СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р4 - 12007

В.Н.Ефимов

МОДЕЛЬ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ТЕНЗОРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ЗАДАЧАХ ДВУХ И ТРЕХ НУКЛОНОВ

I. Модель без внешнего потенциала в задаче двух нуклонов

1978

P4 - 12007

В.Н.Ефимов

МОДЕЛЬ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ТЕНЗОРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ЗАДАЧАХ ДВУХ И ТРЕХ НУКЛОНОВ

I. Модель без внешнего потенциала в задаче двух нуклонов

Ефимов В.Н. P4 - 12007

Модель граничных условий тензорного взаимодействия в задачах двух и трех нуклонов. I. Модель без внешнего потенциала в задаче двух нуклонов

Рассмотрена задача двух нуклонов с учетом тензорных сил в предположении, что взаимодействие нуклонов описывается моделью граничных условий. Показано, что в этом случае внемассовая t -матрица может быть определена без обычного использования некоторой предельной процедуры для потенциала специального вида. Выражение для внемассовой t -матрицы и некоторые соотношения, существенные при рассмотрении задачи трех нуклонов в модели граничных условий, получены на основе только граничных условий, накладываемых на внемассовые двухчастичные волновые функции.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Efimov V.N. P4 - 12007

Boundary Condition Model of the Tensor Interaction in the Two- and Three-Nucleon Problem. I. The Model without the External Potential in the Two-Nucleon Problem

The two-nucleon problem is considered with the tensor forces assuming that nucleon-nucleon interaction is described by a boundary condition model. It is shown that in this case the off-shell t-matrix can be determined without the usual utilization of a certain limiting procedure for a special local potential. The expression for off-shell t-matrix and some relations important for the consideration of three-nucleon problem have been obtained with the help of boundary condition imposed upon the off-shell two-particle wave function only.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из простых возможностей феноменологического учета короткодействующих компонент нуклон-нуклонных взаимодействий, которые в настоящее время не могут быть последовательно получены в рамках мезонной теории, является использование модели граничных условий /модель ГУ/ [1]. Модель ГУ с постоянной логарифмической производной и с внешним потенциалом, вид которого следует из мезонной теории ядерных сил [2], является достаточно хорошо обоснованной феноменологической моделью нуклон-нуклонного взаимодействия, содержащей гораздо меньше свободных модельных параметров, чем, например, известные потенциалы Рейда [3]. Заметим, что потенциалы с твердым кором /потенциалы Хамады-Джонстона [4], Рейда с твердым кором [3] и др./ являются частным случаем модели ГУ, когда логарифмическая производная волновой функции на радиусе граничных условий стремится к бесконечности. Следует отметить также, что для интерпретации нуклон-нуклонных взаимодействий при небольших энергиях успешно использовалась простая модель ГУ без внешнего потенциала [5,6].

Введение феноменологических нуклон-нуклонных потенциалов, учитывающих короткодействующие силы согласно модели ГУ, приводит в задачах двух и трех нуклонов к определенным трудностям. Во-первых, возникает вопрос о корректном определении внемассовой двухчастичной t -матрицы, так как для таких потенциалов ее нельзя найти из обычного уравнения Липпмана-Швингера. Во-вторых, широко используемые трехчастичные уравнения Фаддеева [7] в этом случае не имеют однозначных решений [8]. Неоднозначности возникают также и при решении соответствующих трехчастичных уравнений Шредингера, на что было впервые указано однофамильцем автора данной работы при рассмотрении системы трех тождественных бозонов, взаимодействия которых на малых расстояниях описываются твердым кором [9].

В работах [10-14] был предложен единый метод преодоления указанных выше трудностей в модели ГУ с центральным взаимодействием. Этот метод основан на предположении о том,что двухчастичные внемассовые волновые функции удовлетворяют тем же самым граничным условиям, что и волновые функции на массовой поверхности [1,5,6]. Последние, как известно, связаны непосредственно с наблюдаемыми фазами рассеяния. Было показано, что указанных граничных условий и вытекающих из них специфических свойств двухчастичных внемассовых волновых функций вполне достаточно для получения двухчастичных внемассовых t-матриц /в приближении центрального взаимодействия/ в модели ГУ как без внешнего потенциала, так и при наличии такого потенциала [10,11]. Развитый в [10,11] метод решения задачи двух частиц в модели ГУ существенным образом отличается от метода работы [15], основанного на том, что результаты, соответствующие модели ГУ, могут быть получены с помощью некоторой предельной процедуры, применяемой к потенциалу специального вида. В работах [12-14] в методических целях была рассмотрена простейшая трехчастичная задача - связанное состояние трех тождественных бозонов с центральными парными взаимодействиями и нулевым полным угловым моментом. Было показано, что если взаимодействия частиц имеют место только в относительных s-состояниях и описываются моделью ГУ без внешнего потенциала, то последовательное использование свойств двухчастичных волновых функций в модели ГУ позволяет точным образом свести трехчастичное уравнение Шредингера к одномерному интегральному уравнению, имеющему однозначное решение. Метод получения однозначных трехчастичных уравнений в модели ГУ, использованный в [12-14], принципиально отличается от рассмотренной в работах [16,17] модификации непосредственно уравнений Фаддеева [7], основанной на специфических свойствах двухчастичной t-матрицы в модели ГУ. Для достижения полной однозначности модифицированных уравнений Фаддеева в работах [16,17] оказалось необходимым ввести дополнительные граничные условия для трехчастичных функций каналов, которые не следуют из модели ГУ для двухчастичных взаимодействий, а также ввести произвольный параметр, что делает эти уравнения, в отличие от уравнений работ [13,14], существенно модельными на трехчастичном уровне. Метод, развитый в работах [12-14], был использован также при рассмотрении уравнений Фаддеева для указанной выше простейшей трехчастичной системы [14,18,19] и был обобщен на случай более сложных трехчастичных систем в работе [20]. Несколько иной метод рассмотрения уравнений Фаддеева в модели ГУ без внешнего потенциала для системы трех тождественных бозонов был предложен в работе [21].

В настоящей и в нескольких последующих работах будет рассмотрено обобщение на случай тензорных нуклон-нуклонных взаимодействий метода, использованного ранее [10-14] для решения задач двух и трех частиц с центральными парными взаимодействиями, описываемыми моделью ГУ. Будет рассмотрен, как в [22,23] для центральных взаимодействий, вариант модели ГУ для тензорных взаимодействий с зависящими от энергии логарифмическими производными. Далее будет показано, что в случае модели ГУ наиболее корректным методом получения однозначных трехчастичных уравнений является метод, основанный на использовании уравнения Шредингера, так как в этом случае однозначны лишь полные трехчастичные волновые функции и T-матрицы, а их фаддеевские компоненты /соответственно функции каналов и каналовые t-матрицы/ неоднозначны и имеют чисто формальный смысл. Конкретный вид их неоднозначностей будет исследован таким же способом, как это было сделано в случае центральных взаимодействий [24,25].

Анализу задачи трех нуклонов будет предшествовать рассмотрение задачи двух нуклонов в модели ГУ с учетом тензорных взаимодействий. Это рассмотрение будет основано на последовательном использовании граничных условий для внемассовых двухчастичных волновых функций, которые являются обобщением рассматриваемых обычно условий для функций на массовой поверхности [1,6,26]. Такой подход можно считать в некотором смысле "чистым" методом граничных условий, так как он не требует использования предельных процедур для потенциалов специального вида [15,26,27], в пределе воспроизводящих модель ГУ.

2. ЗАДАЧА ДВУХ ЧАСТИЦ С НЕЦЕНТРАЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Для полноты изложения и ради единства нормировок и определений перед рассмотрением модели ГУ в задачах двух и трех нуклонов с учетом тензорного взаимодействия вкратце будет изложен формализм задачи двух частиц [28-30], взаимодействие которых определяется "нормальным" нецентральным потенциалом V. В качестве волновой функции свободного состояния /V =O/ возьмем функцию $|\vec{k}s\mu\rangle$, соответствующую определенным значениям полного спина s, его проекции μ и относительного импульса $\vec{k}$ /используется система единиц, в которой $2m = \hbar = 1$, m - приведенная масса/:

$$\langle \vec{r}\sigma|\vec{k}s\mu\rangle = e^{i\vec{k}\vec{r}}\chi_{s\mu}(\sigma), \qquad /1/$$

где $\chi_{s\mu}(\sigma)$ - спиновая функция, σ - совокупность спиновых переменных σ_1,σ_2 двух частиц. Волновые функции /1/ удовлетворяют следующим условиям нормировки и полноты:

$$\langle \vec{k}'s'\mu'|\vec{k}s\mu\rangle = (2\pi)^3\delta(\vec{k}'-\vec{k})\delta_{s's}\delta_{\mu'\mu}, \qquad /2/$$

$$\sum_{s\mu}\int|\vec{k}s\mu\rangle\frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}\langle\vec{k}s\mu| = 1. \qquad /3/$$

Соответственно свободная функция Грина

$$G_0(Z) = (H_0 - Z)^{-1}, \qquad /4/$$

где H_0 - гамильтониан двух свободных частиц в системе центра масс, Z - энергия /в общем случае комплексная/, будет иметь вид:

$$\langle \vec{k}'s'\mu'|G_0(Z)|\vec{k}s\mu\rangle = \frac{(2\pi)^3\delta(\vec{k}'-\vec{k})\delta_{s's}\delta_{\mu'\mu}}{k^2 - Z}. \qquad /5/$$

Введем далее внемассовую двухчастичную t-матрицу $t(Z)$, нормированную условием

$$\langle \vec{k}'s'\mu'|t(E+i0)|\vec{k}s\mu\rangle = -4\pi A(\vec{k}'s'\mu', \vec{k}s\mu), \qquad /6/$$

где $k^2 = k'^2 = E$, E - энергия, $A(\vec{k}'s'\mu', \vec{k}s\mu)$ - амплитуда рассеяния, а также внемассовую волновую функцию $\psi(Z)|\vec{k}s\mu\rangle$ с импульсом $\vec{k}$ /в общем случае $k^2 \neq Z$/, спином s и его проекцией μ при отсутствии взаимодействия $(V \to 0)$. Как известно, для t-матрицы $t(Z)$ и волновой функции $\psi(Z)$ имеют место уравнения Липпмана-Швингера [28-30]:

$$t(Z) = V - VG_0(Z)t(Z), \qquad /7/$$

$$t(Z) = V - t(Z)G_0(Z)V, \qquad /8/$$

$$\psi(Z) = 1 - G_0(Z)V\psi(Z). \qquad /9/$$

Из уравнений /7/ и /9/ вытекают важные для дальнейшего соотношения:

$$t(Z) = V\psi(Z), \qquad /10/$$

$$\psi(Z) = 1 - G_0(Z)t(Z), \qquad /11/$$

а из /4/, /7/ и /8/ для эрмитовых взаимодействий $V^+ = V$ следует:

$$t^+(Z) = t(Z^*). \qquad /12/$$

Интегральное уравнение /9/ для внемассовой волновой функции $\psi(Z)|\vec{k}s\mu\rangle$ с помощью /4/ можно записать в виде дифференциального уравнения

$$(H_0 - Z)\psi(Z)|\vec{k}s\mu\rangle = (H_0 - Z)|\vec{k}s\mu\rangle - V\psi(Z)|\vec{k}s\mu\rangle,$$

где

$$\langle\vec{r}|H_0|\vec{r}\,'\rangle = -\delta(\vec{r} - \vec{r}\,')\nabla^2_{\vec{r}}. \qquad /13/$$

Для разложения по парциальным компонентам введем состояния с орбитальным моментом ℓ и его проекцией m и с полным спином s и соответствующей проекцией μ:

$$\langle\hat{\vec{r}}|\ell m\rangle = i^{\ell} Y_{\ell m}(\hat{\vec{r}}), \quad \langle\sigma|s\mu\rangle = \chi_{s\mu}(\sigma), \qquad /14/$$

где $Y_{\ell m}(\hat{\vec{r}}) \equiv Y_{\ell m}(\theta, \phi)$ - сферическая гармоника, $\hat{\vec{r}}$ - единичный вектор в направлении $\vec{r}$, σ - совокупность спиновых переменных, а также определим обычным образом спин-угловую функцию с полным моментом J и проекцией M:

$$\langle\hat{\vec{r}}\sigma|\ell sJM\rangle = \sum_{m\mu} (\ell s m\mu|JM)\langle\hat{\vec{r}}|\ell m\rangle\langle\sigma|s\mu\rangle, \qquad /15/$$

удовлетворяющую условиям ортогональности и полноты:

$$\langle\ell sJM|\ell' s' J' M'\rangle = \delta_{\ell\ell'}\delta_{ss'}\delta_{JJ'}\delta_{MM'}, \qquad /16/$$

$$\sum_{\ell sJM} |\ell sJM\rangle\langle\ell sJM| = 1. \qquad /17/$$

В дальнейшем будем рассматривать только такие взаимодействия, для которых сохраняется полный момент J и его проекция M, а для фиксированных J и M введем состояния $|k\ell s\rangle$ и $|r\ell s\rangle$ [27], связанные коэффициентами преобразования

$$\langle r\ell' s'|k\ell s\rangle = j_\ell(kr)\delta_{\ell'\ell}\delta_{s's}, \qquad /18/$$

/ $j_\ell(x)$ - сферическая функция Бесселя/ и удовлетворяющие условиям:

$$\frac{2}{\pi}\sum_{\ell s}\int_0^\infty |k\ell s\rangle k^2 dk\langle k\ell s| = 1, \qquad /19/$$

$$\sum_{\ell s}\int_0^\infty |r\ell s\rangle r^2 dr\langle r\ell s| = 1. \qquad /20/$$

Разложения плоской волны $|\vec{k}s\mu\rangle$ и внемассовой волновой функции $\psi(Z)|\vec{k}s\mu\rangle$ по функциям /15/ будут иметь вид [28]:

$$\langle\vec{r}\sigma|\vec{k}s\mu\rangle = 4\pi\sum_{JM\ell\ell' s'}\langle\hat{\vec{r}}\sigma|\ell' s' JM\rangle\langle r\ell' s'|k\ell s\rangle\langle\ell sJM|\hat{\vec{k}}\mu\rangle, \qquad /21/$$

$$\langle\vec{r}\sigma|\psi(Z)|\vec{k}s\mu\rangle =$$

$$= 4\pi\sum_{JM\ell\ell' s'}\langle\hat{\vec{r}}\sigma|\ell' s' JM\rangle\langle r\ell' s'|\psi^J(Z)|k\ell s\rangle\langle\ell sJM|\hat{\vec{k}}\mu\rangle,$$

где

$$\langle\ell sJM|\hat{\vec{k}}\mu\rangle = \sum_m (\ell s m\mu|JM)Y^*_{\ell m}(\hat{\vec{k}}). \qquad /22/$$

В соответствии с /21/ для функции Грина /5/ будем иметь:

$$\langle\vec{k}' s'\mu'|G_0(Z)|\vec{k}s\mu\rangle =$$

$$= (4\pi)^2\sum_{JM\ell\ell'}\langle\hat{\vec{k}}'\mu'|\ell' s' JM\rangle\langle k'\ell' s'|G_0^J(Z)|k\ell s\rangle\langle\ell sJM|\hat{\vec{k}}\mu\rangle, \qquad /23/$$

$$\langle k'\ell' s'|G_0^J(Z)|k\ell s\rangle = \delta_{\ell'\ell}\delta_{s's}\frac{\pi}{2k^2}\frac{\delta(k'-k)}{k^2 - Z}, \qquad /24/$$

$$<\vec{r}\sigma|G_0(Z)|\vec{r}'\sigma'> =$$

$$= \sum_{JM\ell\ell' ss'} <\hat{\vec{r}}\sigma|\ell sJM><r\ell s|G_0^J(Z)|r'\ell's'><\ell's'JM|\hat{\vec{r}}'\sigma'>, \qquad /25/$$

$$<r\ell s|G_0^J(Z)|r'\ell's'> = \delta_{\ell\ell'}\,\delta_{ss'}<r|G_\ell^{(0)}(Z)|r'>, \qquad /26/$$

$$<r|G_\ell^{(0)}(Z)|r'> = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty p^2dp\,\frac{j_\ell(pr)j_\ell(pr')}{p^2-Z} =$$

$$= i\sqrt{Z}\, j_\ell(r_<\sqrt{Z})h_\ell^{(1)}(r_>\sqrt{Z}), \qquad /27/$$

где $h_\ell^{(1)}(x)$ - сферическая функция Ганкеля 1-го рода, $r_<(r_>)$ - меньшее /большее/ значение r и r'.

Аналогично для нецентрального потенциала V будем иметь:

$$<\vec{r}\sigma|V|\vec{r}'\sigma'> =$$

$$= \sum_{JM\ell\ell' ss'} <\hat{\vec{r}}\sigma|\ell sJM><r\ell s|V^J|r'\ell's'><\ell's'JM|\hat{\vec{r}}'\sigma'>, \qquad /28/$$

$$<r\ell s|V^J|r'\ell's'> = <\ell sJM|V|\ell's'JM>, \qquad /29/$$

$$<\vec{k}s\mu|V|\vec{k}'s'\mu'> = (4\pi)^2\sum_{JM\ell\ell'}<\hat{\vec{k}}\mu|\ell sJM>\times$$

$$\times<k\ell s|V^J|k'\ell's'><\ell's'JM|\hat{\vec{k}}'\mu'>. \qquad /30/$$

Для локальных потенциалов матрица /29/ имеет вид:

$$<r\ell s|V^J|r'\ell's'> = \frac{1}{r'^2}\,\delta(r-r')V^J_{\ell s;\ell's'}(r). \qquad /31/$$

Из разложений для $\psi(Z)$ /22/ и для V /28/, /30/ и из соотношения /10/ следует:

$$<\vec{k}'s'\mu'|t(Z)|\vec{k}s\mu> = (4\pi)^2\sum_{JM\ell\ell'}<\hat{\vec{k}}'\mu'|\ell's'JM>\times$$

$$\times<k'\ell's'|t^J(Z)|k\ell s><\ell sJM|\hat{\vec{k}}\mu>, \qquad /32/$$

где

$$t^J(Z) = V^J\psi^J(Z). \qquad /33/$$

В частности, для локальных потенциалов /31/, согласно /33/ с учетом /18/ и /20/, имеем:

$$<k'\ell's'|t^J(Z)|k\ell s> = \sum_{\ell''s''}\int_0^\infty r^2dr\,j_{\ell'}(k'r)\times$$

$$\times V^J_{\ell's';\ell''s''}(r)<r\ell''s''|\psi^J(Z)|k\ell s>. \qquad /34/$$

Уравнения Липпмана-Швингера для парциальных компонент $\psi^J(Z)$ и $t^J(Z)$ соответственно в разложениях /22/ и /32/ следуют из /7/ - /9/ и с учетом /19/, /20/, /23/ - /26/ и /28/ - /30/ имеют вид:

$$t^J(Z) = V^J - V^JG_0^J(Z)t^J(Z), \qquad /36/$$

$$t^J(Z) = V^J - t^J(Z)G_0^J(Z)V^J, \qquad /37/$$

$$\psi^J(Z) = 1 - G_0^J(Z)V^J\psi^J(Z). \qquad /38/$$

Для локального потенциала /31/, действующего только в области $r \le c_J$, из уравнения /38/ и явного вида функции Грина /26/, /27/ в соответствии с /34/ следует, что при $r > c_J$ $\psi^J(Z)$ имеет следующий вид:

$$<r\ell's'|\psi(Z)|k\ell s> = \delta_{\ell'\ell}\,\delta_{s's}\,j_\ell(kr) -$$

$$- i\sqrt{Z}<\sqrt{Z}\ell's'|t^J(Z)|k\ell s>h_{\ell'}^{(1)}(r\sqrt{Z}). \qquad /39/$$

Аналогично из /11/ следует связь между парциальными компонентами $\psi^J(Z)$ и $t^J(Z)$:

$$\psi^J(Z) = 1 - G_0^J(Z)t^J(Z), \qquad /40/$$

откуда вытекает непосредственное выражение компонент t - матрицы через внемассовую волновую функцию:

$$\langle k'\ell's'|t^J(Z)|k\ell s\rangle = (k'^2 - Z)[\delta_{\ell'\ell}\,\delta_{s's}\,\frac{\pi}{2k^2}\delta(k'-k) -$$

$$- \int_0^\infty r^2 dr\, j_{\ell'}(k'r)\langle r\ell's'|\psi^J(Z)|k\ell s\rangle]. \qquad /41/$$

Наконец, из /13/ и /22/ легко получить дифференциальные уравнения для парциальных компонент $\psi^J(Z)$ в случае локального потенциала /31/:

$$[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d}{dr} - \frac{\ell'(\ell'+1)}{r^2} + Z]\langle r\ell's'|\psi^J(Z)|k\ell s\rangle =$$

$$= (Z - k^2)\langle r\ell's'|k\ell s\rangle +$$

$$+ \sum_{\ell''s''} V^J_{\ell's';\ell''s''}(r)\langle r\ell''s''|\psi^J(Z)|k\ell s\rangle .$$

3. МОДЕЛЬ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ В ЗАДАЧЕ ДВУХ НУКЛОНОВ С ТЕНЗОРНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Рассмотрим модель граничных условий /ГУ/ в задаче двух нуклонов с учетом тензорного взаимодействия. В этом случае полный спин s двух нуклонов сохраняется [/30/] и, например, парциальные компоненты t-матрицы будут иметь вид:

$$\langle k'\ell's'|t^J(Z)|k\ell s\rangle = \delta_{s's}\ \langle k'\ell's|t^J(Z)|k\ell s\rangle. \qquad /43/$$

Далее ограничимся только случаем смешанных состояний с $s=1$, который не сводится к случаю центральных взаимодействий, рассмотренных в работах [/10,11/],

и в соответствии с этим спиновые индексы всюду будем опускать. Учитывая, что ℓ и ℓ' в /22/ /и, соответственно, в /43// принимают значения $\ell_- = J-1$ и $\ell_+ = J+1$, будем рассматривать компоненты $\langle r\ell'|\psi^J(Z)|k\ell\rangle$ внемассовой волновой функции как компоненты следующей матрицы:

$$[\langle r|\psi^J(Z)|k\rangle] = \begin{pmatrix} \langle r\ell_-|\psi^J(Z)|k\ell_-\rangle & \langle r\ell_-|\psi^J(Z)|k\ell_+\rangle \\ \langle r\ell_+|\psi^J(Z)|k\ell_-\rangle & \langle r\ell_+|\psi^J(Z)|k\ell_+\rangle \end{pmatrix}. \qquad /44/$$

Решение задачи двух нуклонов в модели ГУ с учетом тензорного взаимодействия основывается, как и для центральных взаимодействий [/10, 11/], на следующих предположениях:

1/ внемассовые волновые функции $\psi^J(Z)$ удовлетворяют граничным условиям:

$$\langle r\ell'|\psi^J(Z)|k\ell\rangle = 0, \quad r < c_J, \qquad /45/$$

$$c_J(\frac{d}{dr}r[\langle r|\psi^J(Z)|k\rangle])_{r=c_J^{(+)}} = [f^J](r[\langle r|\psi^J(Z)|k\rangle])_{r=c_J^{(+)}}, \qquad /46/$$

где

$$[f^J] = \begin{pmatrix} f^J_{J-1} & f^J \\ f^J & f^J_{J+1} \end{pmatrix}, \qquad /47/$$

$c_J^{(+)} = c_J + \epsilon,\ \epsilon \to 0$, c_J - радиус граничных условий, f^J, $f^J_{J\pm1}$ - модельные параметры, не зависящие от энергии;

2/ для рассматриваемой модели ГУ без внешнего потенциала в области $r > c_J$ справедливо соотношение /39/;

3/ выполняется соотношение /41/, не содержащее в явном виде потенциала. Заметим, что условия /45/ и /46/ для внемассовых функций являются обобщением граничных условий для массовых функций, непосредственно связанных с фазами рассеяния и использованных для интерпретации нуклон-нуклонного рассеяния /6/.

Вид волновой функции $\psi^J(Z)$ во всем конфигурационном пространстве следует из /39/ и /45/:

$$\langle r\ell'|\psi^J(Z)|k\ell\rangle = \theta(r-c_J)[\delta_{\ell'\ell}\, j_\ell(kr) - i\sqrt{Z}\langle\sqrt{Z}\ell'|t^J(Z)|k\ell\rangle\, h^{(1)}_{\ell'}(r\sqrt{Z})], \qquad /48/$$

где $\theta(x)$ - единичная ступенчатая функция:

$$\theta(x)=1,\quad x>0;\quad \theta(x)=0,\quad x<0.$$

Из /48/ и /46/, /47/ непосредственно вытекает выражение для полумассовой t-матрицы:

$$\langle\sqrt{Z}\ell_-|t^J(Z)|k\ell\rangle = \delta_{\ell\ell_-}\frac{i}{\sqrt{Z}}\frac{B^J_{\ell_+\ell}(c_J\sqrt{Z},\, kc_J)}{\Delta_J(c_J\sqrt{Z})} + \delta_{\ell\ell_+}\frac{i}{\sqrt{Z}}\frac{C^J_\ell(c_J\sqrt{Z},\, kc_J)}{\Delta_J(c_J\sqrt{Z})},$$

$$\langle\sqrt{Z}\ell_+|t^J(Z)|k\ell\rangle = \delta_{\ell\ell_-}\frac{i}{\sqrt{Z}}\frac{C^J_\ell(c_J\sqrt{Z},\, kc_J)}{\Delta_J(c_J\sqrt{Z})} + \delta_{\ell\ell_+}\frac{i}{\sqrt{Z}}\frac{B^J_{\ell_-\ell}(c_J\sqrt{Z},kc_J)}{\Delta_J(c_J\sqrt{Z})}, \qquad /49/$$

где

$$\Delta_J(x) = \begin{vmatrix} D^J_{\ell_-}(x) & -f^J h^{(1)}_{\ell_+}(x) \\ -f^J h^{(1)}_{\ell_-}(x) & D^J_{\ell_+}(x)\end{vmatrix},$$

$$B^J_{\ell'\ell}(x,y) = \begin{vmatrix} D^J_{\ell'}(x) & f^J j_\ell(y) \\ -f^J h^{(1)}_{\ell'}(x) & -g^J_\ell(y)\end{vmatrix},$$

$$C^J_\ell(x,y) = \begin{vmatrix} D^J_\ell(x) & -g^J_\ell(x) \\ -f^J h^{(1)}_\ell(x) & f^J j_\ell(x)\end{vmatrix},$$

$$D^J_\ell(x) = x h^{(1)}_{\ell-1}(x) - (\ell + f^J_\ell) h^{(1)}_\ell(x);$$

$$g^J_\ell(x) = x j_{\ell-1}(x) - (\ell + f^J_\ell) j_\ell(x).$$

Полностью внемассовая t-матрица определяется из соотношения /41/ с учетом явного вида $\psi^J(Z)$ /48/ и выражений /49/ для полумассовой t-матрицы:

$$\langle k'\ell'|t^J(Z)|k\ell\rangle = \delta_{\ell'\ell}(k'^2-Z)F_\ell(k',k) + \frac{\langle\sqrt{Z}\ell'|t^J(Z)|k\ell\rangle}{j_{\ell'}(c_J\sqrt{Z})}[j_{\ell'}(k'c_J) - i\sqrt{Z}(k'^2-Z)h^{(1)}_{\ell'}(c_J\sqrt{Z})F_{\ell'}(k',\sqrt{Z})] =$$

$$= \delta_{\ell'\ell}(k'^2-Z)F_\ell(k',k) + ic_J\sqrt{Z}\langle\sqrt{Z}\ell'|t^J(Z)|k\ell\rangle\times \qquad /50/$$

$$\times[k'c_J j_{\ell'-1}(k'c_J)h^{(1)}_{\ell'}(c_J\sqrt{Z}) - c_J\sqrt{Z}j_{\ell'}(k'c_J)h^{(1)}_{\ell'-1}(c_J\sqrt{Z})],$$

где

$$F_\ell(k',k) = \int_0^{c_J} r^2 dr\, j_\ell(k'r)j_\ell(kr).$$

Заметим, что при вычислении некоторых интегралов, входящих в /41/, функцию $h^{(1)}_{\ell'}(r\sqrt{Z})$ в /48/ при $r > c_J$ удобно представить, согласно /27/, следующим образом:

$$h^{(1)}_{\ell'}(r\sqrt{Z}) = \frac{\langle r|G^{(0)}_{\ell'}(Z)|c_J\rangle}{i\sqrt{Z}j_{\ell'}(c_J\sqrt{Z})}.$$

Как указывалось выше, в работе [27] модель ГУ в задаче двух нуклонов с тензорным взаимодействием была рассмотрена как некоторый предел задачи с потенциалом $V^{(c)}$ специального вида, действующего в области $r \le c_J$. Используя уравнение /42/ и явный вид /48/ волновой функции в модели ГУ, а также условие /46/, можно непосредственно определить предельное значение, соответствующее модели ГУ, для произведения $V^{(c)}\psi^J(Z)$:

$$\lim[V^{(c)}(r)][r\langle r|\psi^J(Z)|k\rangle] =$$

$$= -(Z-k^2)\theta(c_J-r)[rj(kr)] + \{[f^J]\frac{1}{c_J}\delta(r-c_J) + \qquad /52/$$

$$+[1]\delta'(r-c_J)\}[c_J^{(+)}\langle c_J^{(+)}|\psi^J(Z)|k\rangle],$$

где введены по аналогии с /44/ матрицы

$$[V^{(c)}(r)] = \begin{pmatrix} V^{(c)}_{\ell_-\ell_-}(r) & V^{(c)}_{\ell_-\ell_+}(r) \\ V^{(c)}_{\ell_+\ell_-}(r) & V^{(c)}_{\ell_+\ell_+}(r) \end{pmatrix},$$

$$[rj(kr)] = \begin{pmatrix} rj_{\ell_-}(kr) & 0 \\ 0 & rj_{\ell_+}(kr) \end{pmatrix}, \quad [1] = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Восстановим далее спиновые индексы в парциальных компонентах t-матрицы и волновой функции $\psi^J(Z)$. По аналогии с /43/ для тензорного взаимодействия будем иметь:

$$\langle r\ell's'|\psi^J(Z)|k\ell s\rangle = \delta_{s's}\langle r\ell's|\psi^J(Z)|k\ell s\rangle, \qquad /53/$$

причем в случае $s=0$, $J=\ell'=\ell$. Определим локальный оператор Θ и его парциальные компоненты Θ^J таким же образом, как это было сделано для оператора взаимодействия V в /28/ - /31/:

$$\langle\vec{r}\sigma|\Theta|\vec{r}'\sigma'\rangle = \sum_{JM\ell\ell'ss'}\langle\hat{\vec{r}}\sigma|\ell sJM\rangle\times$$

$$\times\langle r\ell s|\Theta^J|r'\ell's'\rangle\langle\ell's'JM|\hat{\vec{r}}'\sigma'\rangle, \qquad /54/$$

$$\langle r\ell s|\Theta^J|r'\ell's'\rangle = \delta_{\ell\ell'}\delta_{ss'}\frac{1}{r'^2}\delta(r-r')\theta(c_J-r), \qquad /55/$$

$$\langle\vec{k}s\mu|\Theta|\vec{k}'s'\mu'\rangle = (4\pi)^2\sum_{JM\ell\ell'}\langle\hat{\vec{k}}\mu|\ell sJM\rangle\times$$

$$\times\langle k\ell s|\Theta^J|k'\ell's'\rangle\langle\ell's'JM|\hat{\vec{k}}'\mu'\rangle. \qquad /56/$$

Тогда из условия /45/ и аналогичного условия в случае центральных взаимодействий [10,11], а также из /55/ следует

$$\Theta^J\psi^J(Z) = 0, \qquad /57/$$

откуда, с учетом /40/, /19/ и /20/, вытекает:

$$\Theta^J = \Theta^J G_0^J(Z)t^J(Z). \qquad /58/$$

Соответственно из разложений /54/, /22/ и соотношения /57/ следует:

$$\Theta\psi(Z) = 0,$$

что совместно с /11/ дает

$$\Theta = \Theta G_0(Z)t(Z). \qquad /59/$$

Рассматривая соотношения /58/, /59/ при энергии Z^* и используя эрмитовость оператора Θ и свойство /12/ t-матрицы,а также аналогичное свойство функции Грина $G_0(Z)$ /4/, получим следующие равенства:

$$\Theta^J = t^J(Z)G_0^J(Z)\Theta^J = \Theta^J G_0^J(Z)t^J(Z), \qquad /6О/$$

$$\Theta = t(Z)G_0(Z)\Theta = \Theta G_0(Z)t(Z), \qquad /61/$$

которые будут важны при анализе трехнуклонной задачи.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выражения /49/ - /51/ для t-матрицы и соотношение /52/ совпадают с результатами работ /26,27/, в которых соответствующие выражения были получены как пределы решений уравнений Липпмана-Швингера для тензорного потенциала $V^{(c)}$ специального вида, предельная форма которого воспроизводит модель ГУ. Из изложенного выше следует, что для получения необходимых результатов в модели ГУ оказывается достаточным постулирование граничных условий /45/, /46/ для внемассовых двухчастичных волновых функций. Такой подход совершенно не требует рассмотрения предельных процедур для каких-либо потенциалов и в дальнейшем будет служить основой для анализа задачи трех нуклонов в модели ГУ без привлечения каких-нибудь дополнительных условий. Кроме того, из условий /45/, /46/ простым образом получаются соотношения /6О/, /61/, которые в работах /8,20/ рассматриваются как следствие специфических свойств внемассовой t-матрицы в модели ГУ.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Feshbach H., Lomon E.L. Ann.Phys. (N.-Y.), 1964, 29, p. 19.*
2. *Lomon E.L., Feshbach H. Ann.Phys., (N.-Y.), 1968, 48, p. 94.*
3. *Reid R.V. Ann.Phys. (N.-Y.), 1968, 60, p. 411.*
4. *Hamada J., Johnston J.D. Nucl.Phys., 1962, 34, p.382.*
5. *Breit G., Bouricius W.G. Phys.Rev. 1949, 75, p.1029.*
6. *Feshbach H., Lomon E.L. Phys.Rev. 1956, 102, p.891.*
7. *Фаддеев Л.Д. ЖЭТФ, 196О, 39, с. 1459.*
8. Brayshaw D.D. *Phys.Rev.Lett., 1971, 26, p. 659.*
9. *Ефимов В. ЯФ, 1969, 1О, с. 1О7.*
1О. *Ефимов В.Н. ОИЯИ, Р4-67О8, Дубна, 1972.*
11. *Efimov V.N., Schulz H. Nucl.Phys. 1974, A235, p.436.*
12. *Ефимов В.Н. ОИЯИ, Р4-858О, Дубна, 1975.*
13. *Ефимов В.Н. ОИЯИ, Р4-87О7, Дубна, 1975.*
14. *Efimov V.N., Schulz H. Nucl.Phys. 1976, A261, p.328.*
15. *Kim J.E., Tubis A. Phys.Rev. 1970, C1, p. 414.*
16. Brayshaw D.D. *Phys.Rev. 1973, D7, p. 1835.*
17. Brayshaw D.D. *Phys.Rev. 1973, D8, p. 2572.*
18. *Efimov V.N. JINR, E4-9475, Dubna, 1976.*
19. *Ефимов В.Н. ОИЯИ, Р4-9819, Дубна, 1976.*
20. *Brayshaw D.D. Phys.Rev. 1976, C13, p. 1835.*
21. *Кузьмичев В.Е.,Харченко В.Ф. ТМФ,1977, 31, с. 75.*
22. *Ефимов В.Н. ОИЯИ, Р4-9213, Дубна, 1975.*
23. *Ефимов В.Н., Шульц Г. ЭЧАЯ, 1976, 7, с. 875.*
24. *Ефимов В.Н. ОИЯИ, Р4-1О189, Дубна, 1976.*
25. *Schulz H., Efimov V.N. Proceedings of the 1977 European Symposium on Few-Particle Problems in Nuclear Physics, Potsdam, October 11-14, 1977.*
26. *Brayshaw D.D. Phys.Rev. 1971, C3. p. 35.*
27. *Kim J.E., Tubis A. Phys.Rev. 1970, C2, p. 2118.*
28. *Ньютон Р. Теория рассеяния волн и частиц. "Мир", М., 1969.*
29. *Ситенко А.Г. Теория рассеяния. "Вища школа", Киев, 1975.*
3О. *Гольдбергер М., Ватсон К. Теория столкновений. "Мир", М., 1967.*

Рукопись поступила в издательский отдел
2 ноября 1978 года.