмотрения статистических характеристик ядер.

### §1. Выбор модельного гамильтониана

Практически используемые микроскопические модели деформированных ядер комбинируют представления модели принудительного вращения /МПВ/ в описании вращения и приближения случайных фаз /ПСФ/ для анализа внутренних возбуждений. Основные характеристики ядра, такие, как энергия и форма поверхности в состояниях ираст-полосы, определяются средним полем, которое обычно изучают в самосогласованной МПВ<sup>3/</sup>, решая уравнения Хартри-Фока-Боголюбова /ФБ/ для оператора

$$\hat{R} = \hat{H} - \Omega \hat{J}_x, \quad /1.1/$$

где  $\hat{H}$  - многочастичный гамильтониан ядра,  $\hat{J}_x$  - оператор проекции углового момента на x-ось и  $\Omega$  - частота вращения. Аналогичный подход используется и при изучении статистических характеристик возбужденных ядер, в частности при рассмотрении спиновой зависимости плотности уровней<sup>4/</sup>. Для высоковозбужденных ядер, естественно, вводится статистически усредненное самосогласованное поле и ищутся усредненные характеристики ядра.

Гамильтониан  $\hat{H}$  обладает определенными свойствами симметрии, характерными для замкнутой системы нуклонов. В то же время в операторе  $\hat{R}$  сферическая симметрия, а также симметрия по отношению к изменению знака времени оказывается нарушенной. Это приводит к необходимости при анализе внутренних возбуждений вращающихся ядер внимательно следить

за ложными "духовыми" состояниями, возникающими в задачах с нарушенной симметрией гамильтониана<sup>5/</sup>. В число духовых состояний попадают состояния с общей внутренней структурой и разной зависимостью от углов Эйлера, определяющих ориентацию ядра в пространстве /так называемые голдстоуновские ветви возбуждения/. При больших угловых моментах отсутствует адиабатичность по отношению к вращению и нутациям ядра. Поэтому для выделения ротационного движения при таких моментах весьма важно использовать инвариантную формулировку модели, в рамках которой можно корректно учесть влияние условий симметрии на свойства состояний различной физической природы. Такой подход для состояний в окрестности ираст-полосы развивался в работах<sup>2/</sup>, и мы обобщим его на нагретые ядра.

Для описания неротационных возбуждений ядра будем использовать вместо /1.1/ вспомогательный гамильтониан

$$\tilde{H} = \hat{H} - h(\hat{J}^2), \quad /1.2/$$

где операторная функция  $h(\hat{J}^2)$  зависит только от полного углового момента  $\hat{J}^2 = \hat{J}_x^2 + \hat{J}_y^2 + \hat{J}_z^2$ . В последующем оператор  $h(\hat{J}^2)$  будет определен своим действием на относительно простые многочастичные состояния, точное выражение для которых дается позднее. Обозначим такое многочастичное состояние  $|>$ , считая его лучшим приближением к собственной функции ядра с заданными энергией и угловым моментом в ограниченном классе функций. Будем считать, следуя<sup>2/</sup>, что состояние  $|>$  обладает следующими свойствами симметрии:

$$e^{i\pi\hat{J}_x} |> = T e^{i\pi\hat{J}_z} |> = e^{i\phi} |>, \quad /1.3/$$

где  $\hat{T}$  - оператор инверсии времени. При этом выполняются соотношения

$$\begin{aligned} \langle \hat{J}_y \rangle &= \langle \hat{J}_z \rangle = 0, \\ \langle Q_{2,+1} \rangle &= \langle Q_{2,2} - Q_{2,-2} \rangle = 0, \end{aligned} \quad /1.4/$$

означающие, что среднее значение углового момента в состоянии  $|>$  имеет лишь ненулевую составляющую вдоль оси x, а глав-

ные оси квадрупольного момента массы  $\hat{Q}_{2m}$ , усредненного по состоянию  $|\rangle$ , совпадают с осями лабораторной системы координат. Среднее значение

$$\langle \hat{J}_x \rangle = M \quad /1.5/$$

мы будем считать в общем случае отличным от нуля.

Запишем оператор  $h(\hat{J}^2)$  в виде

$$h(\hat{J}^2) = \langle h \rangle + \Omega (\hat{J}_x - M) + \mu_x (\hat{J}_x - M)^2 + \mu (\hat{J}_y^2 + \hat{J}_z^2) + \dots, \quad /1.6/$$

где точками обозначены члены, содержащие произведения не менее чем трех операторов из числа  $\hat{J}_x - M, \hat{J}_y, \hat{J}_z$ . При написании формулы /1.6/ использована теорема Вика, примененная к оператору  $h(\hat{J}^2)$  в приближении, в котором отбрасываются, как малые, некогерентные члены вида

$$\sum_{m,n} (\hat{J}_i)_{1m} (\hat{J}_j)_{n2} : a_1^+ a_m a_n^+ a_2 : ,$$

а также свойства симметрии /1.3/ состояния  $|\rangle$ . Скалярный характер оператора  $h(\hat{J}^2)$  приводит к некоторому соотношению между параметрами  $M, \mu$  и  $\Omega$ . Подставив выражение /1.6/ в формулу

$$\langle [a_1^+ a_2] [(\hat{J}_y)_{11}, h(\hat{J}^2)] \rangle = 0, \quad /1.7/$$

легко получить соотношение

$$\Omega = 2\mu M. \quad /1.8/$$

Существенно отметить, что формула /1.7/ не фиксирует величину параметра  $\mu_x$ , величина которого может отличаться от  $\mu$ , если функция  $h(\hat{J}^2)$  отличается от линейной функции. Как следует из дальнейшего, члены  $h(\hat{J}^2)$  в формуле /1.6/, не выписанные в явном виде, не входят в уравнения модели в рассматриваемом приближении.

Удобство введения оператора  $\tilde{H}$  состоит в следующем:

а/ Как видно из формулы /1.6/, среднее поле, определенное для гамильтониана  $\tilde{H}$  в приближении ХФБ /при произвольной температуре/, обладает свойствами, аналогичными свойствам поля ядра в модели принудительного вращения, и кориолисов член  $-\Omega \hat{J}_x$  в операторе среднего поля можно понимать как часть одночастичного гамильтониана, согласованного в приближении Хартри с гамильтонианом /1.2/. Следуя /6/, можно показать, что энергия ирраст-состояния  $E_I^{\Pi}$  с угловым моментом  $I$ , оцененная по методу проектирования состояния ХФБ на состояния с фиксированным  $I$ , удовлетворяет соотношению

$$\Omega = \frac{\partial \langle \tilde{H} \rangle}{\partial M} = - \frac{\partial E_I^{\Pi}}{\partial \sqrt{I(I+1)}}, \quad M = \sqrt{I(I+1)}. \quad /1.9/$$

б/ В силу сферической симметрии операторов  $\hat{H}$  и  $h$  выполняются коммутационные соотношения

$$[\hat{J}_i, \tilde{H}] = 0, \quad i = x, y, z. \quad /1.10/$$

На этом основании можно утверждать, что три проекции оператора углового момента,  $\hat{J}_x, \hat{J}_y, \hat{J}_z$ , представляют три разные решения уравнений метода случайной фазы для оператора  $\tilde{H}$ , а следовательно, остальные решения метода случайной фазы не содержат примесей духовых состояний  $\hat{J}_i |\rangle$ .

в/ В семействе  $\tilde{H}$ , определенном формулой /1.2/, можно найти такой представитель, для которого при заданном значении  $\Omega$  оператор  $\hat{\Theta}$ , преобразующий состояния ирраст-полосы, называется голдстоуновским фононом. Иными словами,  $h(\hat{J}^2)$  можно определить таким образом, чтобы в ПСФ существовал фонон  $\hat{\Theta}$  со свойствами

$$\begin{aligned} [\tilde{H}, \hat{\Theta}]_{\text{ПСФ}} &= 0, \\ [\hat{J}_x, \hat{\Theta}]_{\text{ПСФ}} &= -i. \end{aligned} \quad /1.11/$$

При таком выборе  $h(\hat{J}^2)$  все фононы для  $\tilde{H}$  оказываются автоматически ортогональными  $\hat{\Theta}$  /7/ и, следовательно,

описывают внутренние возбуждения, не изменяющие полный угловой момент ядра. В приближении случайной фазы оператор  $\hat{\Theta}$  коммутирует с операторами  $\hat{J}_y$  и  $\hat{J}_z$ . Учитывая это обстоятельство, легко получить соотношение

$$0 = \langle [\hat{\Theta}, [\hat{N}, \hat{\Theta}]] \rangle_{\text{НСФ}} = \langle [\hat{\Theta}, [\hat{H}, \hat{\Theta}]] \rangle_{\text{НСФ}} - 2\mu_x,$$

из которого следует связь между параметрами  $\mu_x$  и  $\Omega$  в формуле /1.6/:

$$\mu_x = \frac{1}{2} \frac{d^2 \langle \hat{H} \rangle}{dM^2} = \frac{1}{2} \frac{d\Omega}{dM}. \quad /1.12/$$

г/ Спектр гамильтониана  $\tilde{H}$  при заданном  $I$  тождественен спектру гамильтониана  $\hat{H}$ , а пересечет собственных энергий  $\hat{H}$  с разными  $I$  по найденным собственным значениям  $\tilde{H}$  легко осуществить, используя формулу /1.9/. Принимая во внимание соотношения /1.7/, /1.11/, убеждаемся, что фононы метода случайной фазы для  $\tilde{H}$  ортогональны всем операторам, описывающим ориентацию ядра в пространстве, и не изменяют углового момента состояния. Таким образом, сформулированные выше условия, определяющие оператор  $\tilde{H}$ , осуществляют наилучшее разделение внутреннего и ротационного движения в ядре. В уравнения предлагаемой модели от  $h(\hat{J}^2)$  входят лишь параметры  $\Omega$ ,  $\mu$  и  $\mu_x$ , связь которых с квантовым числом углового момента осуществляется формулами /1.9/, /1.8/, /1.12/, а расчет которых может быть выполнен после вычисления энергии собственных состояний ирраст-полосы  $E_{\text{yраст}}^I$ . Вид оператора  $h(\hat{J}^2)$  может быть, в принципе, определен из условия  $h(I(I+1)) = E_{\text{yраст}}^I$ . Отметим, что пределу адиабатически-медленного вращения соответствует линейная зависимость  $h(\hat{J}^2)$  от  $\hat{J}^2$  и совпадение параметров  $\mu$  и  $\mu_x$  в формуле /1.6/.

Имея в виду достаточно хорошее описание энергий состояний ирраст-полосы в рамках модели принудительного вращения до пересечения полос, а также успешное использование аналогичной модели для нагретых ядер /4/, можно сформулировать уравнение, определяющее среднее поле нагретых вращающихся ядер:

$$\delta \langle |\hat{H} - \Omega \hat{J}_x| \rangle = \delta \frac{\text{Sp} \{ e^{-H_{\text{ХФБ}}/t} (\hat{H} - \Omega \hat{J}_x) \}}{\text{Sp} \{ e^{-H_{\text{ХФБ}}/t} \}} = 0, \quad /1.13/$$

где  $\hat{H}_{\text{ХФБ}}$  - статистически усредненный одночастичный гамильтониан. Частота вращения при этом связана с угловым моментом описываемого состояния и его энергией соотношениями /1.9/, где при температуре, отличной от нуля, подразумевается термодинамическое усреднение операторов, аналогичное /1.13/.

Мы ограничимся в данной работе рассмотрением микроскопического гамильтониана

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \frac{\kappa}{2} \sum_{m=-2}^2 Q_{2m} Q_{2-m} (-1)^m, \quad /1.14/$$

в котором  $\hat{H}_0$  - гамильтониан сферической модели оболочек,

$$\hat{H}_0 = \sum_k \epsilon_k (a_k^+ a_k + a_{\bar{k}}^+ a_{\bar{k}}), \quad /1.15/$$

и остаточное взаимодействие представлено в виде квадруполь-квадрупольных сил. Для упрощения модели мы не будем включать в гамильтониан корреляционные взаимодействия сверхпроводящего типа, роль которых в нагретых ядрах существенна только при достаточно низких температурах,  $t \leq 0,6 \text{ МэВ}$ , и угловых моментах  $I \leq 25 \div 30$ . Таким образом, полученные ниже соотношения представляют интерес не только для изучения нагретых ядер, но и как более простое выражение известных результатов /2/ для холодных быстровращающихся ядер.

Индексы  $k$  и  $\bar{k}$  в /1.15/ относятся к сопряженным по времени одночастичным состояниям, и остальные обозначения являются общепринятыми /2,5/. Фазовые соотношения для волновых функций выберем таким образом, чтобы матричные элементы от операторов  $\hat{J}_x$  и  $\hat{J}_z$  были действительными, а от оператора  $\hat{J}_y$  - чисто мнимыми. Оказывается удобно перейти к факторизованному по свойствам симметрии гамильтониану, воспользовавшись преобразованием Гудмана /8/. Соотношения для матричных элементов операторов углового и квадрупольного моментов в представлении Гудмана детально рассмотрены в работах /5/. Сохраняя для нового представления прежнее обозна-

чение индексов одночастичных состояний и имея в виду последующее определение среднего поля, запишем операторы углового момента в виде

$$\begin{aligned}\hat{J}_x &= \sum_{k, \ell} (j_{k\ell}^{(x)+} c_k^+ c_\ell + j_{\bar{k}\bar{\ell}}^{(x)-} c_{\bar{k}}^+ c_{\bar{\ell}}^-), \\ \hat{J}_y &= i \sum_{k, \ell} j_{k\ell}^{(y)} (c_k^+ c_{\bar{\ell}}^- - c_{\bar{\ell}}^+ c_k^-), \\ \hat{J}_z &= \sum_{k, \ell} j_{k\ell}^{(z)} (c_k^+ c_{\bar{\ell}}^- + c_{\bar{\ell}}^+ c_k^-),\end{aligned}\quad /1.16/$$

где матричные элементы одночастичных операторов удовлетворяют соотношениям

$$j_{k\ell}^{(x)} = j_{\ell k}^{(x)}, \quad j_{k\ell}^{(y)} = -j_{\ell k}^{(y)}, \quad j_{k\ell}^{(z)} = -j_{\ell k}^{(z)} \quad /1.17/$$

Операторы квадрупольных моментов представим в виде

$$\begin{aligned}\hat{Q}_0 &= \sum_{k, \ell} (q_{0k\ell} c_k^+ c_\ell + q_{0\bar{\ell}\bar{k}} c_{\bar{\ell}}^+ c_{\bar{k}}^-), \\ \hat{Q}_1^{(+)} &= \frac{i}{\sqrt{2}} (\hat{Q}_{21} + \hat{Q}_{2-1}) = i \sum_{k, \ell} (q_{1k\ell}^{(+)} c_k^+ c_\ell + q_{1\bar{\ell}\bar{k}}^{(+)} c_{\bar{\ell}}^+ c_{\bar{k}}^-), \\ \hat{Q}_1^{(-)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q}_{21} - \hat{Q}_{2-1}) = \sum_{k, \ell} q_{1k\ell}^{(-)} (c_k^+ c_{\bar{\ell}}^- + c_{\bar{\ell}}^+ c_k^-), \\ \hat{Q}_2^{(+)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{Q}_{22} + \hat{Q}_{2-2}) = \sum_{k, \ell} (q_{2k\ell}^{(+)} c_k^+ c_\ell + q_{2\bar{\ell}\bar{k}}^{(+)} c_{\bar{\ell}}^+ c_{\bar{k}}^-), \\ \hat{Q}_2^{(-)} &= \frac{i}{\sqrt{2}} (\hat{Q}_{22} - \hat{Q}_{2-2}) = i \sum_{k, \ell} q_{2k\ell}^{(-)} (c_k^+ c_{\bar{\ell}}^- - c_{\bar{\ell}}^+ c_k^-),\end{aligned}\quad /1.18/$$

где одночастичные матричные элементы обладают свойствами симметрии

$$\begin{aligned}q_{0k\ell} &= q_{0\ell k}, \quad q_{1k\ell}^{(+)} = -q_{1\ell k}^{(+)}, \quad q_{1k\ell}^{(-)} = q_{1\ell k}^{(-)}, \\ q_{2k\ell}^{(+)} &= q_{2\ell k}^{(+)}, \quad q_{2k\ell}^{(-)} = -q_{2\ell k}^{(-)}.\end{aligned}\quad /1.19/$$

Факторизация исходного гамильтониана в приближении ХФБ и ПСФ обусловлена тем, что после преобразования Гудмана в соотношения для операторов  $\hat{J}_x$  /1.16/ и  $Q_0, Q_1^{(+)}, Q_2^{(+)}$  /1.18/ не входят матричные элементы между состояниями с противоположными свойствами по отношению к обращению времени. Таким образом, можно записать гамильтониан /1.2/ в виде

$$\tilde{H} = H_0 + H_{int}^{(+)} + H_{int}^{(-)}, \quad /1.20/$$

где

$$\begin{aligned}H_0 &= \sum_{k, \ell} (\epsilon_{k\ell} c_k^+ c_\ell + \epsilon_{\bar{k}\bar{\ell}} c_{\bar{k}}^+ c_{\bar{\ell}}^-) - \Omega (\hat{J}_x - M), \\ H_{int}^{(+)} &= -\frac{\kappa}{2} (\hat{Q}_0^2 + \hat{Q}_1^{(+2)} + \hat{Q}_2^{(+2)}) - \mu_x (\hat{J}_x - M)^2, \\ H_{int}^{(-)} &= -\frac{\kappa}{2} (\hat{Q}_1^{(-2)} + \hat{Q}_2^{(-2)}) - \mu (J_y^2 + J_z^2).\end{aligned}\quad /1.21/$$

## §2. Описание вращающихся нагретых ядер в одночастичном приближении

В соответствии с вариационным принципом /1.13/ найдем термодинамические функции, характеризующие нагретое ядро в приближении самосогласованного среднего поля. Одночастичный гамильтониан запишем в виде

$$\hat{H}_{\chi\Phi} = \sum_k (\xi_k c_k^+ c_k + \xi_{\bar{k}} c_{\bar{k}}^+ c_{\bar{k}}), \quad /2.1/$$

В соответствии с условиями /1.4/

$$\langle \hat{Q}_1^{(\pm)} \rangle = \langle \hat{Q}_2^{(-)} \rangle = 0 \quad /2.2/$$

и для среднего значения гамильтониана /1.20/ получим соотношение

$$\begin{aligned}\langle \tilde{H} \rangle = \langle \hat{H}_0 + H_{int}^{(+)} \rangle &= \sum_{\nu=(k, \bar{k})} \bar{n}_\nu \{ \epsilon_{\nu\nu} - \Omega j_{\nu\nu}^{(x)} - \\ &- \frac{\kappa}{2} [q_{0\nu\nu} \langle \hat{Q}_0 \rangle + q_{2\nu\nu}^{(+)} \langle \hat{Q}_2^{(+)} \rangle] \}.\end{aligned}\quad /2.3/$$

Здесь средние числа заполнения определены как

$$\bar{n}_k \equiv \langle c_k^+ c_k \rangle = \delta_{kk'} (1 + \exp \xi_k / t)^{-1} \delta_{kk'} \quad /2.4/$$

и аналогично  $\bar{n}_{\bar{k}}$ . Одночастичные энергии  $\xi_k$  найдем из выражения принципа

$$\xi_k = \frac{\partial \langle \tilde{H} - \lambda \hat{N} \rangle}{\partial \bar{n}_k} = \epsilon_{kk} - \lambda - \Omega j_{kk}^{(x)} - \kappa (q_{0kk} \langle \hat{Q}_0 \rangle + q_{2kk}^{(+)} \langle \hat{Q}_2^{(+)} \rangle), \quad /2.5/$$

и выражение для  $\xi_{\bar{k}}$  отличается только заменой индексов,  $k \rightarrow \bar{k}$ .

Связь температуры  $t$ , химпотенциала  $\lambda$  и параметра  $\mu$  с энергией системы  $\epsilon$ , числом частиц  $N$  и проекцией углового момента  $M$  определяется уравнениями состояния

$$\epsilon = \langle H_0 + H_{int}^{(+)} \rangle + \Omega M,$$

$$N = \sum_k (\bar{n}_k + \bar{n}_{\bar{k}}),$$

$$M = \sum_k (j_{kk}^{(x)} \bar{n}_k + j_{\bar{k}\bar{k}}^{(x)} \bar{n}_{\bar{k}}), \quad /2.6/$$

и энтропия нагретого ядра определяется соотношением

$$S = - \sum_{\nu=(k,\bar{k})} \{ \bar{n}_\nu \ln \bar{n}_\nu + (1-\bar{n}_\nu) \ln(1-\bar{n}_\nu) \} = \sum_{\nu=(k,\bar{k})} \{ \xi_\nu \bar{n}_\nu / t - \ln(1-\bar{n}_\nu) \}, \quad /2.7/$$

Все интересующие нас термодинамические характеристики возбужденного ядра можно выразить через рассмотренные величины /2.6/ и /2.7/.

Используя традиционные приближения статистического подхода, можно найти плотность возбужденных состояний ядра

$$\omega_{X\Phi}(U, M) = (2\pi i)^{-4} \int_{-i\infty}^{+i\infty} \int \int \int d\beta d\alpha_Z d\alpha_N d\alpha_M \cdot e^{\beta \epsilon - \alpha_Z Z - \alpha_N N - \alpha_M M} \times \\ \times Q(\beta, \alpha_Z, \alpha_N, \alpha_M) \approx (2\pi)^{-2} (\text{Det}^{-1/2})_{k_{rot}} e^S. \quad /2.8/$$

Здесь  $Q(\beta, \alpha)$  - статистическая сумма большого канонического ансамбля, соответствующего рассматриваемой системе,

$\text{Det} = | \partial^2 \ln Q / \partial \alpha_i \partial \alpha_j |$  - детерминант вторых производных по интенсивным переменным  $\beta = t^{-1}$ ,  $\alpha_Z = \lambda_Z / t$ ,  $\alpha_N = \lambda_N / t$ ,

$\alpha_M = \mu / t$  и  $U = \epsilon - \epsilon_0$  - энергия возбуждения ядра

$/ \epsilon_0$  - энергия основного состояния/. В соответствии с предыдущим рассмотрением гамильтониан  $\tilde{H}$  описывает только внутренние возбуждения. Так как статистическая сумма  $Q(\beta, \alpha)$  определяется суммарным спектром внутренних и ротационных возбуждений ядра, то ее можно представить в виде

$Q(\beta, \alpha_Z, \alpha_N, \alpha_M) = \text{Sp} \{ e^{-\beta \tilde{H} - \lambda_Z \hat{Z} - \lambda_N \hat{N}} \} Q_{rot}(\beta).$  /2.9/

Здесь  $Q_{rot}(\beta)$  - статсумма ротационных возбуждений нагретого ядра, которая и приводит к появлению коэффициента ротационного увеличения плотности  $k_{rot}$  в правой части соотношения /2.8/. Пренебрегая изменениями  $\text{Det}$ , обусловленными учетом  $Q_{rot}(\beta)$ , в рамках обычных приближений метода седловой точки будем иметь  $k_{rot} \approx Q_{rot}(t)$ . В нашей модели все моды, кроме стационарного вращения вокруг самой длинной оси, выступают как внутренние возбуждения, т.е. как в случае аксиального симметричного ядра, и соответственно ротационная статсумма будет определяться соотношением /9/

$$Q_{rot} = \sum_{I=0,2,4,\dots} (2I+1) \exp\left(-\frac{I(I+1)}{2J_x t}\right) \approx \int_x t. \quad /2.10/$$

Изменение свойств возбужденного ядра при его деформации можно характеризовать поверхностью свободной энергии

$$F(t, \epsilon) = \langle \tilde{H} \rangle - tS, \quad /2.11/$$



где  $\epsilon$  - набор соответствующих параметров деформации. Наиболее вероятная форма вращающегося ядра соответствует минимуму свободной энергии. Зависимость равновесных характеристик быстро вращающихся нагретых ядер от температуры анализировалась в работе<sup>/10/</sup>. Мы не будем останавливаться на обсуждении этого вопроса и перейдем к рассмотрению когерентных вибрационных мод во вращающихся нагретых ядрах.

### §3. Приближение случайных фаз в нагретых ядрах

Анализ свойств когерентных возбуждений обычно проводится в рамках ПСФ<sup>/2,3,5/</sup>, и модификации этого приближения при конечных температурах рассматривались детально в работах<sup>/11,12/</sup>. В данном разделе мы сформулируем метод случайных фаз в нагретых ядрах в виде, наиболее приближенном к стандартной процедуре диагонализации гамильтониана /1.20/ при нулевой температуре<sup>/2/</sup>.

Прежде чем перейти к анализу уравнений движения отметим, что свойства симметрии гамильтониана

$$[\hat{J}_x, \tilde{H}] = [\hat{J}_y, \tilde{H}] = [\hat{J}_z, \tilde{H}] = 0 \quad /3.1/$$

приводят к определенным соотношениям между матричными элементами операторов углового и квадрупольного моментов. Эти соотношения можно найти, проведя вычисления выражений, аналогичных приведенным в формуле /1.7/, с коммутаторами /3.1/ вместо  $[\hat{J}_i, h(\hat{J}^2)]$ . В рассматриваемом приближении получим соотношения

$$\begin{aligned} \omega_{kl} j_{kl}^{(x)} &= \kappa \langle \hat{Q}_2^{(+)} \rangle + \sqrt{3} \langle \hat{Q}_0 \rangle q_{1kl}^{(+)} , \\ \omega_{kl} j_{kl}^{(y)} + \Omega j_{kl}^{(z)} &= \kappa \langle \hat{Q}_2^{(+)} \rangle - \sqrt{3} \langle \hat{Q}_0 \rangle q_{1kl}^{(-)} , \end{aligned} \quad /3.2/$$

$$\omega_{kl} j_{kl}^{(z)} + \Omega j_{kl}^{(y)} = 2\kappa \langle \hat{Q}_2^{(+)} \rangle q_{2kl}^{(-)} ,$$

где  $\omega_{kl} = \xi_k - \xi_l$  и аналогично  $\omega_{kl}^-$ .

Чтобы диагонализировать гамильтониан /1.2/ в ПСФ, введем эрмитовские операторы обобщенных координат  $X_\lambda$  и импульсов  $P_\lambda$ , подчиняющиеся уравнениям движения

$$\begin{aligned} [X_\lambda, \tilde{H}] &= i\omega_\lambda P_\lambda , \\ [P_\lambda, \tilde{H}] &= -i\omega_\lambda X_\lambda , \quad [X_\lambda, P_{\lambda'}] = i\delta_{\lambda\lambda'} . \end{aligned} \quad /3.3/$$

Так как гамильтониан  $\tilde{H}$  разделяется на части, обладающие различной симметрией по отношению к обращению времени, то в ПСФ проблема его диагонализации разбивается на две независимые задачи.

а/ Диагонализация  $H_0 + H_{int}^{(+)}$   
Запишем операторы  $P_\lambda$  и  $X_\lambda$  в виде

$$\begin{aligned} P_\lambda &= i \sum_{k>l} \{ p_{kl}^{(\lambda)} (c_k^+ c_l - c_l^+ c_k) + p_{\bar{k}\bar{l}}^{(\lambda)} (c_{\bar{k}}^+ c_{\bar{l}} - c_{\bar{l}}^+ c_{\bar{k}}) \} , \\ X_\lambda &= \sum_{k>l} \{ x_{kl}^{(\lambda)} (c_k^+ c_l + c_l^+ c_k) + x_{\bar{k}\bar{l}}^{(\lambda)} (c_{\bar{k}}^+ c_{\bar{l}} + c_{\bar{l}}^+ c_{\bar{k}}) \} \end{aligned} \quad /3.4/$$

и коэффициенты  $p_{kl}^{(\lambda)}$  и  $x_{kl}^{(\lambda)}$  найдем из уравнений движения /3.3/. При этом, чтобы линейризовать коммутатор от оператора взаимодействия  $H_{int}^{(+)}$ , мы будем использовать приближенные коммутационные соотношения

$$[c_k^+ c_l, c_k^+ c_l] = \langle [c_k^+ c_l, c_k^+ c_l] \rangle = \delta_{kl} \delta_{\ell k} (\bar{n}_k - \bar{n}_l) .$$

Эти соотношения являются непосредственным отражением в операторной записи основных предположений метода ПСФ в нагретых ядрах<sup>/11,12/</sup>.

Опуская громоздкие промежуточные выкладки, приведем окончательный вид системы уравнений для коэффициентов преобразования /3.4/:

$$\begin{aligned} \omega_{kl} x_{kl} - \omega_{kl} p_{kl} &= \omega_{kl} j_{kl}^{(x)} A_x , \\ \omega_{kl} x_{kl} - \omega_{kl} p_{kl} &= -q_{kl}^{(0)} B_0 - q_{2kl}^{(+)} B_2 , \end{aligned} \quad /3.5/$$

и соотношения для  $x_{kl}^-$  и  $p_{kl}^-$  отличаются лишь заменой  $kl \rightarrow \bar{k}\bar{l}$ . Здесь для сокращения записи введены обозначения

$$A_x = \frac{1}{2\kappa \bar{Q}^2 \cos^2(\gamma - \frac{\pi}{6})} \sum_{k>l} [ j_{kl}^{(x)} \cdot \omega_{kl} (\bar{n}_l - \bar{n}_k) x_{kl} +$$

$$+ j_{\bar{k}\bar{\ell}}^{(x)} \omega_{\bar{k}\bar{\ell}} (\bar{n}_{\bar{\ell}} - \bar{n}_{\bar{k}}) x_{\bar{k}\bar{\ell}} ],$$

$$B_0 = 2\kappa \sum_{k>\ell} [ q_{k\ell}^{(0)} (\bar{n}_{\ell} - \bar{n}_k) p_{k\ell} - q_{k\ell}^{(0)} (\bar{n}_{\ell} - \bar{n}_k) p_{\bar{k}\bar{\ell}} ], \quad /3.6/$$

$$B_2 = 2\kappa \sum_{k>\ell} [ q_{2k\ell}^{(+)} (\bar{n}_{\ell} - \bar{n}_k) p_{k\ell} + q_{2k\ell}^{(-)} (\bar{n}_{\ell} - \bar{n}_k) p_{\bar{k}\bar{\ell}} ]$$

и

$$\bar{Q} \cos(\gamma + \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2} (\sqrt{3} < \hat{Q}_0 > \pm < \hat{Q}_2^{(+)} >).$$

Система уравнений /3.5/ имеет решение лишь при энергиях  $\omega$ , удовлетворяющих секулярному уравнению

$$\omega^2 \mathcal{F}^{(+)}(\omega) = 0, \quad /3.7/$$

где введена функция

$$\mathcal{F}^{(+)}(\omega) = \begin{vmatrix} S_{xx} & S_{x0} & S_{x2} \\ S_{0x} & S_{00-1/2\kappa} & S_{02} \\ S_{2x} & S_{20} & S_{22-1/2\kappa} \end{vmatrix} \quad /3.8/$$

и использованы обозначения

$$S_{ij} = \sum_{k>\ell} [ q_{k\ell}^{(i)} q_{k\ell}^{(j)} \frac{\omega_{k\ell} (\bar{n}_{\ell} - \bar{n}_k)}{\omega_{k\ell}^2 - \omega^2} + q_{\bar{k}\bar{\ell}}^{(i)} q_{\bar{k}\bar{\ell}}^{(j)} \frac{\omega_{\bar{k}\bar{\ell}} (\bar{n}_{\ell} - \bar{n}_k)}{\omega_{\bar{k}\bar{\ell}}^2 - \omega^2} ], \quad /3.9/$$

### б/ Вычисление параметра $\mu_x$ в ПСФ

Так как оператор  $\hat{J}_x$  коммутирует с гамильтонианом /3.1/, то его можно считать пропорциональным обобщенной координате специального решения секулярного уравнения  $\omega_\lambda = 0$ . Коэффициенты преобразования /3.4/ для такого решения определяются системой уравнений

$$x_{k\ell} = j_{k\ell}^{(x)} A_x^{(0)},$$

$$\omega_{k\ell} p_{k\ell} = j_{k\ell}^{(x)} 2\mu_x + q_{k\ell}^{(0)} B_0^{(0)} + q_{2k\ell}^{(+)} B_2^{(0)}. \quad /3.10/$$

Подставляя эти коэффициенты в определение величин /3.6/, получим для параметра  $\mu_x$  соотношение

$$\mu_x = \frac{(S_{00}^{(0)} - 1/2\kappa)(S_{22}^{(0)} - 1/2\kappa) - (S_{02}^{(0)})^2}{4\mathcal{F}^{(+)}(\omega=0)}, \quad /3.11/$$

где верхний индекс у величин /3.6/ и /3.9/ означает, что здесь  $\omega = 0$ . Соотношение /3.11/ можно получить и непосредственно из формул /1.12/, /1.13/. Следует отметить, что уравнение для  $\omega_\lambda = 0$  фиксирует также значение константы квадрупольного взаимодействия:

$$2\kappa \bar{Q}^2 \cos^2(\gamma - \pi/6) = \sum_{k>\ell} \{ (j_{k\ell}^{(x)})^2 \omega_{k\ell} (\bar{n}_{\ell} - \bar{n}_k) + (j_{\bar{k}\bar{\ell}}^{(x)})^2 \omega_{\bar{k}\bar{\ell}} (\bar{n}_{\ell} - \bar{n}_k) \}, \quad /3.12/$$

в/ Диагонализация  $\hat{H}_0 + \hat{H}_{int}^{(-)}$

Для диагонализации этой части гамильтониана будем искать операторы  $P_\lambda$  и  $X_\lambda$  в виде

$$P_\lambda = i \sum_{k,\ell} p_{k\ell}^{(\lambda)} (c_k^+ c_\ell^- - c_\ell^+ c_k^-),$$

/3.13/

$$X_\lambda = \sum_{k,\ell} x_{k\ell}^{(\lambda)} (c_k^+ c_\ell^- + c_\ell^+ c_k^-).$$

Подставляя эти операторы в уравнения движения /3.3/ и используя соотношения /3.2/, получим систему уравнений для коэффициентов преобразования /3.13/:

$$x_{k\ell} = \frac{\omega}{\omega_{k\ell}^2 - \omega^2} (\omega_{k\ell} j_{k\ell}^{(y)} + \Omega j_{k\ell}^{(z)}) A_y + \frac{\omega_{k\ell}}{\omega_{k\ell}^2 - \omega^2} (\omega_{k\ell} j_{k\ell}^{(z)} + \Omega j_{k\ell}^{(y)}) A_z,$$

$$p_{k\ell} = \frac{\omega_{k\ell}}{\omega_{k\ell}^2 - \omega^2} (\omega_{k\ell} j_{k\ell}^{(y)} + \Omega j_{k\ell}^{(z)}) A_y + \frac{\omega}{\omega_{k\ell}^2 - \omega^2} (\omega_{k\ell} j_{k\ell}^{(z)} + \Omega j_{k\ell}^{(y)}) A_z, \quad /3.14/$$

где введены обозначения

$$A_y = [2\kappa \bar{Q}^2 \cos^2(\gamma + \pi/6)]^{-1} \sum_{k,\ell} \omega_{k\ell} j_{k\ell} p_{k\ell} (\bar{n}_{\ell} - \bar{n}_k),$$

$$A_z = [2\kappa < \hat{Q}_2^{(+)} >]^{-1} \sum_{k,l} \omega_{kl} j_{kl}^{(z)} x_{kl} (\bar{n}_l - \bar{n}_k). \quad /3.15/$$

Секулярное уравнение для собственных частот будет иметь вид

$$\omega^2 \mathcal{F}_-(\omega) = 0, \quad /3.16/$$

где введены функции

$$\mathcal{F}_-(\omega) = \omega^2 [\mathcal{J}_y(\omega) + \Omega S(\omega)] \cdot [\mathcal{J}_z(\omega) + \Omega S(\omega)],$$

$$-\Omega^2 [\mathcal{J}_x - \mathcal{J}_y(\omega) - \frac{\omega^2}{\Omega} S(\omega)] \cdot [\mathcal{J}_x - \mathcal{J}_z(\omega) - \frac{\omega^2}{\Omega} S(\omega)],$$

$$\mathcal{J}_{y,z}(\omega) = \sum_{k,l} (j_{kl}^{(y,z)})^2 \frac{\omega_{kl} (\bar{n}_l - \bar{n}_k)}{\omega_{kl}^2 - \omega^2}, \quad /3.17/$$

$$\mathcal{J}_x = 1/2\mu,$$

$$S(\omega) = \sum_{k,l} j_{kl}^{(y)} \cdot j_{kl}^{(z)} \frac{\bar{n}_l - \bar{n}_k}{\omega_{kl}^2 - \omega^2}.$$

При нулевой температуре рассмотренные выше соотношения описывают однофононные возбуждения над нраст-полосой и совпадают с аналогичными соотношениями работы<sup>/2/</sup> при выключении в последних корреляционных взаимодействиях сверхпроводящего типа.

#### §4. Качественный анализ решений секулярных уравнений

Рассмотрим решение уравнения /3.7/ в пределе малых частот вращения ( $\Omega \rightarrow 0$ ). Равновесная форма ядер в этом случае становится аксиально-симметричной, и суммы  $S_{x0}, S_{x2}, S_{02}$  равны нулю. Кроме решения  $\omega = 0$ , соответствующего духовому состоянию, уравнение /3.7/ будет иметь три ветви решений, соответствующих модам различной симметрии:

а/  $\beta$ -вибрационным возбуждениям с  $\Delta K = 0$ , определенным уравнением

$$1 = 2\kappa S_{00} = 4\kappa \sum_{k,l} (q_{kl}^{(0)})^2 \frac{\omega_{kl} (\bar{n}_l - \bar{n}_k)}{\omega_{kl}^2 - \omega^2}; \quad /4.1/$$

б/  $\gamma$ -вибрационным возбуждениям с  $\Delta K = 2$ , описываемым уравнением

$$1 = 2\kappa S_{22} = 4\kappa \sum_{k,l} (q_{kl}^{(+)})^2 \frac{\omega_{kl} (\bar{n}_l - \bar{n}_k)}{\omega_{kl}^2 - \omega^2}, \quad /4.2/$$

в/ модам с  $\Delta K = 1$ , уравнение для которых имеет вид

$$0 = \omega^2 S_{xx} = \omega^2 \sum_{k,l} (j_{kl}^x)^2 \frac{\omega_{kl} (\bar{n}_l - \bar{n}_k)}{\omega_{kl}^2 - \omega^2}. \quad /4.3/$$

В пределе  $\Omega \rightarrow 0$  именно эти моды обладают одинаковой симметрией с духовым состоянием<sup>/13/</sup>.

В холодном ядре свойства всех этих решений хорошо известны, и они подробно обсуждались многими авторами<sup>/9,14/</sup>. В распределении спектральной интенсивности вибрационных возбуждений, как правило, можно выделить три области: высокоэнергетическую область гигантских изоскалярных резонансов с  $\omega \sim 10 \div 15$  МэВ, низкоэнергетические коллективные моды с  $\omega \sim 1 \div 2$  МэВ, соответствующие колебаниям ядерной поверхности квадрупольной симметрии, и промежуточную область "пигми"-резонанса, содержащую большое число решений секулярных уравнений /4.1/-/4.3/ со сравнительно слабыми когерентными свойствами. Нагревание ядра существенно не изменяет характеристики гигантских резонансов, но приводит к затуханию низкоэнергетических коллективных мод<sup>/12/</sup>. Когерентные свойства низкоэнергетических решений при этом заметно ослабевают, и характеристики низкоэнергетических возбуждений в нагретых ядрах при достаточно высоких температурах  $t \geq 1,0 \div 1,5$  МэВ/ оказываются в значительной степени подобны характеристикам возбуждений в области "пигми"-резонанса.

Включение вращения приводит к смешиванию трех перечисленных выше мод возбуждений. При небольших угловых моментах такое смешивание не должно сильно изменить основные черты спектрального распределения интенсивностей вибрационных мод как в холодном, так и в нагретом ядре.

Рассмотрим теперь решения секулярного уравнения /3.16/.

При  $\Omega \rightarrow 0$  оно имеет вид

$$\omega^2 j_y(\omega) + \omega^2 j_z(\omega) = 0, \quad /4.4/$$

т.е., кроме решений с  $\omega = 0$ , имеются два типа решений.

а. Решения, определяемые дисперсионным уравнением

$$\omega^2 j_y(\omega) = \omega^2 \sum_{kl} (j_{kl}^{(y)})^2 \frac{\omega_{kl}(\bar{n}_l - \bar{n}_k)}{\omega_{kl}^2 - \omega^2} = 0, \quad /4.5/$$

Т.к. для аксиально-симметричного ядра в пределе  $\Omega \rightarrow 0$  матричные

элементы  $j_{kl}^{(x)}$  и  $j_{kl}^{(y)}$  отличаются только фазой, то уравнение /4.5/ совпадает с уравнением /4.3/.

б. Решения уравнения

$$\omega^2 j_z(\omega) = \omega^2 \sum_{kl} (j_{kl}^{(z)})^2 \frac{\omega_{kl}(\bar{n}_l - \bar{n}_k)}{\omega_{kl}^2 - \omega^2} = 0, \quad /4.6/$$

С помощью /3.2/ последнее соотношение можно преобразовать к виду

$$\sum_{kl} (q_{2kl}^{(-)})^2 \frac{\omega_{kl}(\bar{n}_l - \bar{n}_k)}{\omega_{kl}^2 - \omega^2} - \frac{1}{2\kappa} = 0, \quad /4.7/$$

и так как  $(q_{kl}^{(-)})^2 = (q_{kl}^{(+)})^2$ , то уравнение /4.7/ совпадает

с уравнением /4.2/ для  $\gamma$ -вибрационных мод.

Таким образом, в пределе  $\Omega \rightarrow 0$  дисперсионное соотношение /3.16/ имеет решения при тех же значениях  $\omega_\lambda$ , которые удовлетворяют дисперсионным соотношениям для возбуждений  $\Delta K = 1$  и  $\Delta K = 2$ , описываемых гамильтонианом  $\hat{H}^{(+)} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{int}^{(+)}$ . Эти решения отличаются "сигнатурой" /5,15/, т.е. гамильтониан  $\hat{H}^{(+)}$  генерирует рассматриваемые вибрационные моды в состояниях с четным I, тогда как  $\hat{H}^{(-)} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{int}^{(-)}$  - аналогичные моды в состояниях с нечетным I.

Если включение вращения приводит к заметному отклонению равновесной формы ядра от аксиально-симметричной, то спектр когерентных мод гамильтониана  $\hat{H}^{(-)}$  будет существенно отличаться от спектра возбуждений гамильтониана  $\hat{H}^{(+)}$  /2,15/. Природу решений секулярного уравнения /3.16/ при конечных  $\Omega$  можно понять, если предположить, что спектр двухквантовых возбуждений  $\omega_{kl}$  локализован в сравнительно нешироком диапазоне энергий и функцию  $S(\omega)$  в /3.17/ можно представить в виде

$$S(\omega) = \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} \sum_{kl} j_{kl}^{(z)} j_{kl}^{(y)} (\bar{n}_l - \bar{n}_k) = \frac{\Omega \cdot j_x}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad /4.8/$$

Это соотношение можно рассматривать как определение средневзвешенного значения энергетического знаменателя в формуле /3.17/. Если выполняются условия

$$\frac{j_x - j_{y,z}(\omega)}{j_x} \gg \frac{\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2}; \quad \frac{j_{y,z}(\omega)}{j_x} \gg \frac{\Omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad /4.9/$$

то, отбрасывая малые члены в уравнении /3.16/, получим

$$\omega^2 = \Omega^2 \frac{[j_x - j_y(\omega)][j_x - j_z(\omega)]}{j_y(\omega) \cdot j_z(\omega)}, \quad /4.10/$$

Таким образом, в рассмотренных приближениях в спектре секулярного уравнения /3.16/ появится классическая нутационная мода, т.е. возникнут колебания прецессионной природы /9/. Остальные решения секулярного уравнения /3.16/ в этом случае будут обладать весьма слабыми когерентными свойствами.

Следует заметить, что условия /4.9/, по-видимому, являются очень жесткими и приближение /4.10/ в реальной ситуации может не выполняться. Когерентные свойства низкоэнергетических решений секулярного уравнения /3.16/ в этом случае могут заметно отличаться от свойств классической нутационной моды /15/. Учет этих отличий особенно важен для нагретых ядер, в которых с ростом энергии возбуждения ослабевают

оболочечные эффекты и ядро стремится принять аксиально-симметричную форму /10/.

### §5. Влияние когерентных эффектов на термодинамические функции и плотность возбужденных состояний

Так как при выключении взаимодействия решения секулярных уравнений /3.7/ и /3.16/ определяют энергии всевозможных двухквазичастичных возбуждений над ядром-полосой, то обусловленное взаимодействием изменение термодинамических функций нагретого ядра можно представить в виде разности термодинамических функций фононного газа, энергетический спектр которого определяется корнями секулярных уравнений, и газа некогерентных фононов, спектр которых соответствует полюсам секулярных уравнений /11/. Таким образом, влияние когерентных эффектов на энтропию и энергию возбуждения ядра можно записать в виде

$$\begin{aligned} \delta S = & \sum_{\lambda} g_{\lambda} \left\{ \frac{\omega_{\lambda}}{2t} \operatorname{cth} \frac{\omega_{\lambda}}{2t} - \ln \left( 2 \operatorname{sh} \frac{\omega_{\lambda}}{2t} \right) \right\} - \\ & - \sum_{\lambda} g_{\lambda} \left\{ \frac{\omega_{\lambda}^{\circ}}{2t} \operatorname{cth} \frac{\omega_{\lambda}^{\circ}}{2t} - \ln \left( 2 \operatorname{sh} \frac{\omega_{\lambda}^{\circ}}{2t} \right) \right\}, \end{aligned} \quad /5.1/$$

$$\delta U = \sum_{\lambda} \frac{g_{\lambda}}{2} \left\{ \omega_{\lambda} \left( \operatorname{cth} \frac{\omega_{\lambda}}{2t} - 1 \right) - \omega_{\lambda}^{\circ} \left( \operatorname{cth} \frac{\omega_{\lambda}^{\circ}}{2t} - 1 \right) \right\},$$

где  $\omega_{\lambda}$  - корни секулярных уравнений /3.7/ и /3.15/,  $\omega_{\lambda}^{\circ}$  - полюса этих уравнений и  $g_{\lambda}$  - кратность вырождения соответствующих решений.

При учете /5.1/ плотность возбужденных состояний вращающегося ядра /2.8/ можно представить в виде

$$\omega_{\text{ПСФ}}(U, M) = \omega_{\text{ХФ}}(U, M) \cdot k_{\text{ПСФ}}, \quad /5.2/$$

где  $\omega_{\text{ХФ}}(U, M)$  - плотность состояний, полученная в приближении Хартри-Фока, и  $k_{\text{ПСФ}}$  - обусловленный когерентными эффектами коэффициент увеличения плотности состояний. Этот коэффициент можно записать в виде

$$k_{\text{ПСФ}} = \exp \left( \delta S - \frac{\delta U}{t} \right) = \prod_{\lambda} \left\{ \frac{1 - \exp(-\omega_{\lambda}^{\circ}/t)}{1 - \exp(-\omega_{\lambda}/t)} \right\}^{g_{\lambda}}. \quad /5.3/$$

При малом отличии  $\omega_{\lambda}$  от  $\omega_{\lambda}^{\circ}$  отношение соответствующих им компонент выражения /5.3/ стремится к единице, поэтому существенный вклад в  $k_{\text{ПСФ}}$  будут давать только "коллективизированные" решения секулярных уравнений. Следует, однако, отметить, что при густом спектре корней и полюсов секулярного уравнения /3.7/ или /3.16/ возможна также ситуация, когда ни одно из решений уравнений не является в достаточной мере коллективизированным, но в совокупности возникает заметное увеличение плотности уровней /5.3/. Изучение таких ситуаций может представлять значительный интерес как проявление когерентных эффектов, не связанных с определенной коллективной модой.

На основе проведенного выше анализа решений секулярных уравнений можно сделать ряд выводов качественного характера о величине  $k_{\text{ПСФ}}$ . Прежде всего рассмотрим влияние нутационной моды на плотность уровней возбужденных ядер. При выполнении условий /4.8 ÷ 4.9/ спектр прецессионного движения ядра можно записать в виде

$$E(I, n) = \frac{I(I+1)}{2J_x} + \omega_{\text{нут}} \cdot n, \quad /5.4/$$

где  $\omega_{\text{нут}} = aI$  определяется соотношением /4.10/ и  $n$  - число нутационных фононов /9/. В соответствии с условиями симметрии четным значениям углового момента  $I$  соответствуют четные значения  $n$  и наоборот. Обусловленный ротационными и нутационными модами коэффициент увеличения плотности возбужденных состояний можно получить аналогично /2.10/:

$$\begin{aligned} k_{\text{рот}} \cdot k_{\text{нут}} & \approx \sum_{I=0,2,4,\dots} \sum_{n=0,2,4,\dots} (2I+1) \exp \left( - \frac{E(I, n)}{t} \right) \\ & = \sum_{I=0,2,4,\dots} (2I+1) e^{-I(I+1)/2J_x t} (1 - e^{-2aI/t})^{-1}. \end{aligned} \quad /5.5/$$

При температурах  $t \gg \omega_{\text{нута}}$  будем иметь

$$k_{\text{рот}} \cdot k_{\text{нута}} \approx 2 \frac{t}{a} \sum_{l=0,2,4,\dots} e^{-l(l+1)/2 J_x t} \approx (J_x t)^{3/2} \left\{ \frac{\pi J_y J_z}{2(J_x - J_y)(J_x - J_z)} \right\}^{1/2} \quad /5.6/$$

В последнем соотношении мы использовали явный вид коэффициента  $a$  /4.10/. При  $J_x \gg J_y$  и  $J_x \gg J_z$  соотношение /5.6/ переходит в выражение для коэффициента ротационного увеличения плотности состояний при трехосном вращении /9/

$$Q_{\text{рот}} = g^{-1} \sum_{J_x, J_y, J_z} e^{-J_x^2/2 J_x t} e^{-J_y^2/2 J_y t} e^{-J_z^2/2 J_z t} \approx g^{-1} (2t)^{3/2} (\pi J_x J_y J_z)^{1/2} \quad /5.7/$$

где  $g$  - кратность симметрии формы ядра. Для общего случая квадрупольной деформации ядра имеет место симметрия относительно поворотов на  $\pi$  вокруг каждой из главных осей тензора инерции, и такой симметрии соответствует величина  $g=4$  /9/.

Так как нутационная модель возникает только при достаточно больших угловых моментах, соотношения /5.5/ и /5.6/ дают завышенную оценку влияния такой моды на плотность состояний возбужденных ядер. Но проведенное рассмотрение показывает, что более полный количественный анализ решений секулярного уравнения /3.16/ и соответствующего таким решениям коэффициента увеличения плотности уровней /5.3/ должен дать весьма интересную информацию о роли квантовых эффектов во вращении нагретых ядер и о переходе плоского вращения аксиально-симметричного ядра в трехосное вращение ядра несимметричной формы.

В пределе малых угловых моментов вычисления коэффициентов вибрационного увеличения плотности уровней возбужденных ядер проводились на основе нестатистических методов моделирования структуры высоколежащих состояний ядер в работах /16/ и в рамках статистического подхода - в работах /11,17/. Результаты, полученные в этих подходах, достаточ-

но хорошо согласуются между собой. Для энергий возбуждения, близких к энергии связи нейтрона, такие вычисления дают для тяжелых немагических ядер величину  $k_{\text{ПСФ}} \sim 4 \div 10$ . Для деформированных ядер полученные значения  $k_{\text{ПСФ}}$  сравнительно слабо флуктуируют от ядра к ядру, и при увеличении температуры эти флуктуации уменьшаются. На основе этих результатов можно ожидать, что для быстровращающихся нагретых ядер суммарный вклад всех решений секулярных уравнений /3.7/ и /3.16/ будет давать близкое значение  $k_{\text{ПСФ}}$  до тех пор, пока равновесная форма нагретых ядер сохраняет аксиальную симметрию. И только при возникновении отклонений от аксиальной симметрии будет происходить рост  $k_{\text{ПСФ}}$ , соответствующий "размораживанию" трехосного вращения.

#### Заключение

Развитая в данной работе сравнительно простая микроскопическая модель позволяет исследовать широкий круг задач, связанных с изучением свойств высоковозбужденных быстровращающихся ядер. Основное внимание в проведенном обсуждении уделялось плотности уровней высоковозбужденных ядер, величина которой играет определяющую роль во всех практических приложениях статистического подхода. В рамках такого подхода в настоящее время анализируется широкий круг экспериментальных данных по реакциям с тяжелыми ионами, но, к сожалению, сколь-нибудь надежные экспериментальные данные о поведении плотности ядер при больших угловых моментах отсутствуют. Поэтому развитие достаточно последовательного микроскопического описания плотности уровней быстровращающихся ядер представляет как теоретический, так и практический интерес.

Соотношения данной модели можно использовать также для описания E2-переходов в быстровращающихся высоковозбужденных /нагретых/ ядрах. Экспериментальные данные о таких переходах только начинают накапливаться, и их теоретический анализ может быть весьма важным для изучения изменений формы ядер в процессе девозбуждения. Обсуждение этого вопроса требует специального рассмотрения, выходящего за рамки данной работы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Bohr A., Mottelson B. *Phys.Scripta*, 1974, 10A, p. 3; Bohr A., Mottelson B. *Proc.Inter.Conf. on Nuclear Structure (Tokyo, 1977)*, *Nordita preprint 77/38*.
2. Михайлов И.Н., Янссен Д. *Изв. АН СССР, сер.физ.*, 1977, 41, с. 1576.
3. Михайлов И.Н. и др. *ЭЧАЯ*, 1977, 8, с. 1338.
4. Игнатюк А.В. *ЯФ*, 1973, 17, с. 502.
5. Marshalek E.R. *Nucl.Phys.*, 1976, A266, p. 317; 1977, A275, p. 416.
6. Kamlah A.Z. *Z.für Physik*. 1968, Bd.216, p. 552; Ring P., Beck R., Mang H.J. *Z. für Physik*, 1970, Bd. 231, p. 510.
7. Thouless D.J., Valatin J.G. *Nucl.Phys.* 1962, 31, p. 211; Marshalek E.R., Weneser J. *Ann.Phys.*, 1969, 53, p. 569.
8. Goodman A.L. *Nucl.Phys.*, 1967, A265, p. 113.
9. Бор О., Моттelson Б. *Структура атомного ядра. "Мир"*, М., 1977, гл. 4.
10. Игнатюк А.В. и др. *ОИЯИ, 4-11597*, Дубна, 1978.
11. Игнатюк А.В. *ЯФ*, 1975, 21, с. 20.
12. Блохин А.И., Игнатюк А.В. *ЯФ*, 1976, 23, с. 293.
13. Михайлов В.М. *Изв. АН СССР, сер.физ.*, 1970, 34, с. 840; *Hamamoto I. Nucl.Phys.*, 1971, A177, p. 484; Пятов Н.И., Черней М.И. *ЯФ*, 1972, 16, с. 931.
14. Соловьев В.Г. *Теория сложных ядер. "Наука"*, М., 1971.
15. Mikhailov I.N., Janssen D. *Phys.Lett.*, 1978, 72B, p. 303.
16. Вдовин А.И. и др. *ЭЧАЯ*, 1976, 7, с. 952.
17. Блохин А.И., Игнатюк А.В., Соколов Ю.В. *Нейтронная физика. Материалы Всесоюзной конференции по нейтронной физике. ЦНИИатоминформ, М., 1976, ч. 3, с. 8.*

Рукопись поступила в издательский отдел  
8 декабря 1978 года.