ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



Р4 - 11577

В.Б.Беляев, Е.Вжеционко, А.Л.Зубарев,
А.П.Подкопаев

# ВАРИАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП ШВИНГЕРА В ЗАДАЧАХ РАССЕЯНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ НА МЕЗОАТОМАХ И АТОМАХ

1978

P4 - 11577

В.Б.Беляев, Е.Вжеционко[2], А.Л.Зубарев[1],
А.П.Подкопаев[1]

# ВАРИАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП ШВИНГЕРА В ЗАДАЧАХ РАССЕЯНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ НА МЕЗОАТОМАХ И АТОМАХ

*Направлено в "Journal of Physics. B".*

[1] Ташкентский государственный университет им. В.И.Ленина.
[2] Институт ядерных исследований, Варшава.

Беляев В.Б. и др. P4 - 11577

Вариационный принцип Швингера в задачах рассеяния заряженных частиц на мезоатомах и атомах

Вариационный принцип Швингера применен к решению задач атомной физики. Используется сепарабельное приближение для гамильтониана связанной подсистемы. Рассчитаны во втором борновском приближении длина $e^+H$ -рассеяния и сечение упругого $p(d\mu)$ -рассеяния.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Belyaev V.B. et al. P4 - 11577

Schwinger Variational Principle in Problems of Charged Particle Scattering on Mesic Atoms and Atoms

The Schwinger variational principle is applied to solution of atomic physics problems. A separable approximation for a Hamiltonian of a bound subsystem is used. The length of $e^+H$ -scattering and the elastic $p(d\mu)$-scattering cross section are calculated in the second Born approximation.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978



## §1. ВВЕДЕНИЕ

Точная постановка задачи о рассеянии в системе нескольких частиц была сформулирована Фаддеевым в 1960 г. /1/. В настоящее время разработан ряд методов решений уравнений Фаддеева, применяемых в ядерной задаче трех тел. Что касается ядерной задачи большего числа частиц, то расчеты, основанные на интегральных уравнениях Фаддеева-Якубовского, для четырех частиц проводились /2/, однако возможность решения этих уравнений для 5,6 и более частиц остается проблематичной.

В задачах атомных столкновений ситуация усложняется, и там результатов, полученных при помощи уравнений Фаддеева значительно меньше. При больших энергиях налетающих частиц проблем нет. Налетающая частица пролетает мимо атома столь быстро, что не успевает значительно изменить состояние атома, и в этой области энергий хорошо работают высокоэнергетические приближения Борна, Ситенко-Глаубера и т.д. Однако наиболее интересной является область низких энергий. Перечислим ряд методов, которые применяются в этом интервале энергий: метод сильной связи и его варианты, вариационные принципы Коона, Хюльтена, Рубинова и их модификации /3/. Однако с развитием вычислительной техники появилась возможность использовать более сложные и точные методы, основанные на вариационном принципе Швингера.

## §2. ВАРИАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП ШВИНГЕРА

Поскольку все рассмотрение основано на эквивалентности вариационного принципа Швингера /ВПШ/ и метода сепарабелизации потенциала, опишем этот метод.

Рассмотрим, вообще говоря, символическое тождество

$$V = VV^{-1}V = \sum_{i,j} V|i\rangle\langle i|V^{-1}|j\rangle\langle j|V, \qquad /1/$$

где $V$ - потенциал; $|i\rangle$, $|j\rangle$ - в общем случае разные полные наборы. Обрывая в /1/ суммирование по полным наборам, получаем сепарабельное приближение[4–6]:

$$V^{(N)} = \sum_{i,j=1}^{N} V|\eta_i\rangle d_{ij}^{(N)}\langle\chi_j|V, \; [d^{-1}]_{ij} = \langle\chi_i|V|\eta_j\rangle. \qquad /2/$$

С потенциалом /2/ задача решается в явном виде, и для наблюдаемых получаем некоторые функционалы от функций $\eta$ и $\chi$. Отметим, что под ВПШ в дальнейшем понимаются стационарные выражения для соответствующих величин, полученные при аппроксимации взаимодействия или его части оператором конечного ранга с последующим точным решением динамических уравнений.

Таким образом, задача решается заменой $V$ на $V^{(N)}$, при этом $|V-V^{(N)}|$ характеризует погрешность, т.е. для ВПШ можно указать критерий точности не только для стационарных величин, но и для волновой функции. Таким образом, по существу имеет место динамический подход.

Отметим, что в литературе имеется два вида функционалов Швингера:

$$f_I(k,k') = -\frac{1}{2\pi}\,\frac{\langle k'|V|\chi_k^{(+)}\rangle\langle\chi_{k'}^{(-)}|V|k\rangle}{\langle\chi_{k'}^{(-)}|(V - VG_0V)|\chi_k^{(+)}\rangle}, \qquad /3/$$

$$f_{II}(k,k') = -\frac{1}{2\pi}[\langle k'|V|\eta_k^{(+)}\rangle + \langle\eta_{k'}^{(-)}|V|k\rangle - \langle\eta_{k'}^{(-)}|(V - VG_0V)|\eta_k^{(+)}\rangle], \qquad /4/$$



где $\eta^{(\pm)}, \chi^{(\pm)}$ - пробные функции, $G_0$ - свободная функция Грина. Функционал /3/ получается из /4/ при определенном выборе $|\eta^{(\pm)}\rangle$. Положим $|\eta_k^{(+)}\rangle = C^{(+)}|\chi_k^{(+)}\rangle$, $|\eta_{k'}^{(-)}\rangle = C_{k'}^{(-)}|\chi_{k'}^{(-)}\rangle$, а коэффициенты $C^{(\pm)}$ определим из уравнений $\partial f_{II}/\partial C^{(\pm)} = 0$. В этом случае $f_{II} = f_I$.

Очевидно, что $f_I$ является решением уравнения Липпмана-Швингера для амплитуды рассеяния с потенциалом /2/, в котором оставлен один член. Таким образом, равенство $f_{II} = f_I$ означает, что приближенное решение задачи, основанное на варьировании функционала /4/ с локальным потенциалом, эквивалентно точному решению уравнения Липпмана-Швингера с нелокальным сепарабельным потенциалом. Из того же равенства ($f_{II} = f_I$) следует стационарность функционала /3/ относительно вариаций пробных функций первого порядка. Покажем теперь на двух примерах стационарность соответствующих функционалов для произвольного $N$ в /2/.

*Парциальная задача двух тел.* Положим в /2/ $N=1$ и $|\eta\rangle = |\chi\rangle = |\eta_\ell\rangle$. Тогда

$$V^{(1)} = V|\eta_\ell\rangle\langle\eta_\ell|V/\langle\eta_\ell|V|\eta_\ell\rangle. \qquad /5/$$

С потенциалом /5/ уравнение

$$\psi_\ell(r) = j_\ell(kr) + \int_0^\infty G_\ell(r,r',E)\,V(r')\psi_\ell(r')dr' \qquad /6/$$

решается в явном виде, и для фазы рассеяния получаем выражение

$$\mathrm{tg}\,\delta_\ell^{(1)} = -\frac{1}{k}\,\frac{(\langle j_\ell|V|\eta_\ell\rangle)^2}{\langle\eta_\ell|(V-VG_\ell V)|\eta_\ell\rangle}, \qquad /7/$$

которое совпадает с вариационным функционалом Швингера. В случае $N$-членной сепарабелизации $|\eta_i\rangle = |\chi_i\rangle = |\eta_\ell^i\rangle$ /6/ также решается:

$$\mathrm{tg}\,\delta_\ell^{(N)} = -\frac{1}{k}\sum_{i,j=1}^{N} \langle j_\ell|V|\eta_\ell^i\rangle C_{ij}^{(N)} \langle j_\ell|V|\eta_\ell^j\rangle ,$$

$$[C^{-1}]_{ij} = \langle \eta_\ell^i|(V - VG_\ell V)|\eta_\ell^j\rangle . \qquad /8/$$

Покажем, что /8/ - вариационный функционал Швингера. Для доказательства выберем пробную функцию в /5/ в виде

$$|\eta_\ell\rangle = \sum_{i=1}^{N} C_i\,|\eta_\ell^i\rangle . \qquad /9/$$

Подставляя /9/ в /7/ и определяя коэффициенты $C_i$ из условия стационарности /7/

$$\partial\,\mathrm{tg}\,\delta_\ell^{(1)}/\partial C_i = 0 , \qquad /10/$$

получаем /8/.

*В случае трехмерной задачи двух тел* положим в /2/

$$|\eta_i\rangle = |\chi_k^{i(+)}\rangle, \quad |\chi_i\rangle = |\chi_{k'}^{i(-)}\rangle . \qquad /11/$$

Подставляя /11/ в уравнение

$$|\psi_k^{(\pm)}\rangle = |k\rangle + G_0^{(\pm)} V|\psi_k^{(\pm)}\rangle ,$$

получаем для амплитуды выражение

$$f^{(N)}(k,k') = -\frac{1}{2\pi}\sum_{i,j=1}^{N} \langle k'|V|\chi_k^{i(+)}\rangle C_{ij}^{(N)} \langle \chi_{k'}^{j(-)}|V|k\rangle ,$$

$$[C_{ij}^{-1}] = \langle \chi_{k'}^{i(-)}|(V - VG_0^{(+)}V)|\chi_k^{j(+)}\rangle . \qquad /12/$$

При $N = 1$ /12/ сводится к ВПШ для амплитуды рассеяния. Следовательно, /12/ стационарно относительно вариаций первого порядка по каждой пробной функции $|\chi^i\rangle$. В самом деле, пусть

$$|\chi_{k'}^{m(-)}\rangle = |\psi_{k'}^{(-)}\rangle + |\delta\psi_{k'}^{(-)}\rangle, \quad |\chi_k^{n(+)}\rangle = |\psi_k^{(+)}\rangle + |\delta\psi_k^{(+)}\rangle ,$$

тогда

$$f^{(N)}(k,k') = f(k,k') - \frac{1}{2\pi}\langle \delta\psi_{k'}^{(-)}|W - W^{(N)}\,)|\delta\psi_k^{(+)}\rangle ,$$

$$W = V - VG_0V .$$

Отметим, что в отличие от парциальной задачи, даже короткодействующий потенциал в общем случае не является вполне непрерывным оператором /например, если $V$ - локальный оператор/. Однако $f^{(N)}$ сходится к $f$, так как $G_0V$ для короткодействующих потенциалов - вполне непрерывный оператор.

### *Многоканальная теория*

Перейдем теперь к системе интегральных уравнений сильной связи

$$|\psi_{k_\nu}^{(\pm)}\rangle = |\phi_{k_\nu}\rangle + \sum_\mu G_{0\nu}^{(\pm)} V_{\nu\mu}\,|\psi_{k_\mu}^{(\pm)}\rangle , \qquad /13/$$

где $|\phi_{k_\nu}\rangle$ - плоская волна во входном канале. Так как

$(V\psi)_\nu = \sum_\mu V_{\nu\mu}\psi_{k_\mu}$, то формула /2/ принимает вид

$$(V^{(N)}\psi)_\nu = \sum_{i,j=1}^{N}\sum_{\mu\ell n} V_{\nu\mu}|\eta_\mu^i\rangle d_{ij}^{(N)}\langle \chi_\ell^j|V_{\ell n}|\psi_{k_n}\rangle ,$$

$$[d^{-1}]_{ij} = \sum_{\nu\mu} \langle \chi_\nu^i|V_{\nu\mu}|\eta_\mu^j\rangle . \qquad /14/$$

Подставляя /14/ в /13/, получаем, например, для амплитуды упругого рассеяния выражение *

$$f^{(N)} = -\frac{1}{2\pi}\sum_{i,j=1}^{N}\sum_{m,\ell,\ell'} \langle k_i'|V_{1m}|\eta_m^i\rangle C_{ij}^{(N)}\langle\chi_\ell^j|V_{\ell\ell'}|\phi_{k_{\ell'}}\rangle,$$

$$[C^{-1}]_{ij} = \sum_{\ell,\ell',\mu}\langle\chi_\ell^i|(V_{\ell\mu} - V_{\ell\ell'}G_{0\ell'}V_{\ell'\mu})|\eta_\mu^j\rangle. \qquad /15/$$

Так же как и в задаче двух тел, можно получить эквивалентность /15/ ВПШ. Предположим, что

$$\eta_m^{i_1} = \psi_{k_m}^{(+)} + \delta\psi_{k_m}^{(+)}, \quad \chi_m^{j_1} = \psi_{k'_m}^{(-)} + \delta\psi_{k'_m}^{(-)}.$$

Тогда /7/

$$f^{(N)}(k,k') = f(k,k') - \frac{1}{2\pi}\sum_{\mu\nu}\langle\delta\psi_{k_\mu}^{(-)}|(W_{\mu\nu} - W_{\mu\nu}^{(N)})|\delta\psi_{k'_\nu}^{(+)}\rangle, \qquad /16/$$

$$W_{\mu\nu} = V_{\mu\nu} - \sum_\ell V_{\mu\ell}G_{0\ell}^{(+)}V_{\ell\nu}.$$

Остановимся более подробно на возможности аппроксимации $V_{ij}$ оператором конечного ранга $V_{ij}^{(N)}$ в многоканальной теории. Для простоты рассмотрим характерный случай задачи трех тел, а именно, упругое рассеяние частицы 1 на связанном состоянии 2-й и 3-й частиц. Тогда

$$V_{ij}(\vec\rho) = \int \psi_i^*(\vec r_{23})\, V(\vec r_{23};\vec\rho)\,\psi_j(\vec r_{23})\, d\vec r_{23}, \qquad /17/$$

здесь

$$V(\vec r_{23},\vec\rho) = V_{12}\left(\left|\vec\rho - \frac{m_3\vec r_{23}}{m_2+m_3}\right|\right) + V_{31}\left(\left|\vec\rho + \frac{m_2\vec r_{23}}{m_2+m_3}\right|\right).$$

Выражение /17/ имеет смысл для всех $\rho$, когда $\psi_i$ либо $\psi_j$ принадлежит дискретному спектру. В этом случае можно заменить оператор $V(\vec r_{23},\vec\rho)$ оператором конечного ранга в пространстве $\vec r_{23}$ и применить вариационный принцип Швингера.

*Метод Паде-аппроксимантов*

Метод Паде-аппроксимантов по константе связи $\lambda$ заключается в том, что амплитуда рассеяния аппроксимируется выражением

$$f^{[N,M]} = \frac{P^{(N)}(\lambda)}{P^{(M)}(\lambda)}, \qquad /18/$$

где $P^{(i)}(\lambda)$ - полином $i$-й степени, а коэффициенты находятся из сравнения с борновским разложением. Построим, например, для трехмерной задачи двух тел $f^{[1,1]}$:

$$\langle\vec k|f^{[1,1]}|\vec k'\rangle = -\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{\langle\vec k'|V|\vec k\rangle\langle\vec k'|V|\vec k\rangle}{\langle\vec k'|V|\vec k\rangle - \langle\vec k'|VG_0V|\vec k\rangle}. \qquad /19/$$

Выражение /19/ совпадает с /3/, если выбрать пробные функции $|\chi_{\vec k}^{(+)}\rangle = |\vec k\rangle$, $|\chi_{\vec k'}^{(-)}\rangle = |\vec k'\rangle$. Таким образом, ВПШ связан с методом аппроксимации Паде /8/.

## §3. ПЕРЕФОРМУЛИРОВКА МЕТОДА СИЛЬНОЙ СВЯЗИ КАНАЛОВ НА ОСНОВЕ ВПШ

В ряде задач возникает ситуация, когда необходимо учитывать большое число закрытых каналов, в том числе и виртуальные переходы в непрерывном спектре. Приме-

* Суммирование по $m,\ell,\ell'$ включает в себя интегрирование по непрерывному спектру.

ром таких задач являются задачи атомной и мезоатомной физики / $e^+H$ - рассеяние, $p(d\mu^-)$ -рассеяние и т.д./. Для теоретического описания систем с большим числом закрытых каналов мы предлагаем применять ВПШ. Перепишем уравнение Шредингера в интегральном виде:

$$|\psi^{(\pm)}> = |\phi> + (E - H_0 - h \pm i\epsilon)^{-1} V |\psi^{(\pm)}> . \qquad /20/$$

Вариационный функционал для задачи /20/ имеет вид

$$f_{ba} = -\frac{1}{2\pi}(<\phi_b|V|\psi_a^{(+)}> + <\psi_b^{(-)}|V|\phi_a> - <\psi_b^{(-)}|V - VG_0V|\psi_a^{(+)}>). \qquad /21/$$

Выбрав в /21/ пробные функции $\psi^{(-)}$ и $\psi^{(+)}$ в виде разложения /2/ $\psi = \Sigma\psi_n|n>$ с $N$ членами и произведя варьирование по $\psi_n$, получаем

$$\sum_{m=1}^{N} V_{nm}|\psi_m> = V_{n1}|\vec{k}_1> + \sum_{m=1}^{N} W_{nm}|\psi_m>,$$

$$W_{nm} = <n|V\frac{1}{E - H_0 - h + i\epsilon}V|m>. \qquad /22/$$

Для иллюстрации положим в /22/ $N=1$, тогда

$$V_{11}|\psi_1> = V_{11}|\vec{k}_1> + W_{11}|\psi_1>, \qquad /23/$$

$$W_{11} = <1|V\frac{1}{E - H_0 - h + i\epsilon}V|1> = \sum_{\ell=1}^{\infty} V_{1\ell}\frac{1}{E - E_\ell - H_0 + i\epsilon}V_{\ell 1}.$$

В /23/ суммирование по $\ell$ включает в себя интегрирование по непрерывному спектру. Таким образом, хотя /22/



и /23/ получены в тех же предположениях /вид пробной функции/, что и стандартный метод сильной связи каналов, ядра полученных нами уравнений учитывают эффективно виртуальные переходы в непрерывном спектре.

Остановимся вкратце на области применимости /22/. Очевидно, что точное решение уравнения /20/ при энергии ниже порога развала /ионизации атома/ является квадратично интегрируемой функцией по переменной $\vec{r}_{23}$. В силу этого мы можем заменить выражение для $V(\vec{\rho}, \vec{r}_{23})$ оператором конечного ранга по переменной $\vec{r}_{23}$, и в соответствии с результатами §2 считать, что имеет место вариационный принцип Швингера, т.е. система уравнений /22/. Таким образом, эти уравнения будут адекватно описывать систему, по крайней мере ниже порога развала.

Для вычисления ядра /22/ необходимо провести суммирование по промежуточным состояниям. С такой проблемой встречаются при расчетах Паде-аппроксимантов, борновских членов и т.д. При больших энергиях суммирование проводят в рамках адиабатического приближения /приближение фиксированных центров/, воспользовавшись условием полноты. Для наших задач подходящим является приближение работы [9]. Суть его в конечномерной аппроксимации $h$. Действительно, если считать $\psi$ по переменной $\vec{r}_{23}$ квадратично-интегрируемой, то $h$ на таких функциях - вполне непрерывный оператор, поэтому в спектральном разложении

$$h = \sum_n E_n|n><n|$$

можно ограничиться конечным числом членов

$$h^{(N)} = \sum_{n=1}^{N} E_n|n><n|, \qquad /24/$$

а затем провести суммирование.

Найдем $W_{11}$ с $h^{(1)}$:

$$W_{11}^{(1)} = <1|V\frac{1}{E - H_0 - h^{(1)} + i\epsilon}V|1> =$$

$$= \sum_n <1|V|n>\frac{\delta_{n1}}{E - H_0 - E_1}<n|V|1> +$$

$$+\sum_n \langle 1|V|n\rangle \frac{1}{E-H_0}(1-\delta_{n1})\langle n|V|1\rangle =$$

$$=\langle 1|V|1\rangle[(E-H_0-E_1)^{-1}-(E-H_0)^{-1}]\langle 1|V|1\rangle+\langle 1|V\frac{1}{E-H_0}V|1\rangle. \qquad /25/$$

Аналогично можно провести суммирование и для $W^{(N)}$. Ясно, что уравнения типа /22/ при отбрасывании неоднородного члена описывают связанные состояния:

$$\sum_{m=1}^{N} V_{nm}|\psi_m\rangle = \sum_{m=1}^{N} W_{nm}|\psi_m\rangle. \qquad /26/$$

## §4. *ЧИСЛЕННЫЕ ПРИМЕРЫ*

а/ Для оценки точности разложения /24/ проведен расчет длины рассеяния позитронов на атоме водорода для модельного случая. Модельность состоит в том, что потенциал взаимодействия позитрона с атомом водорода $V=V_{13}+V_{23}$ заменяется одночленным сепарабельным потенциалом вида

$$V \to V^1 = \frac{V|\chi\rangle\langle\chi|V}{\langle\chi|V|\chi\rangle}, \qquad /27/$$

где $\chi$ есть произведение плоской волны по переменной $\vec{\rho}$ на волновую функцию основного состояния атома водорода. В результате этой замены матричный элемент $V_{ij}(\vec{\rho})$ в формуле /21/ превращается в нелокальный оператор по $\vec{\rho}$ с разделенными индексами. В силу этого уравнения сильной связи каналов легко интегрируются. Такое решение сравнивается с решениями, которые получаются дополнительной аппроксимацией гамильтониана мишени разложением /24/ сначала с одним $(h \to h^{(1)})$, а затем с двумя $(h \to h^{(2)})$ членами. Все расчеты проводились для различного числа учитываемых каналов, которое менялось от 1 до 19.



Как видно из *таблицы*, при каждом фиксированном числе учитываемых каналов имеется быстрая сходимость разложения /24/.

Таблица

Длина $e^+H$-рассеяния с ограниченным числом каналов в ед. $0{,}529 \cdot 10^{-8}$ см.

| Число каналов | точная | $h \to h^{(1)}$ | $h \to h^{(2)}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 0,5607 | 0,5607 | – |
| 2 | 0,5406 | 0,5439 | – |
| 3 | 0,3634 | 0,3923 | 0,3649 |
| 5 | 0,3432 | 0,3708 | 0,3462 |
| 7 | 0,3366 | 0,3635 | 0,3398 |
| 9 | 0,3335 | 0,3601 | 0,3368 |
| 11 | 0,3319 | 0,3582 | 0,3352 |
| 13 | 0,33086 | 0,35701 | 0,33417 |
| 15 | 0,33019 | 0,35624 | 0,33350 |
| 17 | 0,32973 | 0,35571 | 0,33304 |
| 19 | 0,32940 | 0,35533 | 0,33270 |

б/ Рассчитывалась длина $e^+H$-рассеяния во втором борновском приближении. Суммирование по промежуточным состояниям осуществлялось с помощью замены $h$ на $h^{(2)}$ /в $h^{(2)}$ включались 1S- и 2P-состояния/. В результате получилось значение $a=-1{,}8$ а.е., которое хорошо согласуется с расчетами Шварца ($a=-2$ *а.е*) /необходимо отметить, что учет конечного числа каналов не приводит к правильному знаку/.

в/ Исследовалась задача $(p-d\mu)$-рассеяния на основе /23/. Суммирование проводилось на основе замены $h$ на $h^{(2)}$. Для сечения рассеяния при нулевой энергии $\sigma$ получилось значение $\sigma=5{,}7\cdot10^{-21}$ *см*$^2$, которое качественно согласуется с расчетами Пономарева /10/ $\sigma=9\cdot10^{-21}$*см*$^2$.

*ЛИТЕРАТУРА*


1. Фаддеев Л.Д. Труды МИАН СССР, 1963, 69, с.1.
2. Alt E.O., Grossberger P., Sandhas W. Phys.Rev., 1970, 61, p.85; Phys. Rev., 1970, D1, p.2581.
   Kharchenko V.F., Storozhenko S.A., Kuzmichev V.E. Nucl.Phys., 1972, A180, p.609.
   Tjon J.A. Phys.Lett., 1976, 63B, p.391.
3. Гайлитис М.К. УФН, 1975, 116, с.665.
4. Sugar R., Blankenbekler R. Phys.Rev., 1964, 136B, p.472.
5. Fuller R.C. Phys.Rev., 1969, 188, p.1649.
6. Зубарев А.Л. ЭЧАЯ, 1976, 7, с.553.
7. Зубарев А.Л. ЯФ, 1976, 23, с.77.
8. Singh S.R., Stanffer A.D. J.Phys. A, 1975, 8, p.1379.
9. Belyaev V.B., Wrzecionko J. JINR, E2-10668, Dubna, 1977.
10. Матвеенко А.В., Пономарев Л.И., Файфман М.П. ОИЯИ, Р2-8232, Дубна, 1974.



*Рукопись поступила в издательский отдел*
*16 мая 1978 года.*