ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р4 - 11424

И.Н.Михайлов

КОЛЛЕКТИВНАЯ МОДЕЛЬ ЯДРА ПРИ БОЛЬШИХ УГЛОВЫХ МОМЕНТАХ (ОБЩАЯ ФОРМУЛИРОВКА)

1978

P4 - 11424

И.Н.Михайлов

КОЛЛЕКТИВНАЯ МОДЕЛЬ ЯДРА ПРИ БОЛЬШИХ УГЛОВЫХ МОМЕНТАХ (ОБЩАЯ ФОРМУЛИРОВКА)

Направлено на семинар, организуемый Институтом ядерных исследований /г. Юлих, ФРГ, 1978/.

Михайлов И.Н.

P4 - 11424

Коллективная модель ядра при больших угловых моментах
(Общая формулировка)

Показано, что состояния атомных ядер при больших угловых моментах можно нумеровать асимптотическим квантовым числом ("сигнатурой"), характеризующим фазу, приобретаемую внутренней волновой функцией при поворотах внутренней системы координат на угол π вокруг самой длинной оси тензора инерции. Получены асимптотические оценки для матричных элементов $E(\lambda)$ мультипольных операторов. Обсуждается структура спектра при больших угловых моментах.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Mikhailov I.N.

P4 - 11424

Collective Nuclear Model at High Angular Momenta
(General Formulation)

It is shown that the states with large angular momenta in the vicinity of the yrast line may be classified by an asymptotic quantum number (signature) giving the phase which the intrinsic wave-function aquires when the body-fixed frame is rotated through the angle π around the axis of maximal inertia. The asymptotic expressions for the matrix elements of $E(\lambda)$ operators are given. The pattern of spectrum at large angular momenta is discussed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

1.Введение

Увеличение углового момента сопровождается изменениями в распределении ядерного вещества. Изменения становятся заметными задолго до того, как величина углового момента достигает критического значения, при котором ядро разрывается центробежными силами на части или претерпевает быстрое деление /1/. Это, в свою очередь, вызывает изменения в ядерном самосогласованном поле и в характере связи отдельных нуклонов с полем. Таким образом, свойства симметрии и структура спектра вращающихся ядер могут отличаться от установленных при изучении ядерных состояний с небольшими угловыми моментами. Расчеты самосогласованного поля в модели принудительного вращения подтверждают высказанное предположение: ядра при вращении теряют аксиальную симметрию, и угловые моменты наиболее слабо связанных нуклонов оказываются "выстроенными" вдоль оси коллективного вращения /2,3/. Из-за этого теряется симметрия самосогласованного поля по отношению к временному отражению, а также по отношению к операциям поворотов на угол π вокруг главных осей тензора инерции /т.е. по отношению к операциям D_2 группы симметрии коллективной модели Бора/. Впрочем, в самосогласованной модели принудительного вращения сохраняется симметрия поля относительно элемента D_2-группы, описывающего повороты вокруг оси вращения. Квантовое число, характеризующее симметрию решений модели принудительного вращения относительно данного преобразования принято называть "сигнатурой" /4/ . В работах /5,6/ показано, что "сигнатура" определяет свойства не только квазичастичных, но и коллективизированных состояний ядер, если такие состояния определять в подходах, родственных методу случайной фазы. Однако следствия сохранения такой симметрии поля не могут быть проанализированы в модели принудительного вращения без привлечения посторонних для этой модели соображений. Ввиду этого правила отбора по значению сигнатуры, обсуждаемые, например, в работах [5,6], не являются вполне обоснованными.

В данной работе симметрия вращающихся ядер изучается в духе коллективной модели О. Бора[7] на основе представления этой модели, данного в обзоре[8]. Показано, что сохранение сигнатуры имеет естественное объяснение в рамках коллективной модели. При реалистических условиях подобная симметрия возникает как асимптотическая характеристика состояний с большими угловыми моментами и сохраняется с тем большей точностью, чем больше величина углового момента. Правила отбора, установленные ранее /см. например,[5,6] /, подтверждены для состояний с определенной сигнатурой. В работе обсуждается характер спектра быстровращающихся ядер и вероятности $E\lambda$ -переходов.

2. Ядерный гамильтониан и коллективные угловые переменные

Можно ожидать, что во вращающихся ядрах распределение ядерного вещества не имеет сферической симметрии. Когда угловые моменты велики, в состояниях ираст-полосы большинства ядер мультипольные и, в частности, квадрупольные моменты распределения массы и заряда, по-видимому, испытывают малые колебания относительно ненулевых средних значений. Тогда пять компонент квадрупольного тензора заряда /массы/ $\mathfrak{M}(E2,\mu)$ ($\mu = 0, \pm 1, \pm 2$) можно рассматривать как пять коллективных координат, определяющих квадрупольную деформацию ядерной поверхности, а также ориентацию ядра в лабораторной системе координат. Другими словами, аргументы, лежащие в основе коллективной модели Бора, сформулированной для деформированных ядер, при больших значениях углового момента могут оказаться справедливыми для значительно более широкого круга ядер.

Следуя [8], запишем

$$\mathfrak{M}(E2,\mu) = \frac{3}{4\pi} Z e R^2 \beta \{\cos\gamma\, D^2_{\mu 0}(\Omega) + \frac{\sin\gamma}{\sqrt{2}} (D^2_{\mu 2}(\Omega) + D^2_{\mu -2}(\Omega))\}, \qquad /1/$$

где R, β, γ ($R>0, \beta>0, 0 \le \gamma \le \frac{\pi}{3}$) представляют собой ротационно-инвариантные координаты, средние значения которых определяют линейные размеры и квадрупольную деформацию ядерной поверхности, и, наконец, $\Omega = \phi, \theta, \psi$ - три угла Эйлера поворота, совмещающего лабораторную систему с внутренней. Мы используем определение D -функций, принятое в монографии[7], и обозначаем: $\hat{J}_x$, $\hat{J}_y$, $\hat{J}_z$ - проекции углового момента на лабораторные оси; $\hat{I}_1$, $\hat{I}_2$, $\hat{I}_3$ - проекции углового момента на внутренние оси.

Волновую функцию ядра Ψ можно написать в переменных Ω и ротационно-инвариантных переменных ξ, включающих R, β и γ. Конкретный вид переменных ξ не будет важен для выводов данной работы. Соответственно ядерный гамильтониан можно преобразовать так, чтобы определить его действие в пространстве введенных переменных. Если при больших угловых моментах эффекты тензорных сил и сил, зависящих от скорости, не отличаются очень сильно от таковых при небольших I, то для гамильтониана можно записать выражение, справедливое для любой нерелятивистской системы:

$$\hat{H} = \hat{h}(\xi) + \sum_{i=1}^{3} \{ \hat{A}_i(\xi)\hat{I}_i^2 + B_i(\xi)\hat{I}_i \} + \hat{C}_1(\xi)(\hat{I}_2\hat{I}_3 + \hat{I}_3\hat{I}_2) +$$

$$+ \hat{C}_2(\xi)(\hat{I}_3\hat{I}_1 + \hat{I}_1\hat{I}_3) + \hat{C}_3(\xi)(\hat{I}_1\hat{I}_2 + \hat{I}_2\hat{I}_1), \qquad /2/$$

где $\hat{A}(\xi)$, $\hat{B}(\xi)$, $\hat{C}(\xi)$ и $\hat{h}(\xi)$ действуют во внутреннем координатном пространстве.

Для последующего существенно отметить, что формула /1/ не однозначно определяет углы Эйлера, поскольку правая часть в формуле /1/ инвариантна по отношению к преобразованиям точечной группы D_2, включающей элементы $R_e^{(k)} = \exp\{i\pi\hat{I}_k\}$ ($k=1,2,3$). Отсюда следует, что каждому набору координат нуклонов ядра соответствуют различные наборы координат Ω и ξ. Пускай Ω, ξ и Ω', ξ' $(\Omega' = \hat{R}_e^{(k)}\Omega, \xi' = \hat{R}_i^{(k)}\xi)$ - два таких набора переменных. Поскольку гамильтониан $\hat{H}$ и волновая функция системы однозначно определены в пространстве координат индивидуальных нуклонов, операции $\hat{R}_e^{(k)}$ $\hat{R}_i^{(k)}$ должны оставлять эти величины неизменными:

$$\hat{R}^{(k)^{-1}}\hat{H}\hat{R}^{(k)} = \hat{H}\,, \qquad /3/$$

$$\hat{R}^{(k)^{-1}}\Psi = \Psi\,, \qquad /4/$$

$$\hat{R}^{(k)} = \hat{R}_e^{(k)}\cdot\hat{R}_i^{(k)}. \qquad /5/$$

Уравнения /3/-/5/ имеют кинематическую природу и следуют из определения угловых и внутренних переменных. Поэтому они справедливы при любом взаимодействии между нуклонами. Они определяют симметрию решений уравнения Шредингера в случае, когда вращательное и внутреннее движения разделяются. Следствием уравнений /3/-/5/ является так называемая r-симметрия, имеющаяся в коллективной модели деформированных ядер Бора [7], которую можно рассматривать как некоторое нулевое приближение к рассматриваемой здесь задаче [8]. Однако поправки к адиабатической коллективной модели быстро возрастают с угловым моментом, и волновые функции стационарных состояний при больших I становятся сложными комбинациями адиабатических компонент. Для изучения структуры ядра в области больших

угловых моментов коллективную модель следует соответствующим образом модифицировать.

3. Коллективная модель в области больших угловых моментов

Когда угловой момент велик, естественно использовать при построении теории соображения квазиклассического характера. Именно, можно предположить, что в состояниях ираст-полосы угловой момент имеет достаточно определенную ориентацию во внутренней системе координат. Именно в таких условиях достигается равновесие макроскопических вращающихся тел. Если ядра подобны в этом отношении макроскопическим телам и если вращение влияет на распределение ядерного вещества, естественно включить кинетическую энергию стационарного вращения в определение внутренней энергии вращающегося ядра. Формально это достигается усреднением гамильтониана /2/ по когерентным ротационным функциям [9,10], как это предложено в работах [6,8]. Когерентными функциями являются

$$u_{IM,0}^{(0)}(\Omega;\Theta,\Phi) = \left(\frac{2I+1}{8\pi^2}\right)^{1/2}\sum_{K=-I}^{I} D_{MK}^{I}(\Omega)D_{KI}^{I}(\Phi,\Theta,0). \qquad /6/$$

Они зависят от коллективных углов Ω, а также от двух угловых параметров $0 \le \Theta \le \pi$, $0 \le \Phi \le 2\pi$, определяющих проекции углового момента во внутренней системе:

$$<\hat{I}_i> \equiv \int d\Omega\, u_{IM,0}^{(0)*}(\Omega;\Theta,\Phi)\hat{I}_i\cdot u_{IM,0}^{(0)}(\Omega;\Theta,\Phi) = I\cdot n_i\,, \qquad /7/$$

где

$$n_1 = \cos\Phi\sin\Theta\,,\quad n_2 = \sin\Phi\sin\Theta\,,$$
$$n_3 = \cos\Theta\,,\qquad n_1^2+n_2^2+n_3^2 = 1\,. \qquad /8/$$

Очевидно, формула /6/ определяет собственную функцию операторов углового момента в лабораторной системе координат $\hat{J}^2, \hat{J}_z$. Когерентные функции являются собственными также и для операторов $\hat{I}^2 = \hat{J}^2$ и $\hat{I}\cdot n \equiv \sum_i \hat{I}_i n_i$, где единичный вектор n определен формулой /8/. Когерентную функцию можно записать в виде

$$u^{(0)}_{IM,0}(\Omega;\Theta,\Phi) = \left(\frac{2I+1}{8\pi^2}\right)^{1/2} D^I_{MI}(\tilde{\Omega}), \qquad /9/$$

вводя $\tilde{\Omega}$ - углы поворота, являющегося комбинацией поворотов $\hat{R}(\Phi,\Theta,0) = e^{-i\Phi\hat{I}_3} e^{-i\Theta\hat{I}_2}$ и $\hat{R}(\Omega) = e^{-i\phi\hat{I}_3} e^{-i\theta\hat{I}_2} e^{-i\psi\hat{I}_3}$. Наконец, следует упомянуть, что функции /6/ минимизируют соотношения неопределенности для угловых моментов $\hat{I}_1$, $\hat{I}_2$, $\hat{I}_3$ и поэтому их можно использовать как математическое средство анализа квазиклассической ситуации.

Найдем теперь выражение, получающееся при усреднении гамильтониана /2/ по когерентным функциями /6/. Поскольку $u^{(0)}_{IM,0}$ не зависит от внутренних переменных, член $h(\xi)$ и инерциальные параметры A_i, B_i, C_i в формуле /2/ остаются неизменными при усреднении по когерентным функциям. Таким образом, получаем

$$H_\xi = \langle\hat{H}\rangle_{\text{coherent}} = \hat{h}(\xi) + \sum_{i=1}^{3}\{\hat{A}_i(\xi)\langle I_i^2\rangle + \hat{B}_i(\xi)\langle I_i\rangle - \hat{C}_i(\xi)\langle I_k I_\ell + I_\ell I_k\rangle\}, \qquad /10/$$

причем средние значения $\langle\hat{I}_i\rangle$ определены формулами /7/, /8/ и

$$\langle\hat{I}_i^2\rangle = I\left(I-\frac{1}{2}\right)n_i^2 + \frac{I}{2},$$
$$\langle\hat{I}_i\hat{I}_j + \hat{I}_j\hat{I}_i\rangle = 2I\left(I-\frac{1}{2}\right)n_i n_j . \qquad /11/$$

Оператор $\hat{H}_\xi$ действует в пространстве внутренних переменных, из которого исключены 3 угла Эйлера Ω. Однако он содержит три параметра: I, Θ, Φ.

Введем в рассмотрение собственные функции и энергии гамильтониана $\hat{H}^I_\xi$:

$$\hat{H}^I_\xi \Phi^I_\alpha(\xi) = E_\alpha \Phi^I_\alpha(\xi). \qquad /12/$$

Все величины в формуле /12/ зависят от I, Θ, Φ. Для описания спиновой зависимости структуры ядер следует знать решение уравнения /12/ для различных значений I. Выбор параметров Θ и Φ будет сделан позднее.

Пускай E^I_0 и $\Phi^I_0(\xi)$ представляют нижайшее по энергии решение уравнения /12/ при фиксированных значениях I, Θ, Φ. Следующий оператор может быть введен теперь для описания прецессионного движения ядра:

$$H^I_{prec} = \int d\xi\, \Phi^{I}_0{}^*(\xi)(\hat{H} - \hat{H}^I_\xi)\Phi^I_0(\xi) =$$
$$= \sum_i \{a^I_i(\hat{I}_i^2 - \langle\hat{I}_i^2\rangle) + b^I_i(\hat{I}_i - \langle\hat{I}_i\rangle) + c^I_i[(\hat{I}_k\hat{I}_\ell + \hat{I}_\ell\hat{I}_k) - \langle\hat{I}_k\hat{I}_\ell + \hat{I}_\ell\hat{I}_k\rangle]\}, \qquad /13/$$

где

$$a^I_i = \int d\xi\,\Phi^{I}_0{}^*(\xi)\hat{A}_i(\xi)\Phi^I_0(\xi),$$
$$b^I_i = \int d\xi\,\Phi^{I}_0{}^*(\xi)\hat{B}_i(\xi)\Phi^I_0(\xi), \qquad /14/$$
$$c^I_i = \int d\xi\,\Phi^{I}_0{}^*(\xi)\hat{C}_i(\xi)\Phi^I_0(\xi).$$

Гамильтониан $\hat{H}^I_{prec}$ действует в пространстве углов Эйлера и зависит от параметров, введенных ранее (I,Θ,Φ). Собственные функции и энергии $\hat{H}_{prec}$ определим следующим образом:

$$H^I_{prec}\ u_{IM,n}(\Omega)=\epsilon^I_n u_{IM,n}(\Omega),$$
$$n=0,1,2,\ldots 2I. \qquad /15/$$

Гамильтониан $\hat{H}^I_{prec}$ обладает центральной симметрией, решения уравнения /15/ являются собственными функциями операторов $\hat{J}^2$, $\hat{J}_z$. Физический смысл имеют лишь те решения /15/, для которых

$$\hat{J}^2 u_{IM,n}=I(I+1)u_{IM,n}, \qquad /16/$$

причем значение I в формуле /16/ совпадает с использованным ранее при определении $\hat{H}^I_\xi$ и $\hat{H}^I_{prec}$.

Полный гамильтониан в формуле /2/ может быть записан в виде суммы

$$\hat{H}=\hat{H}^I_\xi+\hat{H}^I_{prec}+\hat{H}^I_{coupl}, \qquad /17/$$

где член связи $\hat{H}^I_{coupl.}$ имеет вид

$$H^I_{coupl}=\sum_i\{(\hat{A}_i-a^I_i)(\hat{I}^2_i-\langle I^2_i\rangle)+(\hat{B}_i-b^I_i)(\hat{I}_i-\langle I_i\rangle)$$
$$+(\hat{C}_i-c^I_i)[(\hat{I}_k\hat{I}_\ell+\hat{I}_\ell\hat{I}_k)-\langle\hat{I}_k\hat{I}_\ell+\hat{I}_\ell\hat{I}_k\rangle]\}. \qquad /18/$$

Для волновых функций ядра можно использовать разложение

$$\Psi_{IM,\nu}=\sum_{\alpha,n}C^{I,\nu}_{\alpha n}\ u_{IM,n}(\Omega)\,\Phi^I_\alpha(\xi). \qquad /19/$$

В соответствии с определением $\hat{H}^I_{coupl}$ в формулах /17/, /18/ среднее значение полного гамильтониана /2/ в состоянии с факторизованной функцией

$$\Psi_{IM,0}\equiv u_{IM,0}(\Omega)\,\Phi^I_0(\xi) \qquad /20/$$

равно

$$\langle\Psi_{IM,0}|\hat{H}|\Psi_{IM,0}\rangle=E^I_0+\epsilon^I_0\geq E^I_{yrast}. \qquad /21/$$

В /21/ E^I_{yrast} обозначает нижайшее собственное значение $\hat{H}$ при заданном угловом моменте I, а неравенство следует из общего вариационного принципа.

Параметры Θ и Φ можно выбрать так, чтобы среднее в формуле /21/ являлось наилучшим приближением к E^I_{yrast}, т.е. так, чтобы выражение $E^I_0+\epsilon^I_0$ обратилось в минимум при фиксированном I. Можно ожидать, что факторизованная функция /20/, соответствующая таким значениям Θ и Φ, является наилучшим приближением к волновой функции состояния ираст-полосы и что связь между различными членами в разложении /19/ для нижайших состояний в окрестности ираст-полосы при этом минимальна.

Необходимые условия минимума для $E^I_0+\epsilon^I_0$ выражаются уравнениями

$$\langle\Psi_{IM,0}|\frac{\partial}{\partial\Phi}(H^I_\xi+H^I_{prec})|\Psi_{IM,0}\rangle=0,$$
$$\langle\Psi_{IM,0}|\frac{\partial}{\partial\Theta}(H^I_\xi+H^I_{prec})|\Psi_{IM,0}\rangle=0. \qquad /22/$$

В следующем разделе мы покажем, что специальное решение уравнения /22/ можно установить в важном частном случае, изучив свойства симметрии H^I_ξ и H^I_{prec}.

4. Решение уравнения /22/ в частном случае, когда $\hat{C}_i=0$

Явное выражение для оператора кинетической энергии системы многих тождественных фермионов, позволяющее проанализировать формулу /2/, приведено в работах [11,12]. Существенным обстоятельством оказывается отсутствие членов вида $\hat{C}_i(\hat{I}_k\hat{I}_\ell+\hat{I}_\ell\hat{I}_k)$ $(i\neq k,\ell,\ k\neq\ell)$. Подобные члены отсутствуют и в феноменологических моделях, в которых коллективная кинетическая энергия вращения имеет вид

$$\hat{T}_{rot}=\sum_{i=1}^{3}A_i(\hat{I}_i-\hat{j}_i)^2, \qquad /23/$$

причем $\hat{j}_i$ суть операторы внутреннего углового момента квазичастиц и/или фононов [13]. На этих основаниях мы полагаем в формуле /2/ $\hat{C}_i(\xi)=0$ всюду в дальнейшем.

Естественно предположить, что ось максимальной инерции совпадает с одной из главных осей квадруполоида массы ядра, скажем, с осью 1. Из квазиклассических соображений следует, что в состоянии ираст-полосы $<I_i>=I$, т.е. что для величины Θ, Φ, n_i в формулах /6/, /7/ имеем

$$\Theta=\frac{\pi}{2}, \quad \Phi=0, \quad \bar{n}=(1,0,0). \qquad /24а/$$

Здесь мы покажем, что уравнения /22/ выполняются, если Θ и Φ удовлетворяют уравнениям /24а/, или если

$$\Theta=\frac{\pi}{2}, \; \Phi=\frac{\pi}{2}, \quad \vec{n}=(0,1,0), \qquad /24б/$$

$$\Theta=0, \quad \vec{n}=(0,0,1). \qquad /24в/$$

Если выполняются уравнения /24а/, то

$$\hat{H}^I_\xi=\hat{h}+\hat{A}_1 I^2+\frac{I}{2}(\hat{A}_2+\hat{A}_3)+\hat{B}_1 I \;. \qquad /25/$$

Этот гамильтониан инвариантен по отношению к преобразованию $R_i^{(1)}$, определенному в формулах /3-5/:

$$R_i^{(1)-1}\;\hat{H}^I_\xi R_i^{(1)}=\hat{H}^I_\xi \;. \qquad /26/$$

Следовательно,

$$R_i^{(1)}\Phi^I_\alpha(\xi)=\sigma_\alpha\Phi^I_\alpha(\xi), \quad |\sigma_\alpha|=1. \qquad /27/$$

Из формулы /27/ следуют соотношения для величин в b^I_i в формулах /13/, /14/:

$$b^I_2=b^I_3=0, \qquad /28/$$

так что

$$\hat{H}^I_{prec}=a^I_1(\hat{I}^2-I^2)+\frac{1}{2}(a^I_2+a^I_3)(\hat{I}^2_2+I^2_3-I)$$

$$+\frac{1}{2}(a^I_2-a^I_3)(\hat{I}^2_2-\hat{I}^2_3)+b^I_1(\hat{I}_1-I). \qquad /29/$$

Соотношения, аналогичные формулам /26/, /27/, выполняются и для H^I_{prec}, $u_{IM,n}$:

$$\hat{R}_e^{(1)-1}\hat{H}_{prec}\hat{R}_e^{(1)}=H^I_{prec}, \qquad /30/$$

$$\hat{R}_e^{(1)}u_{IM,n}=\sigma_n u_{IM,n} \;. \qquad /31/$$

Из формулы /31/ получаем

$$\int d\Omega\, u^*_{IM,n}\,\hat{I}_{2(3)}u_{IM,n}\equiv<\hat{I}_{2(3)}>_n=0. \qquad /32/$$

Возвращаясь к уравнениям /22/, находим

$$\left(\frac{\partial H^I_\xi}{\partial\Phi}\right)_{\Phi=0,\Theta=\frac{\pi}{2}}=I\cdot\hat{B}_2\;; \quad \left(\frac{\partial H^I_\xi}{\partial\Theta}\right)_{\Phi=0,\Theta=\frac{\pi}{2}}=-I\cdot\hat{B}_3 \;.$$

Из формулы /28/ с очевидностью следует

$$\frac{\partial E^I_0}{\partial\Phi}=\frac{\partial E^I_0}{\partial\Theta}=0. \qquad /33/$$

Используя формулы /7/, /8/, /11/ и /28/, находим

$$\frac{\partial\epsilon^I_{prec}}{\partial\Phi(\Theta)}=\Sigma\left\{\frac{\partial a_i}{\partial\Phi(\Theta)}\cdot(<\hat{I}^2_i>_{n=0}-<I^2_i>)\right\}+$$

$$+\frac{\partial b_1}{\partial\Phi(\Theta)}(<I_1>_{n=0}-I). \qquad /34/$$

Для определения производных $\frac{\partial a_i}{\partial \Phi(\Theta)}$, $\frac{\partial b}{\partial \Phi(\Theta)}$ следует найти выражения для соответствующих производных от волновой функции $\Phi_0(\xi)$:

$$\left(\frac{\partial \Phi_0^I(\xi)}{\partial \Phi}\right)_{\Phi=0,\Theta=\frac{\pi}{2}} = -I \sum_{\alpha\neq 0} \Phi_\alpha(\xi) \frac{(\hat{B}_2)_{\alpha,0}}{E_\alpha^I - E_0^I},$$

$$\left(\frac{\partial \Phi_0^I(\xi)}{\partial \Theta}\right)_{\Phi=0,\Theta=\frac{\pi}{2}} = -I \sum_{\alpha\neq 0} \Phi_\alpha(\xi) \frac{(\hat{B}_3)_{\alpha,0}}{E_\alpha^I - E_0^I}. \qquad /35/$$

Рассмотрим выражение

$$\left(\frac{\partial a_i}{\partial \Phi}\right)_{\Phi=0,\Theta=\frac{\pi}{2}} = \int d\xi \left(\frac{\partial \Phi_0^{I*}(\xi)}{\partial \Phi} \hat{A}_i \Phi_0^I(\xi) + \right. \qquad /36/$$

$$\left. + \Phi_0^{I*}(\xi) \hat{A}_i \frac{\partial \Phi_0^I(\xi)}{\partial \Phi}\right) = -2 I \operatorname{Re} \sum_{\alpha\neq 0} \frac{(\hat{A}_i)_{\alpha 0} (\hat{B}_2)_{\alpha 0}}{E_\alpha^I - E_0^I}.$$

Вращение $\hat{R}_i^{(1)}$ по-разному преобразует операторы $\hat{A}_i$ и $\hat{B}_j$ $(j=2,3)$. Поэтому два оператора в формуле /36/ не имеют общих отличных от нуля матричных элементов. Следовательно,

$$\left(\frac{\partial a_i^I}{\partial \Phi}\right)_{\Phi=0,\Theta=\frac{\pi}{2}} = 0. \qquad /37/$$

Таким же образом убеждаемся, что остальные производные в формуле /34/ также обращаются в нуль. Приведенные аргументы доказывают, что энергия $E_0^I + \epsilon_0^I$ стационарна по отношению к малым вариациям углов Φ, Θ, когда коллективный угловой момент направлен вдоль первой собственной оси тензора квадрупольного момента массы. Подобные аргументы легко повторить и в случаях /24б и в/, когда направление углового

момента совпадает со второй или третьей осью квадрупольного момента. В дальнейшем мы полагаем, что абсолютный минимум для $E_0^I + \epsilon_0^I$ достигается при выполнении уравнения /24а/.

5. *Спектр* $\hat{H}^I_{prec}$ *при* $I \gg 1$

Диагонализация $\hat{H}^I_{prec}$ в формуле /29/ может быть выполнена с любой желаемой точностью численными методами для всех значений I, представляющих интерес в ядерной физике. Однако для целей данной работы удобнее воспользоваться приближенной процедурой, приводящей к правильным результатам в квазиклассических условиях.

Следуя [14], запишем операторы углового момента $\hat{I}_i$ в бозонном представлении Холстейна-Примакова:

$$\hat{I}_1 = I - b^+ b,$$

$$\hat{I}_+ = \hat{I}_2 + i\hat{I}_3 = -b^+\sqrt{2I - b^+ b}, \qquad /38/$$

$$\hat{I}_- = \hat{I}_2 - i\hat{I}_3 = -\sqrt{2I - b^+ b}\, b.$$

Когерентная функция /6/ при $\Phi = 0$, $\Theta = \frac{\pi}{2}$ является вакуумом по отношению к b-бозонам:

$$b\, a^{(0)}_{IM,0} = 0. \qquad /39/$$

Гамильтониан $\hat{H}^I_{prec}$ запишем в виде

$$\hat{H}^I_{prec} = I\{[(a_2^I + a_3^I)\hat{F}_1 - 2a_1^I \hat{F}_1 - 2\beta^I] b^+ b +$$

$$+ \frac{a_2^I - a_3^I}{2} [\hat{F}_2 b^2 + (b^+)^2 \hat{F}_2]\}, \qquad /40/$$

где

$$\hat{F}_1 = 1 - \frac{1}{2I} b^+ b\,, \qquad \hat{F}_2 = 1 - \frac{1}{2I} b^+ b\,,$$

$$\hat{F}_2 = 1 - \frac{b^+ b}{2I} - \frac{1}{2I}\;\frac{\sqrt{2I - b^+ b}}{\sqrt{2I - b^+ b} + \sqrt{2I - 1 - b^+ b}}\,, \tag{41}$$

и вместо b_1^I введем новый параметр

$$\beta^I = \frac{1}{2I} b_1^I\,. \tag{42}$$

Если собственные функции $\hat{H}^I_{prec}$ таковы, что $\langle n|b^+ b|n\rangle \ll I$, то операторы $\hat{F}_k$ в формуле /41/ можно заменить единицей, определяя тем самым лидирующий член гамильтониана:

$$\hat{H}^I_{prec} \approx \hat{h}^I_{prec} = I\{(a^I_{21} + a^I_{31}) b^+ b + \frac{a^I_{21} - a^I_{31}}{2}(b^2 + (b^+)^2)\}, \tag{43}$$

причем $a_{i1} = a_i - a_1 - \beta$ $(i = 2,3)$. Диагонализация $\hat{h}^I_{prec}$ выполняется унитарным преобразованием бозонных операторов:

$$\hat{h}^I_{prec} = -I\frac{(\sqrt{a_{21}} - \sqrt{a_{31}})^2}{2} + 2I\sqrt{a_{21}a_{31}}\,D^+ D\,,$$

$$D^+ = e^{i\hat{S}}\, b^+ e^{-i\hat{S}} = x b^+ + y b\,, \tag{44}$$

$$\left.\begin{matrix} x \\ y \end{matrix}\right\} = \frac{\sqrt{a_{31}} \pm \sqrt{a_{21}}}{2(a_{21}a_{31})^{1/4}}\,, \quad \hat{S} = -\frac{i}{2}\,\mathrm{arch}\, x((b^+)^2 - b^2)\,. \tag{45}$$

Нормированными собственными функциями $\hat{h}^I_{prec}$ являются

$$u_{IM,n} = \frac{(D^+)^n}{\sqrt{n!}} u_{IM,0} = e^{i\hat{S}} \frac{(b^+)^n}{\sqrt{n!}} u^{(0)}_{IM,0} \equiv e^{i\hat{S}} u^{(0)}_{IM,n}\,, \tag{46}$$

а соответствующие собственные энергии равны

$$\epsilon^I_n = \epsilon^I_0 + n\omega \equiv I\{-\frac{(\sqrt{a_{21}} - \sqrt{a_{31}})^2}{2} + 2\sqrt{a_{21}a_{31}}\cdot n\}. \tag{47}$$

Члены H^I_{prec}, не включенные в $\hat{h}^I_{prec}$,можно считать малыми, если

$$n(1 + 2y^2) + y^2 \ll I. \tag{48}$$

Если форма ядра существенно трехосная, то $y^2 = O(1)$ и неравенство /49/ эквивалентно условию

$$n \ll I. \tag{49}$$

Описанная процедура может оказаться неприменимой, если $a_{21} \ll a_{31}$, т.е. в случае почти аксиального ядра, вращающегося вокруг оси, перпендикулярной оси симметрии. В этом случае сохраняется проекция углового момента на ось симметрии и поэтому следует пользоваться обычной формулировкой коллективной модели [7].

6. Свойства симметрии факторизованных волновых функций

В разделе 4 показано, что гамильтонианы $\hat{H}^I_\xi$ и $\hat{H}^I_{prec}$ инвариантны по отношению к повороту $R^{(1)}$, так что их собственные функции можно классифицировать в соответствии с формулами /27/, /31/. Свойства симметрии функций $u_{IM,n}(\Omega)$ в формуле /46/ можно установить в явном виде.

Легко установить следующие соотношения:

$$\hat{R}_e^{(1)} u^{(0)}_{IM,P} = e^{iI\pi} \; u^{(0)}_{IM,0} \;, (\hat{R}_e^{(1)})^{-1} b^{+} \hat{R}_e^{(1)} = - b^{+} ,$$

$$(\hat{R}_e^{(1)})^{-1} \; \hat{S}\hat{R}_e^{(1)} = \hat{S}. \qquad /50/$$

Из уравнений /50/ следует

$$\hat{R}_e^{(1)} u_{IM,n} \, (\Omega) = e^{i(I+n)\pi} \; u_{IM,n} \, (\Omega). \qquad /51/$$

В разделе 2 отмечалась инвариантность полной волновой функции по отношению к преобразованиям D_2-группы, включающим $R^{(1)}$. Поэтому в разложении /19/ присутствуют только такие комбинации

$$\Psi_{IM,n\alpha} = u_{IM,n} \, (\Omega)\Phi_{\alpha}(\xi), \qquad /52/$$

которые удовлетворяют условию

$$\sigma_{\alpha} e^{i(I+n)\pi} = 1. \qquad /53/$$

Квантовое число σ_{α}, определенное формулой /27/, называют сигнатурой /5,6/. Как следует из формулы /53/, состояния с разной сигнатурой при одинаковом значении n принадлежат разным значениям углового момента.

Две другие операции D_2-группы симметрии полного гамильтониана не являются независимыми от $\hat{R}^{(1)}$, поскольку

$$\hat{R}^{(1)} \hat{R}^{(2)} = \hat{R}^{(3)} . \qquad /54/$$

Разложение /19/ можно переписать в виде

$$\Psi_{IM,0} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n,\alpha} c^{I\nu}_{n\alpha} \, (1+\hat{R}_e^{(3)}\hat{R}_i^{(3)}) u_{IM,n} \, (\Omega)\Phi_{\alpha}(\xi) ,$$

$$(\sigma_{\alpha} \, (-1)^{I+n} = 1). \qquad /55/$$

Интеграл перекрывания $|\langle u_{IM,n} \, \hat{R}_e^{(3)} u_{IM,n} \rangle| \ll 1$, когда выполнено неравенство /48/. Матричные элементы между $u_{IM,n}$ и $R^{(3)} u_{I'M'}(\Omega)$ от тензорных операторов невысокой мультипольности также малы. Вследствие этого учет полной кинематической симметрии при $I \gg 1$ в формуле /55/ оказывается несущественным для определения спектра и скорости переходов, и мы в дальнейшем этой формулой не пользуемся.

7. *Матричные элементы электрических мультипольных операторов между факторизованными волновыми функциями*

Рассмотрим оператор

$$\mathfrak{M}'(E\lambda, \mu) = \sum_{\kappa} \mathfrak{M}'(E\lambda, \kappa) D^{\lambda}_{\mu\kappa} (\tilde{\Omega}), \qquad /56/$$

внутренние мультипольные моменты которого $\mathfrak{M}'(E\lambda, \kappa)$ зависят лишь от внутренних переменных ξ. Для матричных элементов от $\mathfrak{M}'(E\lambda, \kappa)$ мы используем обозначение

$$\mathfrak{M}'(E\lambda, \kappa)^{II'}_{\alpha\beta} = \int d\xi \Phi^{I^*}_{\alpha} \, (\xi)\mathfrak{M}'(E\lambda,\kappa)\Phi^{I'}_{\beta}(\xi). \qquad /57/$$

Матричные элементы оператора $\mathfrak{M}(E\lambda, \mu)$ между состояниями

$$\Psi^{(0)}_{IM,n\alpha} = u^{(0)}_{IM,n} (\tilde{\Omega})\Phi_{\alpha}(\xi), \qquad /58/$$

где

$$u^{(0)}_{IM,n} = \frac{1}{\sqrt{n!}}(b^{+})^{n} u^{(0)}_{IM,0} = \qquad /59/$$

$$= \left[\frac{2I+1}{8\pi^2} \; \frac{(2I-n)!}{(2I)!n!}\right]^{1/2} (\hat{I}_{+})^{n} D^{I}_{MI} (\tilde{\Omega}),$$

имеют следующие лидирующие члены при $n_f \geq n_i$:

$$\langle \Psi^{\circ}_{I_f n_f \alpha_f} || \mathfrak{M}(E\lambda) || \Psi^{\circ}_{I_i n_i \alpha_i} \rangle =$$

$$= \left(\frac{n_f!}{n_i!} \right)^{1/2} \frac{1}{(n_f - n_i)!} (2I)^{\frac{1}{2} - \frac{n_f - n_i}{2}} \times$$

$$\times \left[\frac{(\lambda - I_f + I_i + n_f - n_i)!\,(\lambda + I_f - I_i)!}{(\lambda + I_f - I_i - n_f + n_i)!\,(\lambda - I_f + I_i)!} \right]^{1/2} \times$$

$$\times (\mathfrak{M}'(E\lambda,\ \kappa = I_f - I_i - n_f + n_i))^{I_f I_i}_{\alpha_f \alpha_i} . \qquad /60/$$

Написав

$$\Psi_{IM,n\alpha} = (U u^{(0)}_{IM,n}(\tilde{\Omega}))\Phi_{\alpha}(\xi), \qquad /61/$$

приходим к следующему выражению:

$$\langle \Psi_{I_f M_f n_f \alpha_f} | \hat{\mathfrak{M}}(E\lambda,\mu) | \Psi_{I_i M_i n_i \alpha_i} \rangle =$$

$$= \langle \Psi^{(0)}_{I_f M_f n_f \alpha_f} | U^{-1} \hat{\mathfrak{M}}(E\lambda,\mu) U | \Psi^{(0)}_{I_i M_i n_i \alpha_i} \rangle . \qquad /62/$$

В гармоническом приближении оператор U определен формулой /45/. Считая $x_f \approx x_i$, $y_f \approx y_i$, получаем

$$U^{-1}\mathfrak{M}(E\lambda,\mu)U \approx \mathfrak{M}(E\lambda,\mu) + \frac{1}{\sqrt{2I}} \sum_{\kappa} \mathfrak{M}'(E\lambda,\kappa) \times$$

$$\times \{ b^{+} [y\sqrt{(\lambda+\kappa)(\lambda-\kappa+1)}\, D^{\lambda}_{\mu\kappa-1}(\tilde{\Omega}) + (x-1) \times$$

$$\times \sqrt{(\lambda-\kappa)(\lambda+\kappa+1)}\, D^{\lambda}_{\mu\kappa+1}(\tilde{\Omega})] +$$

$$+ [(x-1)\sqrt{(\lambda+\kappa)(\lambda-\kappa+1)}\, D^{\lambda}_{\mu\kappa-1}(\tilde{\Omega}) +$$

$$+ y\sqrt{(\lambda-\kappa)(\lambda+\kappa+1)}\, D^{\lambda}_{\mu\kappa+1}(\tilde{\Omega})] b \} . \qquad /63/$$

Из формул /60/, /63/ получаем

$$\langle \Psi_{I_f n \alpha_f} || \mathfrak{M}(E\lambda) || \Psi_{I_i n \alpha_i} \rangle \approx (2I)^{1/2} (\mathfrak{M}'(E\lambda, \kappa = I_f - I_i))^{I_f I_i}_{\alpha_f \alpha_i} ,$$

$$\langle \Psi_{I_f n+1 \alpha_f} | \mathfrak{M}(E\lambda) || \Psi_{I_i n \alpha_i} \rangle \approx \sqrt{n+1}\, ([\hat{D}, \hat{\mathfrak{M}}]'_{\kappa = I_f - I_i})^{I_f I_i}_{\alpha_f \alpha_i} , \qquad /64/$$

$$= \sqrt{n+1} \{ y\sqrt{(\lambda + I_f - I_i + 1)(\lambda - I_f + I_i)}\, (\mathfrak{M}'(E\lambda,\ \kappa = I_f - I_i + 1))^{I_f I_i}_{\alpha_f \alpha_i} +$$

$$+ x\sqrt{(\lambda - I_f + I_i + 1)(\lambda + I_f - I_i)} \cdot (\mathfrak{M}'(E\lambda,\ \kappa = I_f - I_i - 1))^{I_f I_i}_{\alpha_f \alpha_i} \qquad /65/$$

и т.д. Левая сторона формулы /65/ имеет порядок малости $(2I)^{-1/2}$ по сравнению с выражением в формуле /64/. Все остальные матричные элементы имеют порядок $1/I$ или меньше по сравнению с матричными элементами в формуле /64/.

Выражения /64/, /65/ уже известны в литературе. В работе /15/ рассматривались матричные элементы в когерентных состояниях. Модельно-независимый вывод формулы /64/ дан в работе /16/. Настоящий подход предлагает возможность систематического уточнения формул /64/, /65/ для сложных систем.

8. Асимптотическая симметрия полного гамильтониана

В данном разделе мы проанализируем ситуацию, когда массовое распределение, определяемое функциями $\Phi^{I}_{\alpha}(\xi)$, не изменяется существенно в достаточно широком диапазоне угловых моментов. Это случается, например, в ядрах, у которых барьер деления достаточно высок, чтобы исключить деление при моментах, значительно больших, чем те, при которых появляется существенная неаксиальность и /или/ выстраивание внутренних угловых моментов вдоль направления коллективного углового момента.

Значения углового момента или частоты вращения, при которых наблюдаются аномалии момента инерции, а также расчеты различия потенциальной энергии при сплюснутой и вытянутой форме ядер показывают реалистичность подобной ситуации.

Операторы $\hat{A}_i$ в формуле /2/ зависят от пространственных координат, а поэтому инерциальные параметры a в формуле /13/ для $\hat{H}^I_{prec}$ и матричные элементы $(\hat{A}_i)_{\alpha\beta}$, входящие в $\hat{H}^I_{coupl}$, не зависят от I, если массовое распределение в ядре не изменяется с угловым моментом. Зависимость от I в матричных элементах $(\hat{B}_i)_{\alpha\beta}$ можно установить, отправляясь от выражения для оператора кинетической энергии

$$\hat{T} = \sum_i \hat{A}_i (\hat{I}_i - \sum_\nu j_i^{(\nu)}) + \hat{T}_\xi , \qquad /66/$$

в котором $j_i^{(\nu)}$ - внутренние угловые моменты, соответствующие ν-ой моде возбуждений, а $\hat{T}_\xi$ - оператор кинетической энергии внутреннего движения. Для параметра $\beta = \langle \hat{B}_i \rangle / 2I$ в уравнении /42/ получаем выражение

$$\beta = -a_1 \frac{J}{I}, \quad J = \int d\xi \Phi_0^{I*}(\xi) \sum_\nu j_1^{(\nu)} \Phi_0^I(\xi), \qquad /67/$$

из которого следует, что этот параметр остается постоянным, если постоянная часть углового момента идет на возбуждение внутренних степеней свободы. Недиагональные матричные элементы $(\hat{B}_i)_{\alpha\beta}$ также можно считать независимыми от полного углового момента, если полный угловой момент, приходящийся на каждую внутреннюю степень свободы, остается примерно постоянным при увеличении I.

Если выполняются все перечисленные выше условия, существенная зависимость от углового момента в гамильтониане связи возникает только из-за операторов углового момента $\hat{I}_i$. Переписывая $\hat{H}^I_{coupl}$ в бозонном представлении /38/, получаем

$$\begin{aligned}\hat{H}^I_{coupl} = I\{[(\hat{A}_2 + \hat{A}_3 - \langle \hat{A}_2 + \hat{A}_3 \rangle)\hat{F}_1 - \\ - 2(\hat{A}_1 - \langle \hat{A}_1 \rangle)\hat{F}_1 - \frac{\hat{B}_1 - \langle \hat{B}_1 \rangle}{I}]b^+ b + \\ + \frac{\hat{A}_2 - \hat{A}_3 - \langle \hat{A}_2 - \hat{A}_3 \rangle}{2}[\hat{F}_2 b^2 + (b^+)^2 \hat{F}_2]\} + \\ + \frac{1}{2}[(\hat{B}_2 - i\hat{B}_3)\sqrt{2I - b^+ b}\, b + (\hat{B}_2 + i\hat{B}_3) b^+ \sqrt{2I - b^+ b}].\end{aligned} \qquad /68/$$

Два последних члена в формуле /68/ имеют более медленную зависимость от I, чем предыдущие, линейные по I члены. Соответственно лидирующий член $\hat{H}^I_{coupl}$ имеет вид

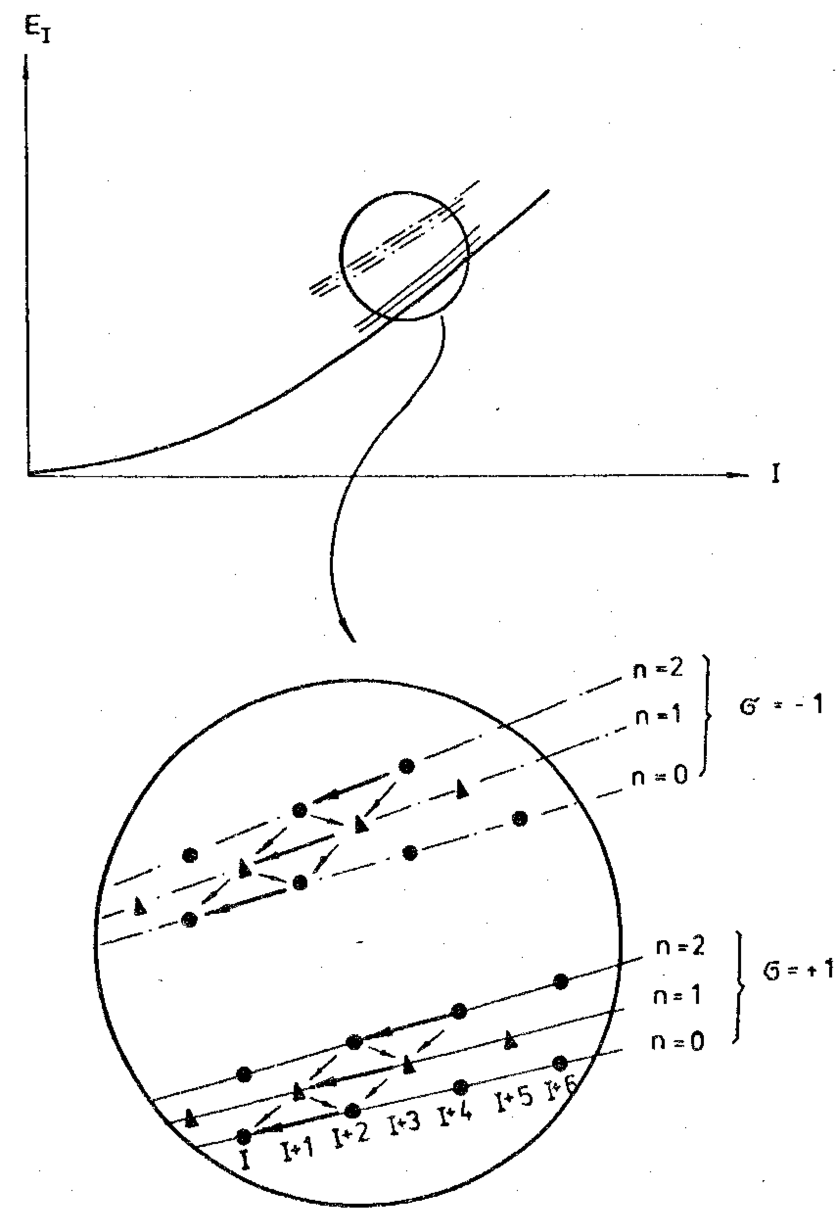
$$\begin{aligned}\hat{h}^I_{coupl} = I\{[\hat{A}_{21} + \hat{A}_{31} - (a_{21} + a_{31})y^2 - (\hat{A}_{23} - a_{23})xy] + \\ + [(\hat{A}_{21} + \hat{A}_{31} - (a_{21} + a_{31}))(x^2 + y^2) - 2(\hat{A}_{23} - a_{23})xy]D^+ D + \\ + [\frac{\hat{A}_{23} - a_{23}}{2} - (\hat{A}_{21} + \hat{A}_{31} - (a_{21} + a_{31}))xy](D^2 + (D^+)^2)\},\end{aligned} \qquad /69/$$

где

$$\hat{A}_{ij} = \hat{A}_i - \hat{A}_j - \delta_{j1} \frac{\hat{B}_1}{2I}, \quad a_{ij} = \langle \hat{A}_i - \hat{A}_j \rangle - \delta_{j1} \beta,$$

как в разделе 5.

Часть гамильтониана связи, пропорциональная D^+D, описывает поляризацию, вызванную возбуждением прецессионного движения. Эффекты поляризации могут быть значительными при $I \gg 1$ из-за отсутствия щели в квазичастичном спектре, а также из-за эффективного увеличения силы связи. Последний член в формуле /69/ связывает состояния, отличающиеся по n на две единицы и разделенные энергетическим интервалом $2\hbar\omega$, где частота ω определена формулой /47/. Поскольку $\omega \sim I$,



Часть спектра оператора $H_0 = H_\xi + H_{prec}$ *при* $I \gg 1$ *для четно-четного ядра. Линии со стрелками показывают возможные* E2 *-переходы. Толщина линии соответствует величине* B(E2) *-фактора перехода.*

эффекты такой связи не имеют тенденции увеличиваться с ростом I. Наконец, эффекты, вызванные членами $\hat{H}^I_{coupl}$, не включенными в лидирующий член, убывают с ростом I и, следовательно, становятся несущественными при достаточно больших угловых моментах.

Следует отметить, что лидирующая часть гамильтониана связи в формуле /69/ имеет ту же симметрию, что и гамильтониан нулевого приближения $\hat{H}^I_\xi + \hat{H}^I_{prec}$, т.е. инвариантна по отношению к каждому из преобразований $\hat{R}^{(1)}_e$ и $\hat{R}^{(1)}_i$. Часть $\hat{H}^I_{coupl}$, нарушающая эту инвариантность, пропорциональна B_2 или $\hat{B}_3$ и не существенна при достаточно больших I. Следовательно, при больших угловых моментах эффективно смешиваются только состояния с одинаковой сигнатурой. Можно сказать, что сигнатура является асимптотическим квантовым числом, сохраняющимся при $I \gg 1$, в ядрах, форма которых медленно меняется с угловым моментом, при условии, что пространственная эволюция квадруполоида массы остается единственной коллективной ротационной модой. Примеси состояний другой сигнатуры при этом убывают пропорционально $I^{-1/2}$. Если эффекты связи вовсе несущественны, характер спектра приобретает черты спектра трехосного ротатора/8/. *Рис. 1* изображает схематически ожидаемый спектр нижайших состояний при $I \gg 1$.

Литература

1. *Mottelson B. Proceed. Tokyo Conf. on Nucl. Physics, v. 2, 1977.*
2. *Banerjee B., Mang H.J., Ring P. Nucl.Phys., 1974, A222, p. 366.*
3. *Faessler A. e.a. Proceed. Dresden Conf. on High Spins (1977), Publication ZfK (Rossendorf bei Dresden DDR).*
4. *Goodman A.L. Nucl.Phys., 1976, A265, p. 113.*
5. *Marshalek E.R. Nucl.Phys., 1976, A266, p. 317; ibid. 1976, A275, p. 416.*
6. *Janssen D., Mikhailov I.N. Izv. AN SSSR, ser.fiz., 1977, 41, p. 1576; Phys.Lett., 1978, 72B, p. 303.*
7. *Бор О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра, т. 2, "Мир", М., 1977.*

8. *Михайлов И.Н. и др. ЭЧАЯ, 1977, 8, с. 1338.*
9. *Radcliffe J.M. J.Phys., 1971, A4, p. 313.*
10. *Переломов А.М. УФН, 1977, 123, с. 23.*
11. *Дзюблик А.Я. и др. ЯФ, 1972, 15, с. 869.*
12. *Филиппов Г.Ф. ЭЧАЯ, 1973, 4, вып. 4, с. 992.*
13. *Mayer-ter-Vehn J. Nucl.Phys., 1975, A249, p. 111, 141.*
14. *Sugawara-Tanabe K., Tanabe K. Nucl.Phys., 1973, A208, p. 317.*
15. *Янссен Д. ЯФ, 1977, 25, с. 897.*
16. *Михайлов И.Н. ОИЯИ, Р4-7862, Дубна, 1974.*

Рукопись поступила в издательский отдел
29 марта 1978 года.