СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р4 - 11670

Д.Караджов, Й.Пиперова, П.Райчев, Р.Русев

ЭНЕРГИИ И МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ РЕДКОЗЕМЕЛЬНЫХ ЯДЕР В СХЕМЕ SU(3). СРАВНЕНИЕ С ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛЬЮ

1978

P4 - 11670

Д.Караджов*, Й.Пиперова*, П.Райчев, Р.Русев*

ЭНЕРГИИ И МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ РЕДКОЗЕМЕЛЬНЫХ ЯДЕР В СХЕМЕ SU(3). СРАВНЕНИЕ С ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛЬЮ

* Институт ядерных исследований и ядерной энергетики БАН, София.

Караджов Д.Х. и др. Р4 - 11670

Энергия и моменты инерции четно-четных редкоземельных ядер в схеме SU(3). Сравнение с обобщенной моделью

Модель с нарушенной SU(3) -симметрией применяется для описания энергии состояний основных и γ-полос тяжелых деформированных четно-четных ядер. Гамильтониан модели строится с помощью линейной комбинации операторов, инвариантных относительно группы вращений, но нарушающих SU(3) -симметрию. Полученные выражения для энергетических уровней сравниваются с предсказаниями различных вариантов обобщенной модели. Рассматривается вид и роль оператора взаимодействия в гамильтониане системы. Дается сравнение с экспериментальными данными.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Karadjov D. et al. P4 - 11670

Energies and Moments of Inertia of Even-Even Rare-Earth Nuclei in SU(3) -Scheme. Comparison with the Unified Model

A model with a broken SU(3) -symmetry is applied to the description of the ground and γ-state energies in heavy deformed even-even nuclei. Hamiltonian of the model contains linear combination of operators invariant to the rotation group, but broking the SU(3) -symmetry. The outcoming expression for the energy levels are compared to the predictions of different variants of the unified model. The form and role of the interaction operator in the Hamiltonian is discussed. A comparison between theoretical and experimental results is given.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

1. В работах [1,2] высказано предположение, что схема SU(3) может быть использована для описания тяжелых деформированных четно-четных ядер. В работе [3] показано, что если энергетический спектр ядра возникает в результате нарушения SU(3) -симметрии, то для энергетических уровней основной и γ-ротационной полос и для приведенных вероятностей E2-переходов между ними можно получить соотношения, находящиеся в хорошем согласии с экспериментальными данными. При этом в [1-3] допускается, что нижайшие коллективные состояния деформированных четно-четных ядер объединяются в распределенные мультиплеты группы SU(3).

В работе [3] предполагается, что гамильтониан системы можно записать в виде

$$H = H_0 + V, \qquad /1/$$

где H_0 инвариантен относительно группы SU(3), а V нарушает SU(3) -симметрию так, что полный гамильтониан инвариантен только относительно группы трехмерных вращений O(3).

В этой же работе оператор взаимодействия V выбран в следующем виде:

$$V = C_1 Q^2 + C_2 Q^3 + C_3 A^+ A. \qquad /2/$$

Здесь $Q^2 = \sum_m (-1)^m Q^{(2)}_m Q^{(2)}_{-m}$ / $Q^{(2)}$ - тензор квадрупольного момента/, $Q^3 = [[Q^{(2)} x Q^{(2)}]^{(2)} x Q^{(2)}]^{(0)}$ описывает ангармоническое взаимодействие, а оператор A^+A можно условно рассматривать как аналог оператора числа " α -подобных образований" в ядре [3].

В работах [1–3] неприводимые представления группы SU(3) определяются квантовыми числами (n,T), где n - полное число квазичастиц, а T - псевдоспин. Числа (n, T) связаны с эллиотовскими (λ,μ) следующим образом:

$$\lambda = 2T\ , \quad \mu = \frac{n}{2} - T\,. \qquad /3/$$

Базисные векторы внутри данного (n,T) мультиплета различаются значениями углового момента I, его проекцией M и квантовым числом α, которое связано с числом " α -подобных образований" в ядре и отличает состояния с одинаковыми I, встречающимися несколько раз в (n, T)-мультиплете. Эти состояния ($|nTI\alpha>$), однако, не являются ортогональными по α. Ортонормированные базисные векторы расщепленного SU(3) -мультиплета являются линейной комбинацией этих ненормированных состояний и имеют следующий вид [1,3]:

$$|nTI\omega> = \sum_{\alpha} C_{\alpha}^{\omega} |nTI\alpha>\,, \qquad /4/$$

где C_{α}^{ω} - коэффициенты, которые получаются из условия диагональности гамильтониана H /1/.

Мы рассматриваем часто встречающийся случай, когда в энергетическом спектре ядра имеются две ротационные полосы: основная и γ -ротационная. В этом случае n - четное, $T = \frac{n}{2} - 2$ и возможны следующие состояния [3]:

а/ полоса $\alpha = 1$; угловой момент принимает значения $I = 0,2,4,\ldots,n-4$;

б/ полоса $\alpha = 0$; угловой момент принимает значения $I = 2,3,4,5,\ldots,n-3$.

Базисные векторы /4/ представляют собой смесь состояний с $\alpha = 1$ и $\alpha = 0$, а коэффициенты C_{α}^{ω} определяются из условия, что вектор $|nTI\omega>$ является собственным вектором оператора V с собственным значением ω, т.е.

$$V|nTI\omega> = \omega|nTI\omega>\,. \qquad /5/$$

Таким образом, в [3] выведены следующие формулы для энергий состояний:

а/ четные состояния

$$E_I^{\pm} = G_1 I(I+1) + G_2(2n-3)[6 - I(I+1)] - G_3[2(n-1)^2 + I(I+1)] \pm$$
$$\pm\sqrt{\{G_2 6(2n-3) - G_3[2(n-1)^2 - I(I+1)]\}^2 + 12I(I-1)(I+1)(I+2)[3G_2^2 - G_2G_3]}\,, \qquad /6/$$

где E_I^- относится к основной полосе, а E_I^+ – к γ-ротационной;

б/ нечетные состояния

$$E_I = G_1 I(I+1) + G_2[12 - I(I+1)](2n-3) - G_3 4(n-1)^2\,. \qquad /7/$$

2. В этой работе мы остановимся более подробно на виде оператора взаимодействия V в /2/, а именно: попытаемся выяснить роль оператора A^+A в /2/.

Для этой цели рассмотрим два варианта - модель I (MI) с $G_3 = 0$ и модель II (MII) с $G_3 \neq 0$.

В вышеописанной модели энергетические уровни для основной ($E_g(I)$) и γ -($E_{\gamma}^{(+)}(I)$) с четным спином и $E_{\gamma}^{(-)}(I)$ /с нечетным спином/ ротационной полос можно записать в следующем виде:

$$MI(G_3 = 0)\,.$$

$$E_g(I) = AI(I+1) - B[\sqrt{1 + N^2 f(I)} - 1]\,, \qquad /8а/$$

$$E_{\gamma}^{(+)}(I) = 2B + AI(I+1) + B[\sqrt{1 + N^2 f(I)} - 1]\,, \qquad /8б/$$

$$E_{\gamma}^{(-)}(I) = 2B + AI(I+1)\,, \qquad /8в/$$

где

$$N = \frac{1}{2n-3}\,, \quad A = G_1 - \frac{G_2}{N}\,,$$

$$B = \frac{6C_2}{N}, \qquad f(I) = I(I-1)(I+1)(I+2). \qquad /9/$$

Отметим, что функция полного углового момента f(I), входящая в выражения /8а/ и /8б/, в точности совпадает с квадратом матричного элемента обобщенной модели [4] и появляется при учете смешивания состояний основной и γ-ротационной полос с четными значениями спина.

$MII(C_3 \neq 0)$.

$$E_g(I) = \tilde{A}I(I+1) - \tilde{B}[\sqrt{[1+\tilde{C}I(I+1)]^2+\tilde{D}f(I)} - 1], \qquad /10а/$$

$$E_\gamma^{(+)}(I) = 2\tilde{B} + \tilde{A}I(I+1) + \tilde{B}[\sqrt{[1+\tilde{C}I(I+1)]^2+\tilde{D}f(I)} - 1], \qquad /10б/$$

$$E_\gamma^{(-)}(I) = 2\tilde{B} + AI(I+1), \qquad /10в/$$

где

$$\tilde{A} = A - C_3,$$

$$\tilde{B} = B - 2(n-1)^2 C_3,$$

$$\tilde{C} = \frac{C_3}{\tilde{B}},$$

$$\tilde{D} = 12[3C_2^2 - C_2C_3]/\tilde{B}^2, \qquad /11/$$

а остальные обозначения - те же, что и в формулах /8а-в/. Из выражений /8/ и /10/ можно сделать следующие заключения:

1/ Зависимость от углового момента I для состояний с нечетными значениями /I = 3, 5, 7 ... n-3/ спина γ-полосы столь же проста, как и у твердого ротатора с постоянным моментом инерции $A = 1/2J_0$.

2/ Величины 2B в /8/ и $2\tilde{B}$ в /10/ имеют смысл частот γ-вибраций в приближении случайных фаз /ПСФ/ без учета ротационных добавок к первому состоянию полосы.

В рассматриваемой модели нарушений SU(3) -симметрии характер зависимости от спина для состояний с четными I обеих полос гораздо более сложен. Для более наглядного истолкования перепишем формулы /8а, 8б/ и /10а, 10б/ в следующем виде:

Случай MI.

$$E^{(+)}(I) = \frac{1}{2J_0}I(I+1) + \frac{1}{J_1}f(I), \qquad /12/$$

где

$$\frac{1}{2J_0} = A = \text{const},$$

$$J_1 = a_0 + a_1\Delta E(I),$$

$$a_0 = -\frac{1}{3NC_2}, \quad a_1 = \left(\frac{1}{6C_2}\right)^2,$$

$$\Delta E(I) = E^{(+)}(I) - \frac{1}{2J_0}I(I+1). \qquad /13/$$

Первый член в правой части выражения /12/ имеет смысл энергии твердого ротатора с моментом инерции J_0, который одинаков для основной и γ-ротационной полос. Второй член, отвечающий за смешивание обеих полос, зависит от энергии через величину $\Delta E(I)$ /13/. Следовательно, рассматриваемая здесь модель MI родственна моделям типа VMI /модель переменного момента инерции/ [5], Харриса [6] и Сафарова-Липаса [7]. Эти модели характеризуются тем, что их можно получить формально, если предположить, что в формуле твердого ротатора $E = \frac{I(I+1)}{2J}$ момент инерции является линейной функцией от ротационной энергии [8], т.е. $J = c_0 + c_1E_I$. Подобное свойство обнаруживается в модели MI /12/, но энергетическая зависимость коэффициента смешивания включает разность "настоящей" энергии E /1/ и энергии твердого ротатора $\frac{I(I+1)}{2J_0}$ /13/.

Случай MII.

В этом случае энергии четных состояний основной и γ-полос записываются в виде:

$$E^{(+)}(I) = \left(\frac{1}{2\tilde{J}_0} + \frac{1}{2\tilde{J}_\Delta}\right) I(I+1) + \frac{\tilde{C}^2}{\tilde{J}_1}[I(I+1)]^2 + \frac{\tilde{D}}{\tilde{J}_1} f(I), \qquad /14/$$

где

$$\frac{1}{2\tilde{J}_0} = \tilde{A} = \text{const}; \quad \frac{1}{2\tilde{J}_\Delta} = \frac{\tilde{C}}{\tilde{J}_1},$$

$$\tilde{J}_1 = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 \left[E^{(+)}(I) - \frac{1}{2\tilde{J}_0} I(I+1)\right],$$

$$a_0 = \frac{2}{\tilde{B}}, \quad a_1 = \left(\frac{1}{\tilde{B}}\right)^2. \qquad /15/$$

Из выражений /14/ и /15/ видно, что модель MII с $C_3 \neq 0$ уже значительно сложнее: во-первых, кроме присутствующего в модели MI члена смешивания основной и γ-полосы здесь появляется и неадиабатический член, пропорциональный квадрату $I(I+1)$; во-вторых, все инерционные параметры зависят от энергии через $\Delta\tilde{E}(I)$, аналогичной /1/ в MI.

В принципе, можно попытаться связать появление отдельных членов в формулах /12/ и /14/ с неадиабатическими эффектами из-за присутствия высших членов по основным динамическим переменным /β и γ/ обобщенной модели. Но, как замечено в /9/, даже в простейших случаях /Сафарова-Липаса, Ейджири/, это довольно формальная процедура, которую мы здесь проводить не будем.

Предварительный анализ формул /12/ и /14/ приводит к некоторым ограничениям, налагаемым на область изменения параметров гамильтониана /2/.

В случае MI, очевидно /см. /8б/, /8в//, что C_1 и C_2 должны быть неотрицательными: $C_2 \sim \omega_\gamma/\omega_\gamma$- вибрационная частота/, а величина A заведомо больше нуля. Эта модификация модели при условии, что $N^2 f(I) \ll 1$, допускает прямое истолкование коэффициентов C_1 и C_2. После разложения подкоренной величины в /12б/ получим:

$$E_\nu^{(+)}(I) \approx \omega_\gamma \delta_{\nu\gamma} + \frac{1}{2J_0} I(I+1) \mp \chi^2 f(I); \ \nu = g, \gamma, \qquad /16/$$

где

$$\omega_\gamma = \frac{12 G_2}{N}, \quad \frac{1}{2J_0} = G_1 - \frac{G_2}{N}, \quad \chi^2 = \frac{BN^2}{2},$$

χ - коэффициент смешивания основной и γ-полосы в обобщенной модели.

В случае модели MII ($C_3 \neq 0$) можно с определенностью предсказать только знак параметра C_3. Исходя из формул /10а, 10б/, заметим, что C_3 определяет разницу между обратными значениями моментов инерции $\tilde{A}$ и A в состояниях с четными и состояниях с нечетными спинами в γ-полосе, соответственно. Поскольку из эксперимента следует, что $\tilde{A} > A$, то C_3 должно быть отрицательным.

Опуская детальное описание процедуры численного анализа коэффициентов гамильтониана /2/ по энергетическим данным, приведем результаты описания для энергий и γ-полосы для 5 ядер: ^{152}Sm, ^{154}Sm, ^{156}Gd, ^{172}Yb, ^{180}Hf на основе моделей MI и MII /*табл. 2*/ с параметрами из *табл. 1*. Экспериментальные данные взяты из /11/.

Как видно из *табл. 2*, точность описания энергий E_g и E_γ для всех 5 ядер в обеих моделях в рамках нескольких *кэВ* /в худших случаях/ и не превышает 10% значения соответствующей энергии. Такая точность вполне соответствует точности, которая получается в модели типа VMI /5/. Настоящая модель имеет, однако, два важных преимущества:

а/ дает единое описание основной и γ-ротационной полосы /в VMI это достигается двумя разными наборами параметров/;

б/ оба варианта, MI и MII, эквивалентны при описании энергий до $I = 8$, но MII дает лучшие предсказания для энергий состояний, не включенных в задачу определения параметров (G_1, G_2, G_3 и n), т.е. для $I \geq 10$, следовательно, МII правильнее отражает неадиабатические эффекты, которые обуславливают ход обеих полос при высших значениях спина.

В заключение авторы выражают свою благодарность Г.Н.Афанасьеву и И.Н. Михайлову за полезные обсуждения и проф. В.Г.Соловьеву за постоянное внимание к работе.

Таблица 1

Численные значения параметров G_1, G_2, G_3 в *кэВ* и квантового числа n в моделях МI и МII

Ядро	МI				МII			
	n	G_1	G_2	G_3	n	G_1	G_2	G_3
I52Sm	34	I00,8	I,26	0	38	-79.5	-I,34	-0.395
I54Sm	64	I27,9	0,9II	0	42	-56,0	-0,852	-0,328
I56Gd	62	I03,4	0,734	0	38	-45,0	-0,8II	-0,326
I72Yb	96	I29,I	0,6I3	0	54	-38,7	-0,490	-0,I79
I80Hf	I22	I07,4	0,382	0	30	-I5,3	-0,525	-0,438

Таблица 2

Энергии основной и γ-ротационной полос, вычисленные с помощью параметров *табл. 1* в моделях МI и МII. Сравнение с экспериментальными данными и предсказания для основной полосы при I = 10 и I = 12.

		основная полоса			γ-ротационная полоса			
I	2	3	4	5	6	7	8	9
Ядро	I	E(exp)	МI	МII	I	E(exp)	МI	МII
I52Sm	2	I2I,78	II2,34	II3,23	2	I085,80	I098,I0	II02,I0
	4	366,44	358,6I	36I,08	3	I233,80	I2I0,40	I2I0,60
	6	706,90	706,60	709,30	4	I37I,60	I382,60	I378,20
	8	II25,60	II28,50	II27,I0	5	–	(I552,00)	(I540,00)
	I0	I609,00	(I6I7,00)	(I607,00)	6	–	(I869,00)	(I853,00)
	I2	2I60,00	(2I78,00)	(2I54,00)				
I54Sm	2	82,0	83,I	8I,8	2	I440,0	I45I,0	I458,0
	4	266,9	270,9	267,9	3	I540,0	I534,0	I536,0
	6	544,3	549,5	547,3	4	I660,3	I653,7	I646,0
	8	903,4	900,8	904,6	5	–	(I785,0)	(I770,0)
	I0	–	(I3I0,0)	(I324,0)	6	–	(I988,0)	(I955,0)
	I2	–	(I769,0)	(I797,0)				
I56Gd	2	89,0	87,2	87,8	2	II54,I	II54,0	II60,0
	4	288,2	285,6	287,3	3	I248,0	I248,0	I244,0
	6	584,7	583,6	586,0	4	I355,3	I364,5	I363,2
	8	965,4	966,5	967,I	5	I506,8	I504,I	I496,9
	I0	I4I6,0	(I422,0)	(I4I6,0)	6	–	(I709,0)	(I698,0)
	I2	I924,0	(I945,0)	(I928,0)				
I72Yb	2	78,7	79,6	78,4	2	I465,7	I469,2	I575,8
	4	260,I	262,5	259,8	3	I549,2	I548,8	I552,I
	6	539,8	542,5	540,5	4	I657,9	I658,7	I655,9
	8	9II,3	9I0,2	9I4,9	5	I792,3	I788,2	I78I,2
	I0	I352,0	(I356,0)	(I376,0)	6	–	(I964,0)	(I943,0)
	I2	I908,0	(I87I,0)	(I9I7,0)				
I80Hf	2	93,2	92,3	93,0	2	II99,8	II96,7	I20I,7
	4	308,6	306,2	308,I	3	I29I,2	I289,0	I289,4
	6	640,8	638,7	640,8	4	I409,0	I4I3,0	I409,0
	8	I083,9	I085,I	I084,2	5	–	(I566,0)	(I553,0)
	I0	–	(I640,0)	(I629,0)	6	–	(I759,0)	(I740,0)
	I2	–	(2297,0)	(2269,0)				

ЛИТЕРАТУРА

1. Афанасьев Г.Н., Аврамов С.Р., Райчев П.П. ЯФ, 1972, 16, с. 53.
2. Райчев П.П. ЯФ, 1972, 16, с. 1171.
3. Райчев П.П., Русев Р.П. ЯФ, 1978, вып. 6, с. 27.
4. Бор А., Мотельсон Б.Р. Структура атомного ядра , т. 2. "Мир", М., 1977.
5. Mariscotti M.A.J., Goldhaber G.S., Buck B. Phys.Rev., 1969, 178, p.1864.
6. Harris S.H. Phys.Rev., 1965, 138B, p.509.
7. а/ Holmberg P., Lipas P.O. Nucl.Phys., 1968, A117, p.552.
   б/ Михайлов И.Н., Наджаков Е., Сафаров Р.Х. ОИЯИ, Р2-866, Дубна, 1966.
8. Караджов Д. Энергии ротационных состояний и влияние спина на неспаренные нуклоны , автореферат диссертации, 4-8342, Дубна, 1977.
9. Джолос Р.В. ОИЯИ, Р4-5982, Дубна, 1971.
10. Михайлов В.М. Известия АН СССР, сер.физ., 1966, т. 30, с. 1334.
11. Григорьев Е.П., Соловьев В.Г. Структура четных деформированных ядер. "Наука", М., 1977.

Рукопись поступила в издательский отдел
3 августа 1978 года.