

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



C - 829

P4 - 11694

Ч.Стоянов

4699/2-78

ИТЕРАЦИОННЫЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ
КВАЗИЧАСТИЧНО-ФОНОННОЙ МОДЕЛИ
ДЛЯ СФЕРИЧЕСКИХ ЯДЕР

1978

P4 - 11694

Ч.Стоянов

ИТЕРАЦИОННЫЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ
КВАЗИЧАСТИЧНО-ФОНОННОЙ МОДЕЛИ
ДЛЯ СФЕРИЧЕСКИХ ЯДЕР

Направлено в ТМФ



Стоянов Ч.

P4 - 11694

Итерационный способ решения уравнений квазичастиочно-фононной модели для сферических ядер

Предлагается итерационный способ решения уравнений квазичастиочно-фононной модели для сферических ядер. Волновая функция возбужденных состояний включает одно- и двухфононные члены в случае четно-четных ядер и квазичастичные, одно- и двухфононные члены в случае нечетных ядер. Уравнения модели записаны в виде, удобном для решения методом итераций. Рассмотрены условия сходимости итерационного процесса. Получены выражения, описывающие фрагментацию квазичастичной компоненты в нечетных ядрах. Показано, что предлагаемый итерационный метод можно использовать для ее вычисления.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Stoyanov Ch.

P4 - 11694

The Iteration Method for Solving the Equation of the Quasiparticle-Phonon Model in Spherical Nuclei

The iteration method for solving the equations of the quasi-particle-phonon model is proposed. The excited state wave function includes the one- and two-phonon terms for even nuclei and quasiparticles, one- and two-phonon terms for odd nuclei. The model equations are written in the form convenient for solving them by using the iteration method. The convergence conditions of iteration procedure are discussed. The expressions describing the fragmentation of quasiparticle component in odd nuclei are given. The possibility of using the proposed iteration method for calculation is demonstrated.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

© 1978 Объединенный институт ядерных исследований Дубна

В последние годы был достигнут прогресс в описании состояний с промежуточной и высокой энергиями возбуждения в рамках квазичастиочно-фононной модели ядра. Были рассчитаны нейтронные силовые функции^{/1,2/}, радиационные силовые функции^{/3/} и определены области локализации гигантских мультипольных резонансов^{/4,5/}. Сложная структура состояний при энергии порядка энергии связи нейтрона и выше приводит к определенным вычислительным трудностям при расчете их свойств. В уравнениях модели обычно встречаются матрицы очень высокого ранга. Были разработаны некоторые методы^{/6-9/}, которые позволяли получать приближенные уравнения, решавшиеся затем численно.

В настоящей работе предлагается итерационный метод, дающий возможность решить уравнения квазичастиочно-фононной модели для сферических ядер без предварительных упрощений. Это позволяет вычислить для сферических ядер силовые функции, соответствующие более сложным волновым функциям^{/1/} возбужденных состояний, чем это было сделано ранее.

Гамильтониан квазичастиочно-фононной модели содержит среднее поле, силы спаривания, мультиполь-мультипольные и спин-мультиполь-спин-мультипольные силы^{/10,11/}. После ряда преобразований его можно представить в виде суммы фононной части и члена, учитывающего взаимодействие квазичастиц с фононами^{/11/}:

$$H = H_{ph} + H_{qpph}$$

/1/

Волновую функцию возбужденного состояния четно-четного сферического ядра запишем следующим образом:

$$\Psi(JM) = R_k \{ Q_{JMk}^+ + \sum_{i \neq k} R_i Q_{JMi}^+ + \sum_{1,2} P_{1,2} [Q_1^+ Q_2^+]_{JM} \} \Psi_0 . /2/$$

Для нечетного сферического ядра волновую функцию с учетом двухфононных членов запишем в виде

$$\begin{aligned} \Psi(JM) = & C_k \{ a_{JMk}^+ + \sum_{i \neq k} C_i a_{JMi}^+ + \sum_{j \lambda i} D_j^{\lambda i} [a_{jm}^+ Q_{\lambda \mu i}^+] + \\ & + \sum_{1,2} \sum_{jI} F^{1,2} [a_{jm}^+ [Q_1^+ Q_2^+]_{IK}]_{JM} \} \Psi_0 . /3/ \end{aligned}$$

Здесь a_{jmi}^+ - оператор рождения квазичастицы с моментом j , проекцией m и номером i ; Q_{JMi}^+ - оператор рождения фонона с моментом J , проекцией M и номером i ; Ψ_0 - волновая функция основного состояния четно-четного ядра. Числа 1-3 используются для обозначения полной совокупности квантовых чисел /например, $Q_1^+ \equiv Q_{\lambda \mu i}^+$, $a_{jm}^+ \equiv a_1^+$ /. Условие нормировки волновых функций /2/ и /3/:

$$\langle \Psi * \Psi \rangle \equiv R_k^2 \{ 1 + \sum_{i \neq k} R_i^2 + 2 \sum_{1,2} (P_{1,2})^2 \} = 1 , /4/$$

$$\langle \Psi * \Psi \rangle \equiv C_k^2 \{ 1 + \sum_{i \neq k} C_i^2 + \sum_{j \lambda i} (D_j^{\lambda i})^2 + 2 \sum_{1,2} (F^{1,2})^2 \} = 1 .$$

Используя вариационный метод, можно получить уравнения для энергии состояния η и для неизвестных коэффициентов в волновых функциях /2/ и /3/ ^{9,11,12}. Секулярное уравнение для четно-четных ядер имеет вид

$$\begin{aligned} F(\eta) \equiv & \omega_k - \eta - \frac{1}{2} \sum_{1,2} \frac{[U_{1,2}(Jk)]^2}{\omega_1 + \omega_2 - \eta} - \\ & - \frac{1}{2} \sum_{i \neq k} R_i \sum_{1,2} \frac{U_{1,2}(Jk) U_{1,2}(Ji)}{\omega_1 + \omega_2 - \eta} = 0 . /5/ \end{aligned}$$

Для нечетных ядер оно выглядит следующим образом:

$$F(\eta) \equiv \epsilon_k - \eta - \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{j \lambda i} \Gamma(J_k j \lambda i) D_j^{\lambda i} = 0 . /6/$$

Здесь ω_k - энергия фононного состояния $Q_k^+ \Psi_0$; ϵ_k - энергия квазичастичного состояния $a_k^+ \Psi_0$. Величинами $U_{1,2}(Jk)$ и $\Gamma(J_k j \lambda i)$ являются следующие матричные элементы:

$$U_{1,2}(Jk) = \langle Q_{JMk} | H_{qp-ph} | [Q_1^+ Q_2^+]_{JM} \rangle ,$$

$$\Gamma(J_k j \lambda i) = \langle a_{JMk} | H_{qp-ph} | [a_{jm}^+ Q_{\lambda \mu i}^+]_{JM} \rangle .$$

Неизвестные коэффициенты R_i и $D_j^{\lambda i}$ в /5/ и /6/ можно найти, решая системы линейных неоднородных уравнений при определенном значении энергии η :

$$\begin{aligned} \sum_{i'} [\delta_{ii'} (\omega_i - \eta) - \frac{1}{2} \sum_{1,2} \frac{U_{1,2}(Ji) U_{1,2}(Ji')}{\omega_1 + \omega_2 - \eta}] R_{i'} = \\ = \frac{1}{2} \sum_{1,2} \frac{U_{1,2}(Ji) U_{1,2}(Jk)}{\omega_1 + \omega_2 - \eta} /7/ \end{aligned}$$

для R_i и

$$\begin{aligned} [\epsilon_j + \omega_1 - \eta - \frac{1}{2} \sum_{i \neq k} \frac{\Gamma^2(J_k j i)}{\epsilon_i - \eta} - \\ - \frac{1}{2} \sum_{j_1,2} \frac{\Gamma^2(j j_1 2)(1 + \delta_{1,2})}{\epsilon_{j_1} + \omega_1 + \omega_2 - \eta}] D_j^{(1)} + \\ + \frac{1}{2} \sum_{j_1,3,1} D_{j_1}^{(3)} \left[\sum_{i \neq k} \frac{\Gamma(J_i j_1) \Gamma(J_i j_1 3)}{\epsilon_i - \eta} \right] + \end{aligned}$$

$$+ \sum_{j_2} \frac{\Gamma(j_1 j_2 1) \Gamma(j j_2 3)}{\epsilon_{j_2} + \omega_1 + \omega_3 - \eta} [(2j+1)(2j_1+1)]^{1/2} \left\{ \begin{array}{c} \lambda_3 j_2 j \\ \lambda_1 J j_1 \end{array} \right\}$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{2}} \Gamma(J_k j_1) \quad /8/$$

для $D_j^{\lambda_i}$ /9/.

После решения /8/ коэффициенты $C_\ell (\ell \neq k)$ получаются по формуле

$$C_\ell = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\epsilon_\ell - \eta} \sum_{j \lambda i} \Gamma(J_\ell j \lambda i) D_j^{\lambda i}. \quad /9/$$

В матричном виде /7/ и /8/ выглядят следующим образом:

$$\vec{U}\vec{R} = \vec{u}, \quad /10/$$

$$\vec{G}\vec{D} = \vec{\Gamma}. \quad /11/$$

Рассмотрим диагональные элементы матриц \mathcal{U} и \mathcal{G} / \mathcal{U}_{ii} , \mathcal{G}_{ii} / . Они содержат когерентные члены и соответствуют физической ситуации, когда либо только одна однофононная компонента участвует в волновой функции /2/, либо только одна компонента a^+Q^+ участвует в волновой функции /3/. Поскольку такая ситуация реализуется в низкоэнергетической части спектра, в работах /11,13/ был проведен подробный анализ диагональных элементов. С изменением энергии они могут обращаться в 0, около полюсов стремятся к бесконечности. Они также велики, когда члены $\epsilon + \omega - \eta$ либо $\omega - \eta$ становятся большими по сравнению с когерентными суммами, входящими в \mathcal{U}_{ii} и \mathcal{G}_{ii} .

Недиагональные элементы матриц \mathcal{U} и \mathcal{G} (\mathcal{U}_{ij} и \mathcal{G}_{ij}) содержат некогерентные суммы. В работах /6-8/ показано, что эти члены малы и их основная роль в уравнениях сводится к исключению лишних полюсов. Однако они становятся большими, когда энергия η имеет значение, близкое к какому-то полюсу. В таких случаях для деформированных ядер в работах /7/ был разработан

метод полюсного приближения. Этот метод дает возможность решать системы типа /10/ и /11/ для значений энергий, лежащих в окрестности какого-либо полюса, пользуясь лишь диагональными элементами \mathcal{U}_{ii} и \mathcal{G}_{ii} .

Численным критерием, который будет указывать, преобладает ли диагональный член над недиагональными, для каждой строки матриц /10/ и /11/ будет величина

$$\text{и } \begin{aligned} k_i &= |\mathcal{U}_{ii}|^{-1} \sum_{j \neq i} |\mathcal{U}_{ij}| && \text{для } \mathcal{U} \\ k_i &= |\mathcal{G}_{ii}|^{-1} \sum_{j \neq i} |\mathcal{G}_{ij}| && \text{для } \mathcal{G}. \end{aligned} \quad /12/$$

Матрицы \mathcal{U} и \mathcal{G} будут преимущественно диагональными, если для всех i в /12/ выполняется условие

$$k_i < 1. \quad /13/$$

Возникающие в расчетах ситуации при разных значениях энергии η можно разделить на три группы:

1. Для i -й строки диагональный матричный элемент велик за счет больших значений величин $\omega - \eta$ в /10/ и $\epsilon + \omega - \eta$ в /11/. Тогда для i -й строки выполняется условие /13/, т.е. $k_i < 1$.

2. Для окрестности какого-либо двухфононного полюса в /10/ либо полюса $\epsilon + \omega_1 + \omega_2$ в /11/, как следует из полюсного приближения /7/, можно преобразовать матрицы \mathcal{U} и \mathcal{G} таким образом, что $k_i < 1$ для всех i . Значение определителя матриц \mathcal{U} и \mathcal{G} в окрестности этих полюсов зависит лишь от их диагональных элементов.

3. Для i -й строки диагональный матричный элемент мал. Тогда $k_i > 1$.

Для решения систем линейных уравнений /10/ и /11/ используем следующий итерационный процесс:

$$\begin{aligned} \vec{R}^{(n)} &= \vec{R}^{(n-1)} + \mathcal{H}(\vec{u} - \vec{U}\vec{R}^{(n-1)}) && \text{для } /10/, \\ \text{и } \vec{D}^{(n)} &= \vec{D}^{(n-1)} + \mathcal{H}(\vec{\Gamma} - \vec{G}\vec{D}^{(n-1)}) && \text{для } /11/. \end{aligned} \quad /14/$$

Матрица \mathbb{H} - диагональная матрица, элементами которой являются следующие величины:

$$\mathbb{H}_{ii} = \begin{cases} \mathbb{U}_{ii}^{-1} & \text{для } /10/, \\ \mathbb{G}_{ii}^{-1} & \text{для } /11/. \end{cases} \quad /15/$$

Начальные приближения определим как

$$\vec{R}^{(0)} = \vec{u}; \quad \vec{D}^{(0)} = \vec{f}. \quad /16/$$

Это итерационный метод Якоби. Итерационный процесс сходится, если матрицы \mathbb{U} и \mathbb{G} имеют большие диагональные элементы, т.е. для всех строк должно выполняться условие /13/. Выбор начального приближения в виде /16/ и матрицы \mathbb{H} в виде /15/ соответствует развитому в /6/ приближенному методу решения системы /11/.

Как уже отмечалось, для некоторых значений энергии η возможна ситуация

$$k_i > 1, \quad i = 1, 2, \dots, n;$$

$$k_i < 1, \quad i = n+1, \dots, m.$$

m - ранг матриц \mathbb{U} либо \mathbb{G} /уравнения всегда можно переставлять так, чтобы строки матриц в /10/ и /11/ с $k_i > 1$ оказались первыми/. Введем матрицы \mathbb{U}' и \mathbb{G}' с рангом n , образованные первыми n строками и n столбцами матриц \mathbb{U} и \mathbb{G} . Матрица \mathbb{H} /14/ в таких случаях имеет более сложный вид:

$$\mathbb{H} = \begin{cases} \mathbb{U}'^{-1} & \text{для } i = 1, 2, \dots, n, \\ \mathbb{U}_{ii}^{-1} & \text{для } i = n+1, \dots, m. \end{cases}$$

Для системы /11/ в матрицу \mathbb{U} вместо \mathbb{U}'^{-1} надо подставить \mathbb{G}'^{-1} . Каждое значение η в зависимости от числа n имеет свою матрицу $\mathbb{U}'(\mathbb{G}')$. Практический смысл применения итерационного процесса /14/ зависит

от близости к 1 отношения $\frac{m-n}{m}$ /если $n \approx m$, то задача близка к получению обратной матрицы $\mathbb{U}^{-1}(\mathbb{G}^{-1})$. В задачах ядерной физики достаточно часто не нужно знать всех компонент волновых функций /2/ и /3/. В таких случаях /10/ можно вычислить некие усредненные величины, используя метод силовых функций /2,10/. Например, вычисляются выражения типа

$$\Phi^2(\bar{\eta}) = \sum_{\nu} \rho(\bar{\eta} - \eta_{\nu}) [\sum_i R_i(\bar{\eta}) \langle i | \Theta | f \rangle]^2, \quad /17/$$

$$c^2(\bar{\eta}) = \sum_{\nu} \rho(\bar{\eta} - \eta_{\nu}) [\sum_i C_i(\bar{\eta}) \langle i | \Theta | f \rangle]^2.$$

Здесь величины $\langle i | \Theta | f \rangle$ - матричные элементы некоторого оператора /например, оператора электромагнитного перехода либо оператора передачи нуклонов/. Состояния $|i\rangle$ и $|f\rangle$ известны и не зависят от энергии η . Таковыми могут быть либо однофононные состояния в случае /2/, либо квазичастичные состояния в случае /3/. Функция усреднения имеет следующий вид:

$$\rho(\bar{\eta} - \eta_{\nu}) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta}{(\bar{\eta} - \eta_{\nu})^2 + \frac{\Delta^2}{4}},$$

где Δ - параметр. Значение комплексной величины $\bar{\eta}$ связано с энергией η соотношением $\bar{\eta} = \eta + i\Delta/2$. η_{ν} - корни секулярного уравнения /7/ либо /8/. Вычисления такого рода величин проводились в работах /2,4,5,14,15/.

Вычислим величины /17/. Нормировка волновых функций /2/ и /3/ связана с производной секулярных уравнений /5/ и /6/ соотношением

$$\left(\frac{\partial F(\eta)}{\partial \eta} \right)_{\eta=\eta_{\nu}} = - \frac{\langle \Psi^* \Psi \rangle}{R_k^2}. \quad /18/$$

Для волновой функции /3/ R_k в /18/ заменяется на C_k . Пользуясь техникой контурных интегралов, учитывая, что функции /17/ являются аналитическими в плос-

кости $\bar{\eta}$ и используя /18/, для /17/ получаем следующие выражения:

$$\Phi^2(\bar{\eta}) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \frac{\left[\sum_{i \neq k} R_i(\bar{\eta}) \langle i | \Theta | f \rangle + \langle k | \Theta | f \rangle \right]^2}{F(\bar{\eta})}, \quad /19/$$

$$C^2(\bar{\eta}) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \frac{\left[\sum_{i \neq k} C_i(\bar{\eta}) \langle i | \Theta | f \rangle + \langle k | \Theta | f \rangle \right]^2}{F(\bar{\eta})}. \quad /20/$$

Коэффициенты $R_i(\bar{\eta})$ и $C_i(\bar{\eta})$ (в силу выражения /9/ для нахождения C_i нужны коэффициенты $D_j^{\lambda_i}$) в каждой точке $\bar{\eta}$ получим, решая те же системы /10/ и /11/, но для комплексных значений энергии $\bar{\eta}$.

Минимальная добавка к энергии Δ уменьшает роль полюсов в системах /10/ и /11/. Кроме того, она уменьшает абсолютную величину недиагональных матричных элементов, так как $\bar{\eta}$ входит в их знаменатель. В некоторых интервалах энергий будут выполняться следующие неравенства:

$$|\mathcal{U}_{ij}(\bar{\eta})| < |\mathcal{U}_{ij}(\eta)|; \quad |\mathcal{G}_{ij}(\bar{\eta})| < |\mathcal{G}_{ij}(\eta)|.$$

В диагональных матричных элементах уменьшается абсолютная величина полюсных членов и увеличивается роль членов $e^{+\omega - \bar{\eta}}$ и $e^{-\omega - \bar{\eta}}$, абсолютная величина которых возрастает. Для некоторых интервалов энергий будут справедливы неравенства

$$|\mathcal{U}_{ii}(\bar{\eta})| > |\mathcal{U}_{ii}(\eta)|; \quad |\mathcal{G}_{ii}(\bar{\eta})| > |\mathcal{G}_{ii}(\eta)|.$$

Таким образом, вводя минимальную добавку Δ , мы усиливаем неравенства /13/, уменьшаем ранг матриц \mathcal{U}' и \mathcal{G}' /15/ и получаем возможность использовать итерационный процесс /14/. С увеличением Δ преобладание диагональных элементов в матрицах \mathcal{U} и \mathcal{G} усиливается и итерационный процесс /14/ будет сходиться быстрее.

В качестве примера было проанализировано ядро ^{119}Sn . Мы рассчитали распределение нейтронного дырочного состояния $1g_{9/2}$, т.е. величину /20/ $C^2(\bar{\eta}) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \frac{1}{F(\bar{\eta})}$.

В интервале до 12 МэВ волновая функция /3/ содержит 276 коэффициентов $D_j^{\lambda_i}$ и один коэффициент $C_{1g_{9/2}}$. Коэффициенты $F_{j1}^{1,2}$ учитывались до 13 МэВ, и их количество оказалось равным 743. Величина $C^2(\bar{\eta}) / \Delta = 0,5 \text{ МэВ}$ вычислялась в интервале 0-10 МэВ с шагом 0,1 МэВ. Таким образом, система линейных неоднородных уравнений /11/ рангом 276 вычислялась в 100 точках. Численное решение задачи с такими параметрами довольно затруднительно для современных ЭВМ. Используя итерационный процесс /14/, мы получили близкую к диагональной матрицу \mathcal{K} . Матрица \mathcal{G}' в /15/ имела ранг от 1 до 7 для разных значений $\bar{\eta}$. Количество итераций изменялось в пределах 2-4. Критерием достижения решения системы /11/ являлось абсолютное значение вектора невязки:

$$\vec{r} = \mathcal{G}' \vec{D}^{(n)} - \vec{\Gamma}.$$

Для всех вычисленных точек $|\vec{r}| < 10^{-6}$. Таким образом, видно, что в реальных задачах матрица \mathcal{G}' близка к диагональной. Ранг \mathcal{G}' мал, и итерационный процесс сходится быстро.

Итак, рассмотренный в работе итерационный процесс /14/ удобен при вычислении силовых функций типа /17/. Условия его сходимости довольно просты и выполняются в практических задачах. Сходимость процесса /14/ можно улучшать, изменяя параметр Δ . Так как в области энергии 8-12 МэВ плотность квазичастично-фононных состояний в нечетных ядрах велика и задача сводится к решению систем линейных неоднородных уравнений ранга /2-4/x10², использование процедуры /14/ необходимо. Выбор начальных приближений в таких случаях может существенно повлиять на скорость сходимости итерационного процесса /14/. Выбранные в /16/ начальные приближения соответствуют простейшему приближению /6/, когда в матрице системы сохраняются лишь диагональные члены. Использование в качестве начального приближения матриц более сложного вида, соответствующих, например, полюсному приближению /7/ для систем уравнений /10/ и /11/, по-видимому, ускорит сходимость процесса /14/. Было бы интересным исследовать эту возможность детальнее.

Автор выражает благодарность проф. В.Г.Соловьеву за интерес к работе и стимулирование ее написания, а также А.И.Вдовину и Л.А.Малову за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Dambasuren D. e.a. J.Phys. G: Nucl.Phys., 1976, 2, p.25.*
2. *Малов Л.А., Соловьев В.Г. ЯФ, 1976, 23, с.53; Malov L.A., Soloviev V.G. Nucl.Phys., 1976, A270, p.87.*
3. *Soloviev V.G., Stoyanov Ch., Voronov V.V. JINR, E4-11292, Dubna, 1978;*
Письма в ЖЭТФ, 1977, 25, с.459.
4. *Soloviev V.G., Stoyanov Ch., Vdovin A.I. Nucl.Phys., 1977, A288, p.376.*
5. *Malov L.A., Nesterenko V.O., Soloviev V.G. Phys. Lett., 1976, B64, p.247;*
Кирчев Г. и др. ЯФ, 1977, 25, с.951.
6. *Соловьев В.Г. Изв. АН СССР /сер. физ./, 1971, 35, с.666;*
Соловьев В.Г. ТМФ, 1973, 17, с.90;
Soloviev V.G., Malov L.A. Nucl.Phys., 1972, A196, p.433.
7. *Малов Л.А., Соловьев В.Г. ЯФ, 1975, 21, с.502;*
Кирчев Г., Соловьев В.Г. ТМФ, 1975, 21, с.244;
Малов Л.А., Очирбат Г. ОИЯИ, Р4-8447, Дубна, 1974; ОИЯИ, Р4-8492, Дубна, 1974;
Акулиничев С.В., Малов Л.А. ОИЯИ, Р4-8433, Дубна, 1974;
Малов Л.А., Нестеренко В.О. ОИЯИ, Р4-8433, Дубна, 1974.
8. *Малов Л.А., Соловьев В.Г. ТМФ, 1975, 25, с.265.*
9. *Вдовин А.И., Соловьев В.Г. ТМФ, 1974, 19, с.275.*
10. *Soloviev V.G. JINR, E4-11012, Dubna, 1977.*
11. *Соловьев В.Г. Теория сложных ядер. "Наука", М., 1971.*
12. *Вдовин А.И., Кирчев Г., Стоянов Ч. ТМФ, 1974, 21, с.137.*
13. *Вдовин А.И., Стоянов Ч. Изв. АН СССР /сер. физ./, 1974, 38, с.2593; Изв. АН СССР /сер. физ./, 1974, 38, с.2604; Изв. АН СССР /сер. физ./, 1975, 39, с.1618.*
14. *Кирчев Г. ОИЯИ, Р4-11472, Дубна, 1978; Кирчев Г., Малов Л.А. ОИЯИ, Р4-11473, Дубна, 1978.*
15. *Akulichiev S.V., Shilov V.M. J.Phys.G: Nucl.Phys., 1977, 3, p. L213.*

Рукопись поступила в издательский отдел