

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



П-563

31/vii - 78

P4 - 11446

3142/2-78

Л.И.Пономарев, Л.Н.Сомов, М.П.Файфман

ПРОСТОЙ ПОДХОД ДЛЯ ОПИСАНИЯ
СИСТЕМЫ ТРЕХ ТЕЛ В МЕЗОАТОМНОЙ ФИЗИКЕ

1978

Р4 - 11446

Л.И.Пономарев, Л.Н.Сомов, М.П.Файфман

ПРОСТОЙ ПОДХОД ДЛЯ ОПИСАНИЯ
СИСТЕМЫ ТРЕХ ТЕЛ В МЕЗОАТОМНОЙ ФИЗИКЕ

Направлено в ЯФ



Пономарев Л.И. и др.

P4 - 11446

Простой подход для описания системы трех тел в мезоатомной физике

Предложен простой подход, позволяющий получить хорошие результаты в двухуровневом приближении адиабатического метода для задачи трех тел. В этом подходе вычислены энергии связи мезомолекул и различные характеристики процессов рассеяния $p\mu+p$ и $d\mu+d$. Проведено сравнение с предыдущими расчетами.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Ponomarev L.I. et al.

P4 - 11446

A Simple Approach of Two-Level Approximation in the Adiabatic Representation of the Three-Body Problem

A simple approach has been proposed which makes it possible to obtain good results in the two-level approximation of the adiabatic method for the three-body problem. The coupling energy of mesic molecules and various characteristics of $p\mu+p$ and $d\mu+d$ scattering have been calculated. The comparison with previously obtained results has been made.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

К настоящему времени выполнены многочисленные расчеты различных характеристик мезоатомных и мезомолекулярных процессов в смеси изотопов водорода (см., например, обзоры^{/1/}).

Развитый в работах^{/2,3/} метод вычислений состоит в разложении волновой функции системы трех частиц, взаимодействующих по закону Кулона, по волновым функциям задачи двух центров (т.н. адиабатическое представление в задаче трех тел). Как показывают результаты расчетов, для вычисления сечений практически всех процессов упругого и неупругого рассеяния мезоатомов^{/4/}, образования мезомолекул^{/5/} и т.д. с точностью $\sim 10-30\%$ достаточно использовать двухуровневое приближение адиабатического метода, т.е. решить систему двух связанных уравнений^{/3,4/}:

$$\left[\frac{d^2}{dR^2} + 2ME - \frac{J(J+1)}{R^2} \right] \chi_1 = K_{11} \chi_1 + K_{12} \chi_2 + 2Q_{12} \frac{d\chi_2}{dR},$$

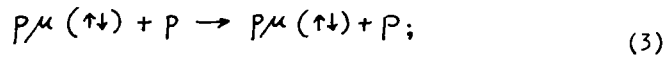
$$\left[\frac{d^2}{dR^2} + 2ME - \frac{J(J+1)}{R^2} \right] \chi_2 = K_{21} \chi_1 + K_{22} \chi_2 + 2Q_{21} \frac{d\chi_1}{dR}, \quad (I)$$

$$M = M_0/m_a, \quad M_0^{-1} = M_a^{-1} + M_e^{-1}, \quad m_a^{-1} = m_\mu^{-1} + M_a^{-1}. \quad (2)$$

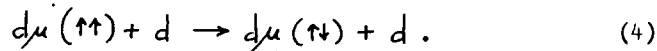
Здесь m_μ и $M_a \geq M_e$ - массы μ -мезона и ядер a и e изотопов водорода соответственно, R - расстояние между ядрами, J - полный орбитальный момент системы трех частиц, $K_{ij} = K_{ij}(R)$ и $Q_{ij} = Q_{ij}(R)$ - эффективные потенциалы, вычисленные с точностью $\sim 10^{-8}$ в работах^{/6/}. Все величины в уравнениях (I) приведены в единицах задачи

(е.з.) $e = \hbar = m_a = 1$, в случаях, оговоренных особо, используются мезоатомные единицы (м.а.е.) $e = \hbar = m_\mu = 1$. Точность двухуровневого приближения в некоторых случаях, однако, недостаточна. К ним, в частности, относятся:

- а) вычисление уровней энергии μ -мезомолекул^{/2/};
- б) вычисление сечения упругого рассеяния мезоатомов $p\mu$ в нижнем состоянии сверхтонкой структуры^{/4/}



- в) вычисление скорости переворота спина в реакции^{/4/}



В упомянутых случаях необходимо расширять систему (I) исходных уравнений, например согласно схеме, изложенной (и частично реализованной) в работах^{/2/}.

В данной работе предлагается простой подход, который позволяет получить разумные результаты для всех упомянутых случаев даже в двухуровневом приближении (I).

2. Используя результаты работ^{/2,7,8/}, можно показать, что для эффективных потенциалов в системе уравнений (I) при $R \rightarrow \infty$ справедливы предельные соотношения

$$K_{ij}(\infty) = Q_{ij}(\infty) = 0, \quad (5)$$

$$(2M)^{-1} K_{11}(\infty) = -\frac{1}{2} e.z. = -\frac{m_a}{2} \text{ м.а.е.} = E_a, \quad (6a)$$

$$(2M)^{-1} K_{22}(\infty) = -\left(\frac{1}{2} + \frac{x}{2M}\right) e.z. = -m_a \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{2M}\right) \text{ м.а.е.},$$

$$x = (M_e - M_a) / (M_e + M_a). \quad (6b)$$

Значение (6a) совпадает с энергией E_a основного состояния изолированного атома μM_a , однако значение (6b) совпадает с энергией E_e атома μM_e лишь с точностью до членов $\sim M^{-1}$ включительно. Расщепление уровней энергии атомов μM_a и μM_e в этом приближении равно:

$$(2M)^{-1} [K_{22}(\infty) - K_{11}(\infty)] = -\frac{x}{2M} e.z. = -m_a \cdot \frac{x}{2M} \text{ м.а.е.} \quad (7)$$

Кроме того, приведенная масса M_0 (4), входящая в уравнение (3), не совпадает с истинными приведенными массами M_a и M_e систем $\mu M_a + M_e$ и $M_a + \mu M_e$ соответственно:

$$M_a^{-1} = (m_\mu + M_a)^{-1} + M_e^{-1},$$

$$M_e^{-1} = M_a^{-1} + (m_\mu + M_e)^{-1}. \quad (8)$$

Для устранения отмеченных недостатков обычного подхода ниже предлагается модификация двухуровневого приближения, состоящая в следующем:

а) в качестве эффективной массы M в уравнении (3) выбирается величина

$$\tilde{M} = M_a / m_a; \quad (9)$$

б) в качестве эффективной величины α выбирается значение $\tilde{\alpha}$, вычисленное из равенства

$$-m_a \frac{\tilde{\alpha}}{2\tilde{M}} = E_\beta - E_a = \frac{m_\mu}{2} \left[\left(1 + \frac{m_\mu}{M_a}\right)^{-1} - \left(1 + \frac{m_\mu}{M_\beta}\right)^{-1} \right]. \quad (10)$$

Оказывается, что эта формальная процедура позволяет достигнуть неожиданно хороших результатов при вычислении различных характеристик мезоатомных и мезомолекулярных процессов, не выходя за рамки двухуровневого приближения.

В таблице I представлены результаты вычисления уровней энергии $\epsilon_{J\nu}$ μ -мезомолекул изотопов водорода тремя способами, при использовании 1) двухуровневого приближения (3), при значениях M и α , соответствующих стандартному адиабатическому представлению (2) и (6в); 2) полной системы уравнений, аналогичных (3), включающей дискретный и непрерывный спектры задачи двух центров^{/2/}, при тех же значениях M и α ; 3) двухуровневого приближения при значениях \tilde{M} и $\tilde{\alpha}$, определенных формулами (9) и (11). Легко видеть, что во всех случаях переход от пары (M, α) к паре $(\tilde{M}, \tilde{\alpha})$ позволяет уже в двухуровневом приближении получить значения $\epsilon_{J\nu}$ примерно с той же точностью, что и значения $\epsilon_{J\nu}$, получаемые из полной системы уравнений для пары (M, α) .

Уровни энергии - $\epsilon_{J\nu}$ (эВ) мезомолекул изотопов водорода

	J = 0		J = 1		J = 2	J = 3
	$\nu = 0$	$\nu = 1$	$\nu = 0$	$\nu = 1$	$\nu = 0$	$\nu = 0$
pp μ	247,31 ^{a)}		101,47			
	253,55 ^{b)}	-	106,18	-	-	-
	252,45 ^{c)}		111,16			
pd μ	215,68		91,34			
	221,49	-	97,90	-	-	-
	220,54		97,18			
pt μ	207,28		92,21			
	213,85	-	100,43	-	-	-
	213,55		98,31			
dd μ	322,68	33,14	224,08	0,64	83,56	
	324,99	35,66	226,29	1,96	85,67	-
	325,08	36,06	228,49	2,33	89,66	
dt μ	317,03	32,20	230,10	-0,47	99,90	
	319,09	34,70	232,25	0,85	102,29	-
	318,73	34,22	232,77	0,58	103,51	
tt μ	361,56	81,60	287,65	43,23	170,95	46,81
	362,89	83,68	288,96	45,02	172,26	48,14
	363,03	84,07	290,22	45,93	174,80	51,28

При вычислениях использованы значения масс частиц $m_\mu = 206,769$; $M_p = 1836,152$; $M_d = 3670,481$; $M_t = 5496,918$ и значение $R_y = 13,60535$ эВ^{/10/}.

- а) Двухуровневое приближение адиабатического метода^{/2/}.
 в) Полная система уравнений адиабатического метода^{/2/}.
 с) Данная работа.

Полученный результат для задачи на собственные значения позволяет надеяться, что задача рассеяния, решаемая в двухуровневом приближении с эффективными потенциалами для пары $(\tilde{M}, \tilde{\alpha})$, значительно ближе к реальности, чем та же задача с теми же потенциалами для пары (M, α) . На рис. 1 представлены результаты вычисления сечений упругого рассеяния (3) при различных значениях приведенной массы \tilde{M} ($\tilde{\alpha} = 0$). Результаты расчетов однозначно указывают на критическую зависимость сечения упругого рассеяния $\rho_{\mu}(\uparrow\downarrow) + \rho$ от эффективной массы \tilde{M} : при изменении \tilde{M} на 10% сечение изменяется на три порядка величины.

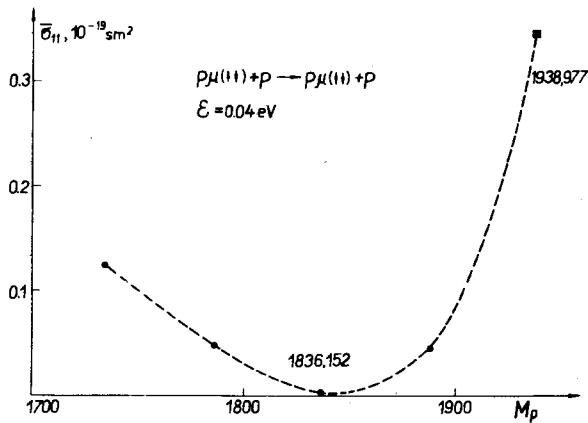


Рис. 1. Сечение $\bar{\sigma}_{11}$ упругого рассеяния (3) при энергии столкновения $E = 0,04$ эВ как функция эффективной массы протона M_p . Физической массе $M_p = 1836,152$ соответствует сечение $\bar{\sigma}_{11} = 1,6 \cdot 10^{-22}$ см².

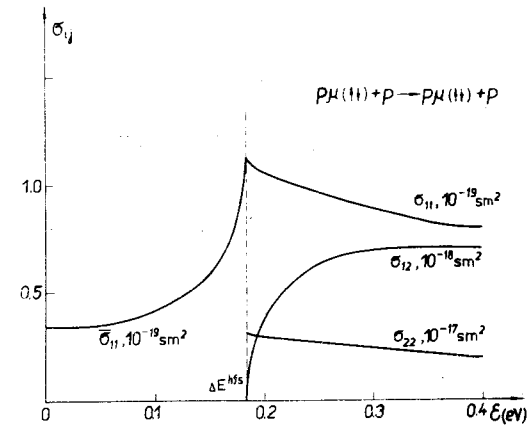


Рис. 2. Сечения σ_{ij} процессов (3) и (II) рассеяния мезоатомов водорода на протонах. Расщепление уровней сверхтонкой структуры $\Delta E^{h^4 s} = 0,163$ эВ.

На рис. 2 представлены результаты вычисления сечений $\bar{\sigma}_{11}$ и σ_{ij} реакций упругого и неупругого рассеяния протонов на мезоатомах водорода при значении $\tilde{M} = 5,203$, вычисленном из соотношения (9):

$$(\bar{\sigma}_{11}) \quad \rho_{\mu}(\uparrow\downarrow) + \rho \rightarrow \rho_{\mu}(\uparrow\downarrow) + \rho, \quad \varepsilon < \Delta E^{h^4 s},$$

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_{11}) \quad \rho_{\mu}(\uparrow\downarrow) + \rho &\rightarrow \rho_{\mu}(\uparrow\downarrow) + \rho \\ (\sigma_{12}) \quad \rho_{\mu}(\uparrow\downarrow) + \rho &\rightarrow \rho_{\mu}(\uparrow\uparrow) + \rho \\ (\sigma_{21}) \quad \rho_{\mu}(\uparrow\uparrow) + \rho &\rightarrow \rho_{\mu}(\uparrow\downarrow) + \rho \\ (\sigma_{22}) \quad \rho_{\mu}(\uparrow\uparrow) + \rho &\rightarrow \rho_{\mu}(\uparrow\uparrow) + \rho \end{aligned} \right\} \varepsilon > \Delta E^{h^4 s} \quad (II)$$

Таблица 2

Сечения и скорости переворота спина для процесса $p\mu + p$ при энергии столкновения $\varepsilon = 0,04$ эВ ниже порога реакций ($\Delta E^{hfs} = 0,183$ эВ) и $\varepsilon' = 0,05$ эВ выше порога^{x)}

σ_{ij}	$M = 4,940$	$\tilde{M} = 5,203$
$\bar{\sigma}_{II}, 10^{-19} \text{ см}^2$	$0,16 \cdot 10^{-2}$	0,35
$\sigma_{II}, 10^{-19} \text{ см}^2$	$0,18 \cdot 10^{-1}$	0,99
$\sigma_{I2}, 10^{-19} \text{ см}^2$	1,9	5,8
$\sigma_{2I}, 10^{-19} \text{ см}^2$	8,9	27
$\sigma_{22}, 10^{-19} \text{ см}^2$	6,2	27
$\lambda, 10^{-13} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$	1,3	3,9
$\Lambda, 10^9 \text{ с}^{-1}$	5,5	17

В таблицах 2 и 3 представлены результаты вычислений сечений $\bar{\sigma}_{ij}$ и σ_{ij} при энергиях столкновения $\varepsilon = 0,04$ эВ и $\varepsilon' = \varepsilon - \Delta E^{hfs} = 0,05$ эВ (ΔE^{hfs} — энергия сверхтонкого расщепления уровней мезоатомов $p\mu$ и $d\mu$) для систем $p\mu + p$ и $d\mu + d$ при значениях M и \tilde{M} , даваемых формулами (2) и (9) соответственно.

x) Скорости переворота спина λ и Λ определены формулами $\lambda = 1/3 \cdot \sigma_{2I} \cdot v$, $\Lambda = \lambda N_0$, где v — относительная скорость столкновения, $N_0 = 4,25 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$ — плотность ядер жидкого водорода.

Таблица 3

Сечения и скорости переворота спина для процесса $d\mu + d$ при энергии столкновения $\varepsilon = 0,04$ эВ ниже порога реакций ($\Delta E^{hfs} = 0,049$ эВ) и $\varepsilon' = 0,05$ эВ выше порога^{x)}

σ_{ij}	$J = 3/2$		$J = 1/2$	
	$M = 9,376$	$\tilde{M} = 9,632$	$M = 9,376$	$\tilde{M} = 9,632$
$\bar{\sigma}_{II}, 10^{-19} \text{ см}^2$	2,4	2,1	1,5	1,4
$\sigma_{II}, 10^{-19} \text{ см}^2$	2,5	2,3	1,6	1,5
$\sigma_{I2}, 10^{-19} \text{ см}^2$	$4,3 \cdot 10^{-2}$	$3,0 \cdot 10^{-2}$	$6,9 \cdot 10^{-2}$	$4,9 \cdot 10^{-2}$
$\sigma_{2I}, 10^{-19} \text{ см}^2$	$8,5 \cdot 10^{-2}$	$6,0 \cdot 10^{-2}$	$14 \cdot 10^{-2}$	$9,6 \cdot 10^{-2}$
$\sigma_{22}, 10^{-19} \text{ см}^2$	1,2	1,2	2,1	1,9
$\lambda, 10^{-13} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$	$2,6 \cdot 10^{-2}$	$1,8 \cdot 10^{-2}$	$4,2 \cdot 10^{-2}$	$2,9 \cdot 10^{-2}$
$\Lambda, 10^9 \text{ с}^{-1}$	0,11	0,78	0,18	0,12

x) Полные сечения $\bar{\sigma}_{ij} = \frac{2}{3} \bar{\sigma}_{ij}(J=3/2) + \frac{1}{3} \bar{\sigma}_{ij}(J=1/2)$ и скорость переворота $\lambda = \frac{1}{3} \lambda(J=3/2) + \frac{1}{6} \lambda(J=1/2)$ вычисляются с учетом статистических весов состояний с различными значениями полного момента J системы трех частиц.

Таблица 4

Длины рассеяния мезоатомов изотопов водорода
(в единицах $a_{\mu} = \hbar^2/m_{\mu}e^2 = 2,56 \cdot 10^{-11}$ см)

Процесс	a_g		a_u	
	M	\tilde{M}	M	\tilde{M}
$p\mu + p$	-13,5	-29,4	3,51	3,51
$d\mu + d$	5,34	4,91	2,98	2,95
$t\mu + t$	-6,72	-8,93	2,25	2,21

В таблице 4 приведены длины рассеяния для реакций типа $p\mu + p \rightarrow p\mu + p$ без учета сверхтонкой структуры мезоатомов.

Проведенное исследование показывает, что выбор пары $(\tilde{M}, \tilde{\alpha})$, определяемой формулами (9) и (10), позволяет уже в двухуровневом приближении получить энергии связи системы трех тел, весьма близкие к истинным.

Весьма правдоподобно, что обсуждаемый подход дает разумные результаты также в задачах рассеяния (3) и (4). Однако окончательное суждение по этому вопросу, равно как и сравнение с экспериментальными результатами^{/9/}, следует отложить до решения многоканальной задачи рассеяния.

В заключение мы выражаем благодарность С.И.Виницкому, И.В.Пузынину, Т.П.Пузыниной, А.В.Сидорову за помощь на различных этапах работы.

Л и т е р а т у р а

1. Я.Б.Зельдович, С.С.Герштейн. УФН, 71, 581 (1960); S.S.Gerstein, L.I.Ponomarev, in "Muon Physics", v. III, Eds. V.Hughes and C.S.Wu, Academic Press, New York, 1975.
2. С.И.Виницкий, Л.И.Пономарев. ЯФ, 20, 576, 1974.
С.И.Виницкий, Л.И.Пономарев. ЖЭТФ, 72, 1670, 1977.
С.И.Виницкий, Л.И.Пономарев, Т.П.Пузынина, И.В.Пузынин, Л.Н.Сомов. Препринт ОИЯИ Р4-10336, Дубна, 1976.
3. А.В.Матвеевко, Л.И.Пономарев. ТМФ, 12, 64, 1972.
М.П.Файфман. ЯФ, 26, 434, 1977.
4. Матвеевко А.В., Пономарев Л.И. ЖЭТФ, 59, 1593, 1970.
Матвеевко А.В., Пономарев Л.И., Файфман М.П. ЖЭТФ, 68, 437, 1975.
5. Пономарев Л.И., Файфман М.П. ЖЭТФ, 71, 1689, 1977.
6. G.Hunter, V.F.Gray, H.O.Prichard. J.Chem. Phys., 45, 3806, 1966;
Л.И.Пономарев, Т.П.Пузынина. Препринт ОИЯИ, Р4-5040, Дубна, 1970;
Л.И.Пономарев, Т.П.Пузынина, Н.Ф.Трускова. Препринт ОИЯИ Р4-11175, Дубна, 1977.
7. M.P.Faifman, L.I.Ponomarev, S.I.Vinitsky. J.Phys. B9, 2255 (1976).
8. С.И.Виницкий, Л.И.Пономарев. Препринт ОИЯИ Р4-11332, Дубна, 1978.
9. В.П.Дзелепов, П.Ф.Ермолов, В.В.Фильченков. ЖЭТФ, 49, 393 (1965);

A.Alberigi, Quarante, A.Bertin, G.Matone, F.Palmonari,
A.Placchi, P.Dalpiatz, G.Torelli, E.Zavattini.
Nuovo Cimento, 47E, 72, 1967.

10. E.R.Cohen, B.N.Taylor. J.Phys. Chem. Ref.Data, 2, 663,
1973.

Рукопись поступила в издательский отдел
4 апреля 1978 года.