

С 343 с1
К-211

2418/2-78



СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

5/IV/78

P4 - 11339

С.А.Карамян

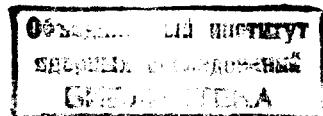
К ВЫЧИСЛЕНИЮ ФУНКЦИЙ ВОЗБУЖДЕНИЯ
 (H_l, x_n) - РЕАКЦИЙ

1978

P4 - 11339

С.А.Карамян

К ВЫЧИСЛЕНИЮ ФУНКЦИЙ ВОЗБУЖДЕНИЯ
 (H_i, x_n) - РЕАКЦИЙ



Карамян С.А.

P4 - 11339

К вычислению функций возбуждения (НI, xn)-реакций

Исследуется вопрос о вычислении некоторых величин, характеризующих процесс распада возбужденных составных ядер, образующихся под действием тяжелых ионов. На основе обычных предположений статистической модели, с применением унифицированного вида спектра испаряемых нейтронов $\sim e^{-E/T}$ получена формула для вычисления вероятности $P_x(E)$ испарения определенного числа нейтронов (x) составным ядром с энергией возбуждения E . Эта формула является математически более точной, чем имеющиеся в литературе. На ее основе получены математические выражения для вычисления функции возбуждения (НI, xn)-реакции с учетом углового момента, распределений по угловому моменту продуктов испарения x -нейтронов и распределений по остаточной энергии возбуждения и угловому моменту составных ядер на стадии после испарения нейтронов при условии фиксации конечного продукта реакции. Для примера проделаны численные вычисления функции возбуждения и указанных распределений для реакции $^{120}\text{Sn}(^{40}\text{Ar}, 4n)^{156}\text{Er}$. Выполнение таких расчетов существенно для интерпретации экспериментальных данных о заселении ротационных полос в (НI, xn)-реакциях. Обсуждается вопрос о влиянии эффектов, связанных со спариванием нуклонов и оболочечной структурой ядер, на функции возбуждения (НI, xn)-реакций.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Karamian S.A.

P4 - 11339

On Evaluation of the (HI,xn)Reactions Excitation Functions

The calculation of some values characteristic of the heavy ion induced reaction of compound nucleus deexcitation is investigated. According to the usual hypotheses of the statistical model and using the unified type of evaporation spectrum $\sim e^{-E/T}$ formula has been derived for evaluating the probability $P_x(E)$ for the evaporation of a fixed number of neutrons (x) by a compound nucleus with the excitation energy E . This formula is more precise as compared to available ones. On its basis expressions were obtained for the evaluation of the (HI,xn) reactions excitation function with the account of angular momentum, distributions over angular momentum of evaporation products of x neutrons, and distributions over residual excitation energy and angular momentum of compound nuclei after neutron evaporation at a fixed reaction final product. Numerical calculations for excitation function and the mentioned distributions for the reaction $^{120}\text{Sn}(^{40}\text{Ar}, 4n)^{156}\text{Er}$ are given as an example. These evaluations are essential for interpreting the experimental data on the population of rotational bands in the (HI,xn) reactions. The influence of effects due to pairing of nucleons and nuclear shell structure on the (HI,xn) reactions excitation functions is discussed.

© 1978 Объединенный институт ядерных исследований Дубна

1. ВВЕДЕНИЕ

Вычисление сечения и формы функции возбуждения для реакции испарения нейтронов составным ядром, образованным в результате слияния двух сложных ядер /такие реакции будем в дальнейшем обозначать, как (HI, xn)-реакции/, обычно выполняется по методу, получившему название метода Джексона-Сиккеланда. Впервые формулы для вероятности $P_x(E)$ испарения x -нейтронов составным ядром с начальной энергией возбуждения E были приведены в работе /1/. В работе /2/ впервые дана принципиальная формула для расчета вероятности испарения нейтронов составным ядром с учетом имеющегося распределения углового момента составного ядра. Расчеты некоторых функций возбуждения (HI, xn)-реакций при вычислении вероятности испарения нейтронов $P_x(E)$ по формуле /1/ и учете влияния углового момента, как и в /2/, были сделаны в работе /3/, там же дано обобщение формул для случая делящихся ядер. В дальнейшем подобная схема вычислений с некоторыми усовершенствованиями применялась в большом числе работ.

Формула работы /1/ для величины $P_x(E)$ является математически приближенной. В настоящей работе дан вывод точной формулы, приведены результаты вычисления с помощью этой формулы вероятности испарения нейтронов $P_x(E)$, функции возбуждения реакции $^{120}\text{Sn}(^{40}\text{Ar}, 4n)$ и распределений по энергии возбуждения и угловому моменту продуктов указанной реакции на стадии после испарения нейтронов. Вычисление таких распределений существенно для интерпретации экспериментальных данных о заселении ротационных полос в (HI, xn)-реакциях /4, 5/.

2. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Как и в работе /1/, предположим, что: 1/ имеется только один канал распада составного ядра - испарение нейтронов. 2/ Спектр кинетической энергии испаряемого нейтрона имеет вид:

$$dW(\epsilon) \sim \epsilon e^{-\epsilon/T} d\epsilon, \quad /1/$$

где T - константа, не зависящая ни от энергии возбуждения составного ядра, ни от номера испускаемого нейтрона. Кроме того, не будем учитывать угловой момент составного ядра и угловой момент испускаемых нейтронов.

После испускания первого нейтрона возникает распределение по остаточной энергии $U_1 = E - B_{n1} - \epsilon_1$, которое имеет вид:

$$dW(U_1) = C_1 \frac{E - B_{n1} - U_1}{T^2} e^{-\frac{E - B_{n1} - U_1}{T}} dU_1. \quad /2/$$

Очевидным условием нормировки этого распределения в предположении отсутствия конкуренции со стороны других каналов распада составного ядра является:

$$\int_0^{E-B_{n1}} \frac{dW}{dU_1} dU_1 = 1. \quad /3/$$

Из этого уравнения найдем константу C_1 . Кроме того, ясно, что составное ядро не будет испускать последующих нейтронов, если после испарения первого нейтрона остаточная энергия будет заключена в интервале $0 \leq U_1 \leq B_{n2}$. Отсюда получим вероятность распада составного ядра с испусканием одного нейтрона:

$$P_1(E) = \int_0^{B_{n2}} \frac{dW}{dU_1} dU_1. \quad /4/$$

В случае испускания двух нейтронов соответствующие формулы для распределения по остаточной энергии

U_2 , для условия нормировки и для вероятности испускания двух нейтронов, имеют следующий вид:

$$dW(U_2) = \frac{C_2 (E - \Sigma_2 - U_2)^3}{3! T^4} e^{-\frac{E - \Sigma_2 - U_2}{T}} dU_2, \quad /5/$$

$$\int_0^{E - \Sigma_2} \frac{dW}{dU_2} dU_2 = 1 - P_1, \quad /6/$$

$$P_2(E) = \int_0^{B_{n3}} \frac{dW}{dU_2} dU_2, \quad /7/$$

где введено обозначение $\Sigma_2 = \sum_{k=1}^2 B_{nk}$.

Эти формулы можно обобщить на случай произвольного числа испущенных нейтронов:

$$dW(U_x) = \frac{C_x (E - \Sigma_x - U_x)^{2x-1}}{(2x-1)! T^{2x}} e^{-\frac{E - \Sigma_x - U_x}{T}} dU_x, \quad /8/$$

$$\int_0^{E - \Sigma_x} \frac{dW}{dU_x} dU_x = 1 - \sum_{k=1}^{x-1} P_k, \quad /9/$$

$$P_x(E) = \int_0^{B_{nx+1}} \frac{dW}{dU_x} dU_x. \quad /10/$$

Здесь и в дальнейшем будем применять обозначения:

$$U_x = E - \Sigma_x - \sum_{k=1}^x \epsilon_k; \quad \Sigma_x = \sum_{k=1}^x B_{nk}.$$

Решая уравнения /9/, /10/, получим:

$$C_x = \frac{1 - \sum_{k=1}^{x-1} P_k}{I\left(\frac{E - \sum_x}{T}, 2x\right)}, \quad /11/$$

$$P_x(E) = \left(1 - \sum_{k=1}^{x-1} P_k\right) \left[1 - \frac{I\left(\frac{E - \sum_{x+1}}{T}, 2x\right)}{I\left(\frac{E - \sum_x}{T}, 2x\right)}\right], \quad /12/$$

где $I(z, m)$ - неполная гамма-функция в определении /6/, равная $I(z, m) = \int_0^z t^{m-1} e^{-t} dt$.

Это фактически окончательная формула для вычисления вероятности испарения любого числа нейтронов составным ядром с энергией возбуждения E . Она отличается от приведенной в /1/.

Уточним сейчас вопрос о функциях возбуждения для испускания малого числа нейтронов - О и 1. Очевидно, что нельзя пренебречь полностью конкуренцией со сторонами излучения γ -квантов, как это было сделано выше. Даже для ядра с малым моментом в области энергий возбуждения, слегка превышающих энергию связи нейтрона, γ -ширина Γ_γ превышает Γ_n . Чтобы учесть этот факт, в первом приближении введем поправку ϵ_γ такую, что в области энергий возбуждения $E \leq B_{n1} + \epsilon_\gamma$ ядро не испускает нейтронов, а при $E > B_{n1} + \epsilon_\gamma$ вероятность испускания хотя бы одного нейтрона равна единице. В таком приближении формулы для вероятности испускания нейтронов можно переписать в следующем виде:

$$P_0 = 1, \quad 0 \leq E \leq B_{n1} + \epsilon_\gamma; \quad P_0 = 0, \quad E > B_{n1} + \epsilon_\gamma, \quad /13/$$

$$P_1 = 0, \quad 0 \leq E \leq B_{n1} + \epsilon_\gamma; \quad P_1 = 1, \quad B_{n1} + \epsilon_\gamma < E \leq \Sigma_2 + \epsilon_\gamma,$$

$$P_1 = 1 - \frac{\frac{E - \Sigma_2 - \epsilon_\gamma}{T}, 2}{I\left(\frac{E - B_{n1}}{T}, 2\right)}, \quad E > \Sigma_2 + \epsilon_\gamma. \quad /14/$$

При $x \geq 2$:

$$P_x(E) = \left(1 - \sum_{k=1}^{x-1} P_k\right) \left[1 - \frac{I\left(\frac{E - \sum_{x+1} - \epsilon_\gamma}{T}, 2x\right)}{I\left(\frac{E - \sum_x}{T}, 2x\right)}\right], \quad /15/$$

с учетом $I(z, m) = 0$ при $z \leq 0$.

Из последнего условия получим:

$$P_x(E) = 0 \quad \text{в области } E \leq \Sigma_x + \epsilon_\gamma,$$

$$P_x(E) = 1 - \sum_{k=1}^{x-1} P_k \quad \text{в области } \Sigma_x + \epsilon_\gamma < E \leq \Sigma_{x+1} + \epsilon_\gamma,$$

$P_x(E)$ определяется формулой /15/ в области $E > \Sigma_{x+1} + \epsilon_\gamma$.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

На рис. 1 приведены значения $P_x(E)$ в интервале энергий возбуждения $E \leq 100 \text{ МэВ}$, вычисленные для гипотетического ядра, имеющего энергию связи всех нейтронов $B_{nk} = 8 \text{ МэВ}$, при выборе параметров $T = 1 \text{ МэВ}$, $\epsilon_\gamma = 2 \text{ МэВ}$. Эти значения $P_x(E)$ почти совпадают /отличие в третьем знаке/ со значениями, которые могут быть получены по формуле из работы /1/ при тех же значениях параметров. Такое совпадение объясняется тем, что формула работы /1/ имеет погрешность /1/ около $e^{-B_n/T}$. Если для каких-либо ядер отношение B_n/T не столь велико, как предполагалось

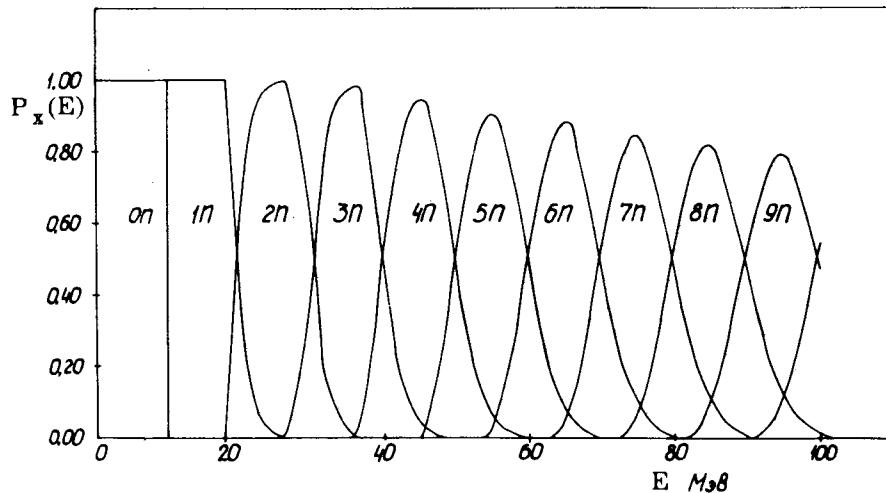


Рис. 1. Зависимости от энергии возбуждения Е вероятностей испарения x нейтронов $P_x(E)$, вычисленные по формуле /15/.

выше, то формула работы /1/ будет давать большее отклонение результата от точного расчета по формуле /15/.

Если известна вероятность $P_x(E)$ испарения x-нейтронов составным ядром с энергией Е и нулевым угловым моментом, то с помощью математического выражения, подобного формуле из работы /2/, можно найти сечение (HI, xn) реакции с учетом имеющегося распределения по угловому моменту составных ядер. Для этого, как и в /2/, необходимо использовать понятие энергии вращения или ираст-энергии ядра $E_R(\ell) = E_y(\ell)$, которую примем равной $E_R(\ell) = \frac{\hbar^2}{2J} \ell^2 + \Delta$, где Δ - поправка, связанная с энергией спаривания нуклонов, включаемая в расчет для случая четно-четного продукта реакции.

До сих пор мы неявно предполагали, что такая квантовая величина, как энергия возбуждения ядра, может быть заменена непрерывной классической координатой Е. Сейчас мы, кроме того, начинаем использовать пред-

положение о том, что собственные значения оператора квадрата углового момента $\ell(\ell + 1)$ можно заменить на величины ℓ^2 , т.е. снова от квантовой величины переходим к квазиклассическому аналогу, имеющему непрерывный спектр значений. Эти приближения вносят небольшую погрешность для достаточно высоких угловых моментов, обычно имеющих место в случае реакций с тяжелыми ионами, а также для значительных энергий возбуждения, отсчитываемых от ираст-линии, $E - E_R(\ell)$.

В предположении, что распределение составных ядер по моменту, в согласии с моделью черного ядра с резким краем, имеет вид $\sigma_\ell \sim \ell$ при $0 < \ell \leq \ell_{\max}(\ell_{\text{crit}})$, $\sigma_\ell = 0$ при $\ell > \ell_{\max}(\ell_{\text{crit}})$ и, пренебрегая угловым моментом излученных нейтронов, получим:

$$\sigma_{xn}(E_0) = 653 \frac{2J(A_1 + A_2)}{\hbar^2 A_1 A_2 E_c} \int_0^{(E_R)_{\max}} P_x(E - E_R) dE_R, \quad /16/$$

где σ_{xn} - в мб, $\frac{\hbar^2}{2J}$ - в МэВ, E_c - энергия иона в с.ц.м. в МэВ, $(E_R)_{\max}$ - максимальное значение энергии вращения, соответствующее максимальному или критическому угловому моменту ℓ_{\max} или ℓ_{crit} , A_1, A_2 - массовые числа взаимодействующих ядер. На рис. 2 приведена вычисленная по формуле /16/ функция возбуждения реакции $^{120}\text{Sn}(^{40}\text{Ar}, 4n)^{156}\text{Er}$, при выборе значений параметров: $\frac{\hbar^2}{2J} = 8,68 \cdot 10^{-3}$ МэВ, найденный из энергии перехода $16^+ \rightarrow 14^+$ ротационной полосы основного состояния изотопа ^{156}Er , $r_0 = 1,47$ Фм - параметр радиуса взаимодействия ядер, существенный для вычисления значений ℓ_{\max} , величина ℓ_{\max} заменялась на ℓ_{crit} для энергий, при которых $\ell_{\max} > \ell_{\text{crit}}$, численное значение ℓ_{crit} определялось по формуле из работы /4/.

С помощью формулы /8/ можно найти распределение составных ядер по угловому моменту ℓ и остаточной полной энергии возбуждения U_x на стадии после испаре-

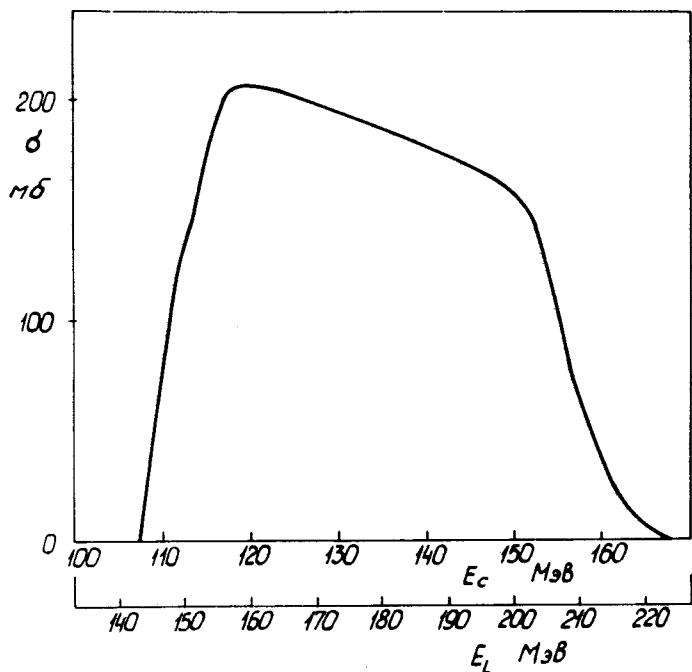


Рис. 2. Функция возбуждения реакции $^{120}\text{Sn}(^{40}\text{Ar}, 4n)^{156}\text{Er}$, вычисленная по формуле /16/ при значении $\ell_{\text{crit}} = 72\pi^{1/4}$.

ния x -нейтронов для фиксированного конечного продукта реакции

$$0 \quad \text{в области } U_x \leq E_R(\ell)$$

$$\frac{\partial^2 W(U_x, \ell)}{\partial U_x \partial \ell} = \begin{cases} \frac{\sigma_\ell}{\sigma_c} \frac{C_x(\ell)(E - \sum_x U_x)^{2x-1}}{(2x-1)! T^{2x}} e^{-\frac{E - \sum_x U_x}{T}} & \text{в области } E_R(\ell) < U_x \leq E_R(\ell) + B_{nx+1} + \epsilon_y \\ 0 & \text{в области } U_x > E_R(\ell) + B_{nx+1} + \epsilon_y \end{cases}$$

/17/

где σ_ℓ - сечение образования составного ядра с данным ℓ , σ_c - полное сечение образования составного ядра, $C_x(\ell)$ вычисляется по следующей формуле:

$$C_x(\ell) = \frac{1 - \sum_{k=1}^{x-1} P_k [E - E_R(\ell)]}{I \left[\frac{E - \sum_x U_x - E_R(\ell)}{T}, 2x \right]}.$$

При приближении остаточной энергии U_x к ираст-энергии $E_R(\ell)$ величина U_x становится существенно квантовой величиной, принимающей вполне определенные численные значения, соответствующие уровням возбуждения ядра. Поэтому, естественно, вероятность заселения этой области энергий $U_x - E_R(\ell)$ в расчете на единичный интервал энергии будет понижена по сравнению с формулой /17/, и поведение величины вероятности заселения будет зависеть от конкретного вида спектра возбуждений того или иного ядра при определенном ℓ . Однако можно утверждать, что для всех ядер при любых ℓ будет иметь место не резкое обрезание распределения /17/ при $U_x = E_R(\ell)$, а монотонное уменьшение на конечном энергетическом интервале. Кроме того, резкое ограничение распределения /17/ при $U_x = E_R(\ell) + B_{nx+1} + \epsilon_y$ связано с простейшим учетом конкуренции со стороны испускания y -лучей путем введения поправки ϵ_y /см. выше/. Если такую конкуренцию учесть более корректно, то это приведет к сглаживанию резкой границы распределения при $U_x = E_R(\ell) + B_{nx+1} + \epsilon_y$. Таким образом, реальные распределения будут иметь сглаженные границы, в отличие от распределения /17/. Тем не менее, позиция распределения по координатам U_x и ℓ , а также его дисперсия правильно передаются формулой /17/.

На рис. 3 для примера приведено вычисленное по формуле /17/ распределение $\frac{\partial^2 W}{\partial U_x \partial \ell}(U_x, \ell)$ для продуктов реакции $^{120}\text{Sn}(^{40}\text{Ar}, 4n)^{156}\text{Er}$ при энергии ионов ^{40}Ar , равной 170 МэВ в л.с.

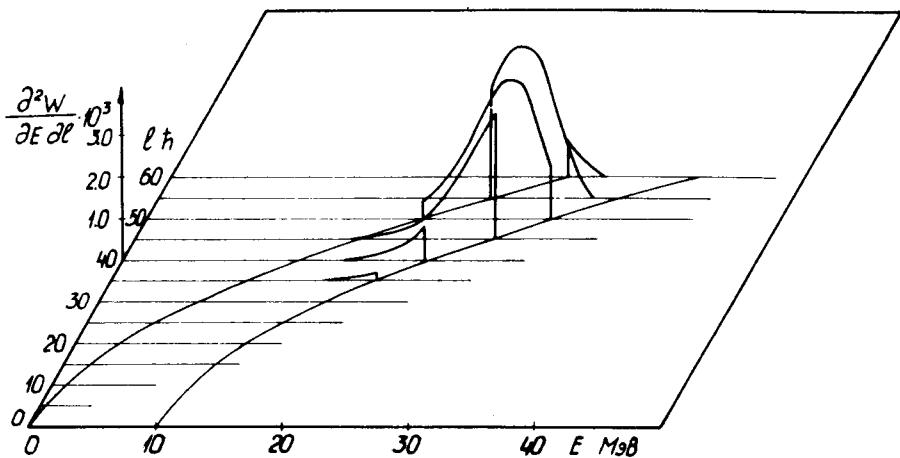


Рис. 3. Распределение по полной остаточной энергии возбуждения E /или U_4 / и угловому моменту l для составных ядер после испарения 4 нейтронов в реакции $^{120}\text{Sn}(^{40}\text{Ar}, 4n)^{156}\text{Er}$ при энергии ионов 170 МэВ в л.с., вычисленное по формуле /17/.

Интегрируя выражение /17/ по ∂U_x , получим распределение продуктов (H_i, x_n) реакций по угловому моменту в следующем виде:

$$dW_x(l) = \frac{2l}{\ell_{\max}^2} P_x [E - E_R(l)] dl. \quad /18/$$

При выводе этой формулы предполагалась модель черного ядра с резким краем для вычисления σ_f и σ_c . На рис. 4 приведены распределения $\frac{dW}{dl}(l)$ для реакций $^{120}\text{Sn}(^{40}\text{Ar}, xn)$ при энергии 170 МэВ в л.с. Из рисунка видно, что имеет место сепарация составных ядер по угловому моменту, а именно: малым угловым моментам отвечает испарение большого числа нейтронов - 6,7, а большим моментам вблизи ℓ_{\max} - испарение трех нейтронов.

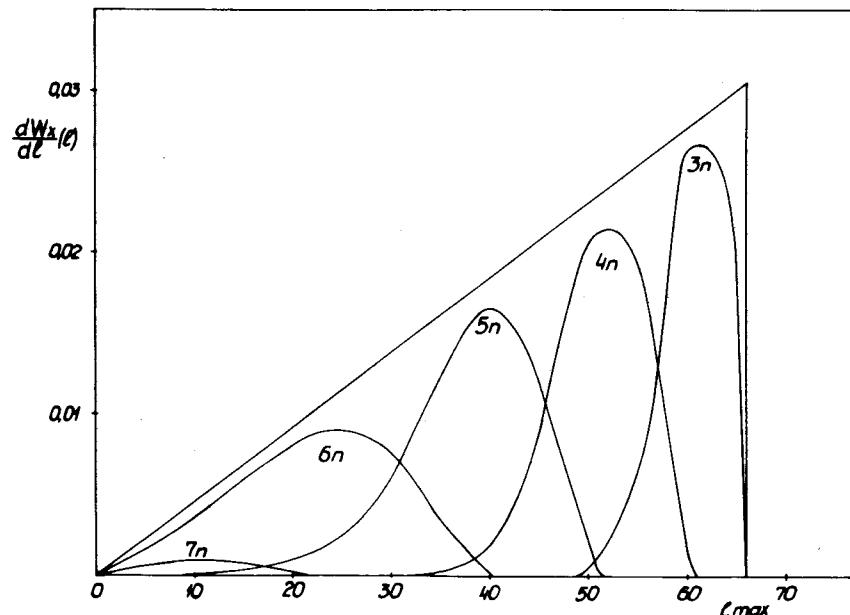


Рис. 4. Распределения по угловому моменту продуктов $^{120}\text{Sn}(^{40}\text{Ar}, xn)$ - реакций при энергии ионов 170 МэВ в л.с., вычисленные по формуле /18/.

Из рассмотрения результатов расчетов следует существенный в методическом отношении вывод: энергетическая позиция, сечение в максимуме и форма функции возбуждения, вычисленные корректным образом /формула /16//, мало отличаются от результатов упрощенного расчета, приведенных в работе /5/ для той же реакции. Кроме того, средние значения углового момента для фиксированных продуктов реакции на стадии после испарения нейтронов также могут быть получены упрощенным способом, описанным в работе /4/, причем результат упрощенного расчета мало отличается от корректного вычисления с помощью распределений, показанных на рис. 4.

Обсудим теперь влияние эффектов, связанных со спариванием нуклонов и оболочечной структурой ядер на функции возбуждения (H_i, x_n) реакций. Из формулы /15/

следует, что имеющая место четно-нечетная вариация энергии связи нейтрона приводит к заметному повышению сечения для продукта с четным числом нейтронов, что отмечалось и в работе^{1/}. Однако введенная поправка ϵ_y может зависеть от четности числа нейтронов ($N_c - x$) в остаточном ядре. Вариация ϵ_y с четностью числа нейтронов будет сглаживать, в конечном итоге, отмеченную выше вариацию сечений образования четных и нечетных по N продуктов реакции, однако, возможно, это сглаживание будет неполным. Заметим еще, что вывод формул основан на унифицированном виде энергетического спектра нейтронов $\sim e^{-\epsilon/T} d\epsilon$, однако такой вид спектра едва ли будет справедлив для испарения последнего нейтрона, в особенности для очень малой остаточной энергии возбуждения конечного продукта. Это связано с существенной зависимостью плотности уровней ядер в области малых энергий возбуждения /~1-5 МэВ/, от четности числа нуклонов и от оболочечной структуры того или иного ядра. Отсюда следует, что точное измерение формы функции возбуждения вблизи порога (H_1, xn) реакции $\Sigma_x + \epsilon_y$, может дать информацию о количественном выборе параметра ϵ_y , а также о зависимости функции плотности уровней от микроскопической структуры конечного ядра при низких энергиях возбуждения $\leq B_n$.

Если влияние четности числа нуклонов на вид функции плотности уровней конечного ядра учесть в простейшем виде путем сдвига на величину $\delta(Z, N)$ начала отсчета для энергии возбуждения $\rho(U) = \rho(E - \delta(Z, N))$, а вид спектра энергии нейтронов оставить прежним, то это приведет к полному исчезновению вариации сечения с четностью числа нейтронов продукта (H_1, xn) реакции.

Автор благодарен Н.И.Тарантину за полезное обсуждение результатов работы.

Примечание при корректуре: После сдачи рукописи в печать автору стала известна работа^{7/}, в которой предлагается считать энергию связи нейтрона зависящей от углового момента составного ядра I по формуле

$$B_n(\ell) = B_n(0) - \frac{\hbar^2 I \ell}{J_{rig}}, \quad \text{где } \ell \text{ - максимальный угловой}$$

момент связанных нуклонов в ядре $\ell=6$. Представляется, что при рассмотрении излучения нейтрона с орбитальным моментом ℓ эффективная энергия связи его должна

$$\text{вычисляться по формуле } B_n(\ell) = B_n(0) - \frac{\hbar^2 I \ell}{J_{rig}} + \frac{\hbar^2 \ell(\ell + 1)}{2mR^2},$$

где последний член есть центробежный барьер для нейтрона. В результате для нейтронов с большими ℓ , вклад которых невелик, энергия связи существенно растет, но мало отличается от $B_n(0)$ для наиболее вероятных $\ell = 1$ и 2 в области ядер с $A=150$ со спином I вплоть до I_{crit} . Понижение энергии связи для $\ell \approx 4-6$ можно ожидать при $I \approx 50$ только для очень легких ядер с $A < 40$. Поэтому в настоящей работе энергия связи нейтрона считается для ядер средней массы не зависящей от углового момента составного ядра I /или ℓ в тексте/.

ЛИТЕРАТУРА

1. Jackson J.D. *Can.J.Phys.*, 1956, 34, p.767.
2. Flerov G.N., Karnaukhov V.A. *C.Rend. du Congr. Internat. Phys. Nucl., Paris*, 1964, v.1, p.373.
3. Sikkeland T. *Ark. för Fysik*, 1967, 36, p.539.
4. Бочев Б. и др. *ЯФ*, 1976, 23, с.520. ОИЯИ, Р7-8676, Дубна, 1975.
5. Bochev B. e.a. *JINR*, E7-10675, Dubna, 1977.
6. Пагурова В.И. Таблицы неполной гамма-функции. ВЦ АН СССР, Москва, 1963.
7. Bohr A., Mottelson B.R. *Invited Lecture at the Int. Conf. on Nucl.Struct., Tokyo, September*, 1977.

Рукопись поступила в издательский отдел
21 февраля 1978 года.