СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р4 - 11770

В.Н.Ефимов

ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ ТРЕХ ТОЖДЕСТВЕННЫХ ЧАСТИЦ В МОДЕЛИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

VII. Учет высших парциальных компонент.
Задача двух частиц

1978

Р4 - 11770

В.Н.Ефимов

ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ ТРЕХ ТОЖДЕСТВЕННЫХ ЧАСТИЦ В МОДЕЛИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

VII. Учет высших парциальных компонент.
Задача двух частиц

Ефимов В.П.

Р4 - 11770

Интегральное уравнение для волновой функции трех тождественных частиц в модели граничных условий. VII. Учет высших парциальных компонент. Задача двух частиц

Настоящая работа является вводной частью цикла работ, посвященных учету высших парциальных компонент в задаче трех частиц в модели граничных условий. Обсуждается вопрос о наиболее корректном методе рассмотрения данной задачи на основе формальных граничных условий для двухчастичной волновой функции. Указывается, что таким методом является метод, основанный на трехчастичном уравнении Шредингера. В целях последовательного изложения этого метода в данной работе приводятся важные для дальнейшего анализа результаты применения модели граничных условий в задаче двух частиц.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Efimov V.N.

Р4 - 11770

Integral Equation for the Wave Function of Three Identical Particles in the Boundary Condition Model. VII. The Consideration of Higher Partial Waves. Two-Body Problem

The present paper is an introduction of a series of works which consider higher partial waves in the three-body problem with pair interaction described via the boundary condition model. The question is discussed of most adequate method of considering the three-body problem on the basis of formal boundary conditions for the two-body wave function. It is shown that such a method is that one based on the three-body Schrödinger equation. For the sake of successive considering this method some major results of application of the boundary condition model to the two-body problem are summarized.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

ВВЕДЕНИЕ

В предыдущих работах [1-3], имеющих методический характер, было рассмотрено уравнение Шредингера для связанного состояния трех бесспиновых тождественных частиц, парные взаимодействия которых описываются моделью граничных условий /МГУ/ с постоянной логарифмической производной и без внешнего потенциала [4]. Как известно, МГУ с постоянной логарифмической производной и с внешним потенциалом, вид которого может быть согласован с мезонной теорией ядерных сил, является достаточно хорошо обоснованным методом феноменологического учета короткодействующих компонент нуклон-нуклонных взаимодействий [5], которые в настоящее время не могут быть последовательно получены в рамках мезонной теории. Однако если парные взаимодействия описываются МГУ /с внешним потенциалом или без таковою/, то, как было показано [6], широко используемые трехчастичные уравнения Фаддеева [7] уже не имеют однозначных решений* и необходима их модификация. Такие модифицированные трехчастичные уравнения Фаддеева были получены в работах [9,10], однако используемый в них метод нельзя считать удовлетворительным, так как он требует наличия твердого кора во всех парциальных двухчастичных состояниях. Кроме того, для

* Неоднозначности возникают и при решении трехчастичных уравнений Шредингера с парными взаимодействиями, описываемыми МГУ. Впервые [8] на это факт было указано однофамильцем автора данной работы при рассмотрении уравнения Шредингера для трех тождественных бозонов, парные взаимодействия которых на малых расстояниях описываются твердым кором, представляющим собой частный случай МГУ.

достижения полной однозначности модифицированных уравнений Фаддеева в работах /9,10/ оказалось необходимым ввести дополнительные трехчастичные граничные условия и произвольный трехчастичный параметр, что делает эти уравнения, в отличие от уравнений Фаддеева /7/, существенно модельными на трехчастичном уровне.

Другой подход к решению задачи трех частиц, парные взаимодействия которых описываются МГУ без внешнего потенциала, был развит в работах /1-3,11,12/ и представляет собой соответствующее обобщение и развитие метода решения задачи двух частиц в МГУ, основанного на использовании специфических свойств двухчастичных внемассовых модельных волновых функций /13,14/. Было показано, что уравнения Шредингера /1-3/ и Фаддеева /11,12/ для системы трех тождественных бозонов, взаимодействия которых /включая и твердый кор/ имеют место только в относительных s-состояниях и описываются МГУ без внешнего потенциала, в случае полного углового момента, равного нулю, точным образом сводятся к однозначным одномерным уравнениям. В этом случае из модифицированных уравнений Фаддеева следует, что в области перекрытия коров всех трех частиц фаддеевские функции каналов оказываются неоднозначными /произвольными/. Их вид в этой области определяется из точных аналитических решений соответствующих уравнений и таков, что полная волновая функция всюду однозначна /3,11/. Одномерные трехчастичные уравнения, полученные в /12/, не содержат никаких дополнительных условий или параметров, кроме тех, которые описывают двухчастичные взаимодействия /точнее - двухчастичные внемассовые волновые функции/, следовательно, они, как и двухмерные уравнения Фаддеева /7/ для "нормальных" потенциалов, безмодельны на трехчастичном уровне.

Метод, использованный при рассмотрении уравнения Шредингера /1-3/ и уравнений Фаддеева /11,12/ для упрощенного варианта трехчастичной задачи, был обобщен в работе /15/ на случай трех различных частиц и произвольных парциальных компонент, причем было рассмотрено как уравнение Шредингера, так и уравнение Фаддеева для трехчастичных каналовых t-матриц. В работе /16/ была рассмотрена модификация уравнений Фаддеева для функций каналов трех тождественных бозонов в координатном представлении с учетом высших парциальных компонент и было показано, что и в этом случае имеет место результат, полученный в /3,11/: волновые функции каналов /фаддеевские компоненты/ оказываются неоднозначными только в области перекрытия коров всех трех частиц.

Неоднозначности, возникающие в МГУ при решении трехчастичных уравнений Шредингера или Фаддеева, не имеют физического смысла, и их появление связано с формальной заменой двухчастичных взаимодействий граничными условиями для двухчастичных волновых функций. В соответствии с этим возможны два альтернативных метода устранения этих неоднозначностей. Первый из них основан на использовании специальных предельных процедур, для чего предполагается, что парные взаимодействия частиц описываются потенциалами специального вида, имеющими "нормальные" свойства, которые в пределе приводят к МГУ с постоянной логарифмической производной /17-19/. Ясно, что при таком способе мы на каждом этапе предельных процедур будем иметь дело с обычными /"нормальными"/ парными потенциалами, для которых будут иметь место обычные уравнения Фаддеева. Эти уравнения будут определять однозначно во всем конфигурационном пространстве функции каналов /следовательно, и полную волновую функцию, а также и каналовые трехчастичные t-матрицы/. Очевидно, что последующий переход к пределу, соответствующему МГУ, не сможет внести никаких неоднозначностей и этим методом может быть найдено корректное решение трехчастичной задачи в случае парных взаимодействий, описываемых МГУ без внешнего потенциала или с внешним потенциалом. Такая программа была реализована для простейших трехчастичных систем в работах /18,19/.

Другой способ устранения неоднозначностей при решении трехчастичных задач в МГУ основан на исходном предположении, что двухчастичные волновые функции уже подчиняются вводимым формальным образом граничным условиям. Эти граничные условия для обычно рассматриваемого случая постоянной логарифмической производной [4,17] не могут быть сведены к "нормальным" несингулярным двухчастичным потенциалам, что приводит при решении трехчастичных задач к появлению формальных неоднозначностей [6,8]. Таким образом, применение второго способа при решении задачи трех частиц в МГУ предполагает корректное выделение присущих этой задаче неоднозначностей с целью последующей формулировки таких уравнений, на вид которых не будут влиять эти формальные неоднозначности и решения которых будут вполне однозначно определять физически наблюдаемые величины. Такая программа для простейшего варианта трехчастичной системы /тождественные бозоны, учет только парциальных s -компонент/ была осуществлена, как указывалось выше, в работах [1-3,11,12], а в работах [15,16] рассмотрено обобщение этого метода на случай учета высших парциальных компонент соответственно для системы трех различных частиц и системы трех тождественных бозонов. Однако в указанных работах не было дано корректного и последовательного анализа неоднозначностей решений соответствующих уравнений, что в ряде случаев привело к некоторой путанице и неправильным выводам.

В настоящей и последующих работах будет рассмотрена с учетом высших парциальных компонент задача трех тождественных бозонов*, парные взаимодействия которых описываются МГУ. Будет уделено особое внимание корректному анализу возникших при решении этой задачи неоднозначностей и их роли при определении полной волновой функции, а также функций каналов и трехчастичных каналовых t -матриц /фаддеевских компонент соответственно полной трехчастичной волновой функции и полной трехчастичной T -матрицы/. В дальнейшем будет показано, что решение на основе

* Ограничение случаем трех тождественных бозонов делается только ради простоты с учетом того факта, что именно этот случай практически наиболее интересен как основа для рассмотрения задачи трех нуклонов. Обобщение метода на систему трех различных частиц тривиально.

уравнения Шредингера задачи трех тождественных бозонов в МГУ без внешнего потенциала сводится к решению однозначного уравнения для вспомогательной функции от одной векторной переменной. Решение этого уравнения однозначным образом определяет только полную волновую функцию системы, причем для достижения этой однозначности не требуется использовать, как это было сделано ранее [2,3], соображений и аргументов, связанных с симметрией полной функции. Это обстоятельство приводит к важному результату: разбиение полной волновой функции и полной трехчастичной T -матрицы на сумму трех соответствующих фаддеевских компонент в МГУ имеет чисто формальный смысл. Будет показано, что функции каналов в координатном представлении в этом случае оказываются неоднозначными /произвольными/ во всем конфигурационном пространстве, причем явный вид этих неоднозначностей для произвольных парциальных компонент простым образом определяется на основе только граничных условий для двухчастичных волновых функций. Рассмотренным неоднозначностям функций будут соответствовать неоднозначности каналовых трехчастичных t -матриц, и для системы трех частиц в МГУ строго однозначными будут только полная волновая функция и полная трехчастичная T -матрица, что обеспечивает однозначность непосредственно наблюдаемых физических величин.

Приведенные выше результаты не согласуются с результатами уже упоминавшихся работ [3,11,12], в которых на основе уравнений Фаддеева рассматривается простейший вариант трехчастичной системы в МГУ, и работ [15,16], посвященных рассмотрению уравнений Фаддеева для более сложных трехчастичных задач в МГУ /различные частицы, учет высших парциальных компонент/. Такое расхождение объясняется тем, что в указанных работах задача трех частиц в МГУ рассматривается на основе граничных условий с постоянной логарифмической производной для двухчастичных волновых функций, которые, как уже указывалось, нельзя свести к введению каких-то несингулярных двухчастичных потенциалов с "нормальными" свойствами. Следовательно, функции каналов в координатном представлении в этом случае не могут быть определены однозначно из известных уравнений Фаддеева, содержащих в явном виде каналовые потенциалы [20], и наиболее корректным методом рассмотрения задачи трех частиц в МГУ следует считать метод, основанный на уравнении Шредингера для полной волновой функции. Далее будет показано, что основные уравнения работ [3,11,12,16] и работы [15], рассматриваемые как модифицированные для случая МГУ уравнения Фаддеева соответственно для функций каналов и каналовых t-матриц, в действительности не имеют однозначных решений. Таким образом, на основе этих уравнений можно построить однозначно только полную волновую функцию и полную трехчастичную T-матрицу, а не их соответствующие фаддеевские компоненты, которые оказываются произвольными и имеющими чисто формальный смысл.

Для полноты изложения и ради единства нормировок и определений перед рассмотрением трехчастичных уравнений в МГУ вкратце будет изложен формализм задачи двух частиц [21,22] и будут приведены некоторые результаты [14] применения МГУ в этой задаче.

2. ЗАДАЧА ДВУХ ЧАСТИЦ

В дальнейшем будем использовать систему единиц, в которой $m = \hbar = 1$ / m - масса нуклона/. Свободное состояние двух частиц с относительным импульсом $\vec{k}$ будем описывать плоской волной $\phi = |\phi_{\vec{k}}> = |\vec{k}>$ со следующими условиями нормировки и полноты:

$$<\vec{k}\,|\,\vec{k}'> = (2\pi)^3\,\delta(\vec{k}-\vec{k}'), \qquad /1/$$

$$\int |\vec{k}> \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} <\vec{k}| = 1 \, . \qquad /2/$$

Соответственно свободная функция Грина для энергии Z будет иметь вид:

$$<\vec{k}|\,G_0(Z)\,|\vec{k}'> = \frac{(2\pi)^3\,\delta(\vec{k}-\vec{k}')}{k^2 - Z} \, . \qquad /3/$$

Для частиц, взаимодействие которых описывается потенциалом V, введем двухчастичную внемассовую t-матрицу $t(Z)$, нормированную условием

$$<\vec{k}|\,t(E+i0)\,|\vec{k}'> = -4\pi f(\vec{k},\vec{k}'), \qquad /4/$$

где $k^2 = k'^2 = E$, $f(\vec{k},\vec{k}')$ - амплитуда рассеяния, и определим внемассовую волновую функцию $|\psi(Z))\,\vec{k}>$ с импульсом $\vec{k}$ на асимптотике /в общем случае $k^2 \neq Z$, Z - комплексная энергия/. Для t-матрицы $t(Z)$ и волновой функции $\psi(Z)$ будут иметь место соответствующие уравнения Липпмана-Швингера [21,22]:

$$t(Z) = V - V\,G_0(Z)\,t(Z), \qquad /5/$$

$$t(Z) = V - t(Z)\,G_0(Z)\,V, \qquad /6/$$

$$\psi(Z) = 1 - G_0(Z)\,V\psi(Z). \qquad /7/$$

Из уравнений /5/ и /7/ вытекают важные для дальнейшего соотношения:

$$t(Z) = V\psi(Z), \qquad /8/$$

$$\psi(Z) = 1 - G_0(Z)\,t(Z). \qquad /9/$$

Интегральное уравнение /7/ для внемассовой волновой функции $\psi(Z)$ можно записать в виде дифференциального уравнения:

$$(H_0 - Z)\,|\psi(Z)|\,\vec{k}> = (k^2 - Z)\,|\vec{k}> - V\,|\psi(Z)|\,\vec{k}>, \qquad /10/$$

используя соотношение $G_0(Z) = (H_0 - Z)^{-1}$, где $<\vec{r}|H_0|\vec{r}'> = -\delta(\vec{r}-\vec{r}')\,\nabla^2_{\vec{r}}$ - гамильтониан двух свободных частиц /в системе центра масс/, Z - комплексная энергия.

Для разложения по парциальным компонентам введем состояния

$$<\vec{n}_r\,|\,\ell m> = Y_{\ell m}(\vec{n}_r), \quad <r|k>_\ell = <k|r>_\ell = j_\ell(kr), \qquad /11/$$

где $\vec{n}_r$ - единичный вектор в направлении $\vec{r}$, $Y_{\ell m}$, j_ℓ - соответственно сферические гармоники и функции Бесселя. Состояния /11/ удовлетворяют следующим условиям ортогональности и полноты:

$$\langle \ell m \mid \ell' m' \rangle = \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'}, \quad \langle k \mid k' \rangle_\ell = \frac{\pi}{2k^2} \delta(k-k'), \qquad /12/$$

$$\sum_{\ell m} \mid \ell m \rangle \langle \ell m \mid = 1, \quad \int_0^\infty \mid k \rangle_\ell \frac{2}{\pi} k^2 \, dk \langle k \mid_\ell = 1. \qquad /13/$$

Для плоской волны $\langle \vec{r} \mid \vec{k} \rangle$ и внемассовой функции $\langle \vec{r} \mid \psi(Z) \mid \vec{k} \rangle$ в соответствии с /11/ будем иметь известные разложения

$$\langle \vec{r} \mid \vec{k} \rangle = e^{i\vec{k}\vec{r}} = 4\pi \sum_{\ell m} i^\ell \langle \vec{n}_r \mid \ell m \rangle \langle r \mid k \rangle_\ell \langle \ell m \mid \vec{n}_k \rangle, \qquad /14/$$

$$\langle \vec{r} \mid \psi(Z) \mid \vec{k} \rangle = 4\pi \sum_{\ell m} i^\ell \langle \vec{n}_r \mid \ell m \rangle \langle r \mid \psi_\ell(Z) \mid k \rangle \langle \ell m \mid \vec{n}_k \rangle. \qquad /15/$$

Парциальное разложение свободной функции Грина следует из /3/ и /14/ и может быть записано следующим образом:

$$\langle \vec{k} \mid G_0(Z) \mid \vec{k}' \rangle = (4\pi)^2 \sum_{\ell m} \langle \vec{n} \mid \ell m \rangle \langle k \mid G_\ell^{(0)}(Z) \mid k' \rangle \langle \ell m \mid \vec{n}_{k'} \rangle, \qquad /16/$$

где парциальные компоненты $G_\ell^{(0)}(Z)$ имеют вид

$$\langle k \mid G_\ell^{(0)}(Z) \mid k' \rangle = \frac{\pi}{2k^2} \frac{\delta(k-k')}{k^2 - Z}. \qquad /17/$$

Потенциал V будем считать локальным и действующим в конечном числе парциальных двухчастичных состояний с $\ell \le \ell_0$:

$$\langle \vec{r} \mid V \mid \vec{r}' \rangle = \sum_{\ell m} \langle \vec{n}_r \mid \ell m \rangle \langle r \mid V_\ell \mid r' \rangle \langle \ell m \mid \vec{n}_{r'} \rangle, \qquad /18/$$

$$\langle r \mid V_\ell \mid r' \rangle = \Lambda_\ell V_\ell(r) \frac{1}{r'^2} \delta(r'-r), \qquad /19/$$

$$\Lambda_\ell = 1, \quad \ell \le \ell_0; \qquad \Lambda_\ell = 0, \quad \ell > \ell_0, \qquad /20/$$

$$\langle \vec{k} \mid V \mid \vec{k}' \rangle = (4\pi)^2 \sum_{\ell m} \langle \vec{n}_k \mid \ell m \rangle \langle k \mid V_\ell \mid k' \rangle \langle \ell m \mid \vec{n}_{k'} \rangle, \qquad /21/$$

$$\langle k \mid V_\ell \mid k' \rangle = \int \langle k \mid r \rangle_\ell r^2 dr \langle r \mid V_\ell \mid r' \rangle r'^2 dr' \langle r' \mid k' \rangle_\ell =$$

$$= \Lambda_\ell \int_0^\infty r^2 dr \, j_\ell(kr) V_\ell(r) j_\ell(k'r). \qquad /22/$$

Приведенные выше определения и соотношения /11/-/22/ позволяют легко получить с помощью /1/-/3/ парциальные компоненты уравнений и соотношений /4/-/10/. Так, для $\psi_\ell(Z)$ в /15/ из /7/ следует уравнение

$$\psi_\ell(Z) = 1 - G_\ell^{(0)}(Z) V_\ell \psi_\ell(Z), \qquad /23/$$

а из /8/ вытекает парциальное разложение для t -матрицы:

$$\langle \vec{k} \mid t(Z) \vec{k}' \rangle = (4\pi)^2 \sum_{\ell m} \langle \vec{n}_k \mid \ell m \rangle \langle k \mid t_\ell(Z) \mid k' \rangle \langle \ell m \mid \vec{n}_{k'} \rangle, \qquad /24/$$

где

$$t_\ell(Z) = V_\ell \psi_\ell(Z). \qquad /25/$$

Из /11/, /13/ и /22/ следует конкретное выражение:

$$\langle k \mid t_\ell(Z) \mid k' \rangle = \Lambda_\ell \int_0^\infty r^2 dr \, j_\ell(kr) V_\ell(r) \langle r \mid \psi_\ell(Z) \mid k' \rangle, \qquad /26/$$

с нормировкой согласно /4/:

$$\langle k \mid t_\ell(k^2 + i0) \mid k \rangle = -\frac{1}{k} e^{i\delta_\ell} \sin\delta_\ell, \qquad /27/$$

где δ_ℓ - фаза рассеяния при энергии $E = k^2$.
В соответствии с разложением /24/ из уравнений /5/ и /9/ следует:

$$t_\ell(Z) = V_\ell - V_\ell G_\ell^{(0)}(Z) t_\ell(Z), \qquad /28/$$

$$\psi_\ell(Z) = 1 - G_\ell^{(0)}(Z) t_\ell(Z), \qquad /29/$$

а из уравнения /23/ и конкретного вида /17/ для $G_\ell^{(0)}(Z)$ и из соотношений /19/ и /26/ следует асимптотический вид $\langle r \mid \psi_\ell(Z) \mid k \rangle$ при $r \to \infty$:

$$\langle r \mid \psi_\ell(Z) \mid k \rangle \approx j_\ell(kr) - i\sqrt{Z} \langle \sqrt{Z} \mid t_\ell(Z) \mid k \rangle h_\ell^{(1)}(r\sqrt{Z}), \qquad /30/$$

где $h_\ell^{(1)}(x)$ - сферическая функция Ганкеля первого рода. Наконец, из /10/ и /15/ следует дифференциальное уравнение для парциальных компонент $\langle r|\psi_\ell(Z)|k\rangle$:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{d}{dr}-\frac{\ell(\ell+1)}{r^2}+Z-\Lambda_\ell V_\ell(r)\right]\langle r|\psi_\ell(Z)|k\rangle=$$

$$=(Z-k^2)\langle r|k\rangle_\ell . \qquad /31/$$

3. *МОДЕЛЬ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ В ЗАДАЧЕ ДВУХ ЧАСТИЦ*

В работе [14] задача двух частиц в модели граничных условий /МГУ/ рассмотрена на основе двух предположений:

1/ соотношения /29/ и /30/, не содержащие в явном виде потенциала, справедливы в МГУ ;

2/ если взаимодействие имеет место при $\ell\le\ell_0$, то модельные внемассовые функции $\psi_\ell(Z)$ удовлетворяют граничным условиям:

$$\Lambda_\ell\langle r|\psi_\ell(Z)|k\rangle=0, \qquad r<c_\ell , \qquad /32/$$

$$\Lambda_\ell c_\ell\left[\frac{d}{dr}r\langle r|\psi_\ell(Z)|k\rangle\right]_{r=c_\ell^{(+)}}=$$

$$=\Lambda_\ell f_\ell\left[r\langle r|\psi_\ell(Z)|k\rangle\right]_{r=c_\ell^{(+)}}, \qquad /33/$$

где $c_\ell^{(+)}=c_\ell+\epsilon$, $\epsilon\to 0$, c_ℓ - радиус граничных условий, f_ℓ - вещественный модельный параметр, не зависящий от энергии, Λ_ℓ определено выражением /20/. Условия /32/, /33/ являются обобщением известных граничных условий для массовых волновых функций [4].

При отсутствии внешнего потенциала в области $r>c_\ell$ из /30/ и /32/ следует вид волновой функции при $\ell\le\ell_0$:

$$\langle r|\psi_\ell(Z)|k\rangle=$$

$$=\theta(r-c_\ell^{(+)})[\,j_\ell(kr)-i\sqrt{Z}\,\langle\sqrt{Z}\,|\,t_\ell(Z)|k\rangle h_\ell^{(1)}(r\sqrt{Z})\,], \qquad /34/$$

$\theta(x)$ - функция Хевисайда: $\theta(x)=1, x>0; \theta(x)=0,\ x<0$, а из /33/ и /34/ вытекает выражение для полумассовой t- матрицы:

$$\langle\sqrt{Z}|t_\ell(Z)|k\rangle=\frac{\Lambda_\ell}{i\sqrt{Z}}\;\frac{g_\ell(kc,f_\ell)}{D_\ell^{(1)}(c\sqrt{Z},f_\ell)}, \qquad /35/$$

где

$$g_\ell(x,f_\ell)=x\,j_{\ell-1}(x)-(\ell+f_\ell)\,j_\ell(x),$$

$$D_\ell^{(1)}(x,f_\ell)=x\,h_{\ell-1}^{(1)}(x)-(\ell+f_\ell)h_\ell^{(1)}(x).$$

Введем далее по аналогии с /18/ - /22/ оператор Θ:

$$\langle\vec r|\Theta|\vec r\,'\rangle=\sum_{\ell m}\langle\vec n_r|\ell m\rangle\langle r|\Theta_\ell|r'\rangle\langle\ell m|\vec n_{r'}\rangle, \qquad /36/$$

$$\langle r|\Theta_\ell|r'\rangle=\Lambda_\ell\,\theta(c_\ell-r)\frac{1}{r'^2}\delta(r'-r), \qquad /37/$$

$$\langle\vec k|\Theta|\vec k\,'\rangle=(4\pi)^2\sum_{\ell m}\langle\vec n_k|\ell m\rangle\langle k|\Theta_\ell|k'\rangle\langle\ell m|\vec n_{k'}\rangle, \qquad /38/$$

$$\langle k|\Theta_\ell|k'\rangle=\Lambda_\ell\int_0^{c_\ell}r^2dr\,j_\ell(kr)\,j_\ell(k'r). \qquad /39/$$

Тогда из /32/ и /37/ следует

$$\Theta_\ell\psi_\ell(Z)=0, \qquad /40/$$

а из /15/ и /36/-/39/ вытекает аналогичное соотношение для полной внемассовой волновой функции $\psi(Z)$:

$$\Theta\psi(Z)=0. \qquad /41/$$

Из выражений /40/, /41/ и /29/, /9/ с учетом эрмитовости Θ $(\Theta^+=\Theta)$ и равенств $t^+(Z)=t(Z^*)$, $G_0^+(Z)=$

$=G_0(Z^*)$ следуют важные в дальнейшем соотношения, полученные в работах [6,15] другим способом:

$$\Theta_\ell = \Theta_\ell G_\ell^{(0)}(Z)\, t_\ell(Z) = t_\ell(Z)\, G_\ell^{(0)}(Z)\, \Theta_\ell \,, \qquad /42/$$

$$\Theta = \Theta\, G_0(Z)\, t(Z) = t(Z)\, G_0(Z)\, \Theta \,. \qquad /43/$$

В работе[17] задача двух частиц в МГУ рассматривается как предельный случай задачи с некоторым потенциалом $V_c(r)$, который в пределе обеспечивает выполнение условий /32/ и /33/. Используя уравнение /31/ и явный вид волновой функции /34/ в МГУ, а также условие /33/, мы можем непосредственно определить предельное значение, соответствующее МГУ, для произведения $V_\ell^{(c)}\psi_\ell(Z)$ /при $\ell \le \ell_0$/ :

$$\lim[\, V_\ell^{(c)}(r) \langle r\,|\,\psi_\ell(Z)\,|\,k\rangle \,] = \theta(c_\ell^{(+)} - r)(k^2 - Z)\, j_\ell(kr) +$$

$$+ \frac{1}{r}[\, f_\ell\, \delta(r - c_\ell^{(+)}) + c_\ell^{(+)} \delta'(r - c_\ell^{(+)})\,] \langle c_\ell^{(+)}|\,\psi_\ell(Z)\,|\,k\rangle, \qquad /44/$$

что совпадает с результатом, полученным в[17] путем введения $V_c(r)$ специального вида.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ефимов В.Н. ОИЯИ, Р4-8580, Дубна, 1975.
2. Ефимов В.Н. ОИЯИ, Р4-8707, Дубна, 1975.
3. Efimov V.N., Schulz H. Nucl.Phys., 1976, A261, p.328.
4. Feshbach H., Lomon E.L. Ann.Phys., 1964, 29, p.19.
5. Lomon E.L., Feshbach H. Ann.Phys., 1968, 48, p.94.
6. Brayshaw D.D. Phys.Rev.Lett., 1971, 26, p.659.
7. Фаддеев Л.Д. ЖЭТФ, 1960, 39, стр. 1459.
8. Ефимов В. ЯФ, 1969, 10, стр. 107.
9. Brayshaw D.D. Phys.Rev., 1973, D7, p.1835.
10. Brayshaw D.D. Phys.Rev., 1973, D8, p.2572.
11. Efimov V.N. JINR, E4-9475, Dubna, 1976.
12. Ефимов В.Н. ОИЯИ, Р4-9819, Дубна, 1976.
13. Ефимов В.Н. ОИЯИ, Р4-6708, Дубна, 1972.
14. Efimov V.N., Schulz H. Nucl.Phys., 1974, A235, p.436.
15. Brayshaw D.D. Phys.Rev., 1976, C13, p.1835.
16. Кузьмичев В.Е., Харченко В.Ф. ТМФ, 1977, 31, стр. 75.
17. Kim Y.E., Tubis A. Phys.Rev., 1970, C1, p,414.
18. Ефимов В.Н. ОИЯИ, Р4-9213, Дубна, 1975.
19. Ефимов В.Н., Шульц Г. ЭЧАЯ, 1976, 7, стр. 875.
20. Noyes H.P. Phys.Rev.Lett., 1969, 23, p.1201.
21. Ньютон Р. Теория рассеяния волн и частиц . "Мир", М., 1969.
22. Ситенко А.Г. Теория рассеяния. "Вища школа", Киев, 1975.

Рукопись поступила в издательский отдел 18 июля 1978 года.