

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



СЗ24.15

Г-922

15/2-78

P4 - 11278

2104/2-78

Ф.Грюммер, Д.Караджов, И.Н.Михайлов,  
Е.Наджаков, Й.Пиперова

МИКРОСКОПИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СВЯЗИ  
МЕЖДУ ОСНОВНОЙ ( $\alpha$ ),  $\beta$ - и  $\gamma$ -ПОЛОСАМИ

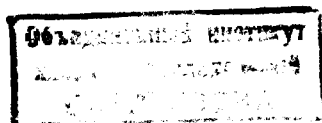
**1978**

P4 - 11278

Ф.Грюммер, Д.Караджов, И.Н.Михайлов,  
Е.Наджаков, Й.Пиперова

МИКРОСКОПИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СВЯЗИ  
МЕЖДУ ОСНОВНОЙ ( $\alpha$ ),  $\beta$ - и  $\gamma$ -ПОЛОСАМИ

*Направлено в ЯФ*



Грюммер Ф. и др.

P4 - 11278

Микроскопическое описание связи между основной ( $\epsilon$ ),  $\beta$ - и  $\gamma$ -полосами

Проведен микроскопический анализ связи между основной ( $\epsilon$ ),  $\beta$ - и  $\gamma$ -полосами. Показано, что учет "прямого" смешивания полос приводит к перенормировке формул модели принудительного вращения (МПВ) и приближения хаотических фаз (ПХФ).

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Grümmer F, et al.

P4 - 11278

Microscopic Description of the Coupling between the Ground ( $\epsilon$ ),  $\beta$ - and  $\gamma$ -Bands

A microscopic analysis has been made for the coupling between the main ( $\epsilon$ ),  $\beta$ - and  $\gamma$ -bands. It is shown that the account of "direct" mixing of the bands leads to the renormalization of the formulae for the cranking model (CM) and for the random phase approximation (RPA).

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research.

Dubna 1978

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Неадиабатические эффекты, возникающие из-за вращения ядер, свидетельствуют о том, что связь вращения и внутреннего движения проявляется в структуре состояний ротационных полос, начиная с самых низких значений углового момента. Для некоторых ядер ( $^{152}\text{Sm}$ ,  $^{154}\text{Gd}$ ) правила адиабатической модели с поправками до второго порядка по степеням углового момента не в состоянии описать экспериментальные данные, так как связь вращения и колебаний оказывается недостаточно слабой. Последнее обстоятельство объясняет интерес к моделям, в которых неадиабатические эффекты связывают с членами гамильтониана, описывающими связь между полосами, соответствующими внутреннему движению нуклонов. Модели с таким гамильтонианом применялись к описанию спектров и переходных характеристик ядер в работах /1,2/. Их микроскопический анализ проводился в целом ряде исследований, из которых ближайшими являются /3,4/. Элементом, связывающим упомянутые работы с данной публикацией, является отказ от адиабатического рассмотрения колебаний при изучении их связи с вращением /адиабатическое приближение присутствует, например, в работе /5/ /. Отличие данной работы от предшествующих заключается в отказе от адиабатического описания самого вращения, т.е. в отказе от модели принудительного вращения. При этом ротационные и неротационные свойства ядер должны быть определены решением связанной системы уравнений. Влияние остальных полос на свойства основной полосы учтены в нижайшем по угловому моменту порядку, в рамках подхода /6-9/.

Подход<sup>/6-9/</sup> основывается на введении элементарных операторов перехода ( $R^+, B^+$ ), связывающих собственные состояния гамильтониана ядра  $H$  и обладающих определенными тензорными свойствами. Операторы физических наблюдаемых можно разложить по этим операторам. Например, эрмитовский, четный по отношению к операции отражения по времени оператор /таким является, в частности, оператор  $EL$ -переходов/, действующий в пространстве состояний трех ротационных полос /основной  $g$ ,  $\beta$ - и  $\gamma$ -полос/ и описывающий переходы внутри основной полосы и между основной и  $\beta$ - и  $\gamma$ -полосами, эквивалентен следующему выражению<sup>/6,9/</sup>:

$$Q_{LM} = a_0^L \hat{R}_{LM}^+ + \frac{a_2^L}{2} \{ \hat{R}_{LM}^+, \hat{I}^2 \} + \frac{a_4^L}{2} \{ \hat{R}_{L-2}^+, \hat{I} \cdot \hat{I} \} +$$

$$+ b_0^L \hat{O}_{\beta}^{(+)} \hat{R}_{LM}^+ + \frac{b_1^L}{2i} \hat{O}_{\beta}^{(-)} [ \hat{R}_{LM}^+, \hat{I}^2 ] + \quad /1.1/$$

$$+ c_0^L \hat{O}_{\gamma 2}^{(+)} \hat{R}_{LM}^+ + \frac{c_1^L}{2i} [ \hat{O}_{\gamma 2}^{(-)} \hat{R}_{L-2}^+, \hat{I}^2 ] + \dots$$

Здесь  $\hat{A}\hat{B}_{LM}$  обозначает связь двух тензорных операторов до момента  $L$ ,  $\{ \hat{A}, \hat{B} \} = \hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A}$ ;  $[ \hat{A}, \hat{B} ] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$ .  $\hat{O}_{\beta, \gamma}^{(\pm)}$  - эрмитовские комбинации  $\hat{B}_{\mu 1M}^+$  / $\mu = \beta$  или  $\gamma$ /.

Если коэффициенты  $a_i^L$ ,  $b_i^L$ ,  $c_i^L$  в разложении /1.1/ известны, легко получить матричные элементы оператора  $Q_{LM}$  в рассматриваемом пространстве состояний. Члены с коэффициентами  $a_0^L$ ,  $b_0^L$  и  $c_0^L$  отвечают адиабатическим членам Алаги в правилах ветвления вероятностей переходов, вызванных мультипольным оператором  $Q_{LM}$ , а остальные члены дают зависящие от углового момента поправки. Рецепт для определения коэффициентов разложения /1.1/ дан в<sup>/7,9/</sup>.

Для описания энергий состояний в подходе используется т.н. модельный гамильтониан  $\hat{h}$ , действие которого в рассматриваемом пространстве ядерных состояний ( $D$ ) эквивалентно действию истинного гамильтониана ядра, т.е.

$$(\hat{H} - \hat{h}) | - \rangle = 0, \quad | - \rangle \in D. \quad /1.2/$$

Формально параметризация  $\hat{h}$  осуществляется по общим правилам параметризации действия оператора физической наблюдаемой в модельном пространстве, т.е. в соответствии с уравнением /1.1/ при  $L=0$ . Так, если ограничимся рассмотрением состояний трех полос /основной,  $\beta$  и  $\gamma$  / и учтем прямое взаимодействие основной с  $\beta$ - и  $\gamma$ -полосами соответственно, то  $\hat{h}$  можно записать в виде<sup>/9/</sup>

$$\hat{h} = \frac{\hat{I}^2}{2J} + \omega_0 \hat{B}_{\beta}^+ \hat{B}_{\beta} + \sqrt{5} \omega_2 \hat{B}_{\gamma 2}^+ \hat{B}_{\gamma 2} + \chi_0 \hat{O}_{\beta 00}^{(+)} \hat{I}^2 +$$

$$+ \frac{\sqrt{5}}{2} \chi_2 \hat{O}_{\gamma 2}^{(+)} \cdot \hat{I} \cdot \hat{I}. \quad /1.3/$$

Здесь  $\chi_0$  и  $\chi_2$  - константы связи  $g$  с  $\beta$  и  $\gamma$  ротационными полосами.

При параметризации /1.3/ операторы элементарных переходов  $R^+$  и  $B^+$  приобретают иной смысл: состояния  $|\mu 1M\rangle$ , входящие в их определение, являются собственными не для  $\hat{H}$ , а для  $\hat{H} - \hat{H}_{\text{взаим}}$ . /т.е. сами операторы наделены элементом "свободы"/.

Гамильтониан  $\hat{h}$  можно было параметризовать, оставив его диагональным в состояниях  $|\mu 1M\rangle$ , при помощи которых определены операторы  $R^+$ ,  $B^+$ . Для этого надо положить  $\chi_0 = \chi_2 = 0$  в разложении /1.3/ и дополнить его членами более высокого порядка по  $\hat{I}^2$ , т.е.  $B\hat{I}^4 + C\hat{I}^6 + \dots$  и т.д. Параметризация такого рода требует, однако, введения большого числа параметров. Вот почему при описании неадиабатических эффектов из-за смешивания основной,  $\beta$ - и  $\gamma$ -полос, мы выбираем  $\hat{h}$  в виде /1.3/.

Во втором параграфе настоящей работы рассмотрено, к каким изменениям в выражениях для энергий состояний  $g$ -,  $\beta$ - и  $\gamma$ -полос и матричных элементов  $E_2$ -переходов между ними приводит учет прямого взаимодействия полос в модельном гамильтониане.

В третьем параграфе получены матрицы плотности с учетом прямого смешивания.

В четвертом параграфе показано, как можно определить параметры модельного гамильтониана на основе микроскопической модели.

## 2. ДИАГОНАЛИЗАЦИЯ МОДЕЛЬНОГО ГАМИЛЬТониАНА

Включение  $\hat{A}$  членов связи  $\chi_0$  и  $\chi_2$  в модельный гамильтониан  $\hat{h}$  приводит к тому, что последний перестает быть диагональным в рассматриваемом пространстве трех полос /  $g$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  /. Для гамильтониана без смешивания /т.е. при  $\chi_0 = \chi_2 = 0$ / собственными являются "чистые" состояния  $g$ -полосы -  $|gIM\rangle$ ,  $\beta$ -полосы -  $|\beta IM\rangle$  и  $\gamma$ -полосы -  $|\gamma IM\rangle$ , а соответствующие

собственные значения имеют вид  $\frac{I(I+1)}{2J}$ ,  $\omega_0 n_\beta$  и

$\omega_2 n_\gamma$ . Чтобы найти состояния гамильтониана /1.3/, мы воспользовались теорией возмущений по отношению к включенным в него членам связи. Ограничиваясь нижайшими ненулевыми поправками, получаем, в частности, для энергий состояний основной полосы:

$$E_g(I) = \frac{I(I+1)}{2J} \left(1 + \frac{\chi_2^2 J}{2\omega_2}\right) - \frac{\chi_0^2 [I(I+1)]^2}{\omega_0} - \frac{\chi_2^2 [I(I+1)]^2}{4\omega_2}. \quad /2.1/$$

Величины  $B_{g\beta} = -\frac{\chi_0^2}{\omega_0}$  и  $B_{g\gamma} = -\frac{\chi_2^2}{4\omega_2}$  можно интерпретировать, как части параметра неадиабатичности /10/, входящего в двухпараметрическую формулу Бора и Мотельсона для ротационной энергии

$$E(I) = A(I+1) + B[I(I+1)]^2, \quad /2.2/$$

которые возникают из-за прямого взаимодействия основной полосы с  $\beta$ - и  $\gamma$ -полосами соответственно. Первым коэффициентом формулы /2.2/ будет величина

$$A = \frac{1}{2\tilde{J}} = \frac{1}{2J} \left(1 + \frac{\chi_2^2 J}{2\omega_2}\right). \quad /2.3/$$

Из выражения /2.3/ видно, что учет связи полос изменяет теоретические значения энергии.

Аналогично можно увидеть, что диагонализация модельного гамильтониана /1.3/ не перенормирует  $\omega_0$ , но перенормирует  $\tilde{\omega}_2 = \omega_2 + \frac{3}{J}$ . Поскольку в  $\hat{h}$  мы не включаем членов четвертой степени, которые могут привести к микроскопической перенормировке  $\omega_2$  в третьем порядке, то мы предпочитаем пользоваться здесь частотами ПХФ,  $\tilde{\omega}_2 = \omega_2$ .

Возмущенные состояния рассматриваемых полос с точностью до членов, линейных по константам связи  $\chi_0$  и  $\chi_2$ , имеют следующий вид:

$$|\tilde{gIM}\rangle = |gIM\rangle - \frac{\chi_0}{\omega_0} I(I+1) |\beta IM\rangle - \frac{\chi_2 [(I-1)I(I+1)(I+2)]^{1/2}}{2\omega_2} |\gamma IM\rangle, \quad /2.4/$$

$$|\tilde{\beta IM}\rangle = |\beta IM\rangle + \frac{\chi_0}{\omega_0} I(I+1) |gIM\rangle, \quad /2.5/$$

$$|\widetilde{\gamma IM}\rangle = |\gamma IM\rangle + \frac{\chi_2}{2\omega_2} [(I-1)I(I+1)(I+2)]^{1/2} |gIM\rangle. \quad /2.6/$$

После того как получены состояния /2.4/-/2.6/, легко найти матричные элементы интересующего нас оператора E2-переходов между ними. Для случая g-g переходов имеем

$$\begin{aligned} \langle \widetilde{I_f g} || \hat{Q}_2 || \widetilde{g I_i} \rangle &= \langle I_f g || \hat{Q}_2 || g I_i \rangle - \\ &- \frac{\chi_0}{\omega_0} \{ I_f (I_f + 1) \langle I_f \beta || \hat{Q}_2 || g I_i \rangle + I_i (I_i + 1) \langle I_f g || \hat{Q}_2 || \beta I_i \rangle \} - \\ &- \frac{\chi_2}{2\omega_2} \{ [(I_f - 1)I_f (I_f + 1)(I_f + 2)]^{1/2} \langle I_f \gamma || \hat{Q}_2 || g I_i \rangle + \\ &+ [(I_i - 1)I_i (I_i + 1)(I_i + 2)]^{1/2} \langle I_f g || \hat{Q}_2 || \gamma I_i \rangle \} \quad /2.7/ \end{aligned}$$

и аналогично для g-β и g-γ - переходов:

$$\begin{aligned} \langle \widetilde{I_f \beta} || \hat{Q}_2 || \widetilde{g I_i} \rangle &= \langle I_f \beta || \hat{Q}_2 || g I_i \rangle + \\ &+ \frac{\chi_0}{\omega_0} \{ I_f (I_f + 1) \langle I_f g || \hat{Q}_2 || g I_i \rangle - I_i (I_i + 1) \langle I_f \beta || \hat{Q}_2 || \beta I_i \rangle \}, \quad /2.8/ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle \widetilde{I_f \gamma} || \hat{Q}_2 || \widetilde{g I_i} \rangle &= \langle I_f \gamma || \hat{Q}_2 || g I_i \rangle + \\ &+ \frac{\chi_2}{2\omega_2} \{ [(I_f - 1)I_f (I_f + 1)(I_f + 2)]^{1/2} \langle I_f g || \hat{Q}_2 || g I_i \rangle - \\ &- [(I_i - 1)I_i (I_i + 1)(I_i + 2)]^{1/2} \langle I_f \gamma || \hat{Q}_2 || \gamma I_i \rangle \}. \quad /2.9/ \end{aligned}$$

Приведенные матричные элементы /2.7/-/2.9/ можно записать в терминах параметров неадиабатичности E2-

переходов  $\widetilde{a}$ ,  $\widetilde{Y}$ ,  $\widetilde{Z}_0$  и  $\widetilde{Z}_2$ , отличающихся от введенных раньше /7,8/ поправками, учитывающими связь полос. В нижайшем порядке по неадиабатичности для новых параметров имеем:

$$\widetilde{a}_0 = a_0 - \frac{\sqrt{6} \chi_2 c}{2\omega_2}, \quad /2.10/$$

$$\widetilde{b}_0 = b_0, \quad /2.11/$$

$$\widetilde{c}_0 = c_0 - \frac{2\sqrt{6} \chi_2 a_0}{\omega_2}, \quad /2.12/$$

$$\widetilde{a} = \left( a - \frac{2\chi_0 b_0}{\omega_0 a_0} - \frac{\chi_2 c_0}{\sqrt{6} \omega_2 a_0} \right) / \left( 1 - \frac{\sqrt{6} \chi_2 c_0}{2\omega_2 a_0} \right), \quad a = \frac{a_2}{a_0}, \quad /2.13/$$

$$\widetilde{Y} = \left( Y - \frac{\chi_2 c_0}{\omega_2 a_0} \right) / \left( 1 - \frac{\sqrt{6} \chi_2 c_0}{2\omega_2 a_0} \right), \quad Y = \frac{a_4}{a_0}, \quad /2.14/$$

$$\widetilde{Z}_0 = Z_0 - \frac{\chi_0 a_0}{\omega_0 b_0}, \quad Z_0 = -\frac{b_1}{2b_0}, \quad /2.15/$$

$$\widetilde{Z}_2 = \left( Z_2 - \frac{\sqrt{6} \chi_2 a_0}{\omega_2 c_0} \right) / \left( 1 - \frac{2\sqrt{6} \chi_2 a_0}{\omega_2 c_0} \right), \quad Z_2 = -\frac{c_1}{c_0}. \quad /2.16/$$

Входящие в выражения /2.10/-/2.16/ коэффициенты разложения /1.1/  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  определяем решением уравнений, аналогичных уравнениям /7,8/, в которых учтен новый вид феноменологического гамильтониана.

Эффекты неадиабатичности, не связанные с прямым взаимодействием полос, отражаются членами, в которых не присутствуют  $\chi_0$  и  $\chi_2$ , т.е. старыми параметрами  $a$ ,  $Y$ ,  $Z_0$  и  $Z_2$ .

### 3. МАТРИЦЫ ПЛОТНОСТИ С УЧЕТОМ ПРЯМОГО СМЕШИВАНИЯ

Алгебраические свойства операторов элементарного перехода /6/ накладывают ряд условий на параметры модельного гамильтониана /1.3/. Ими мы воспользуемся при определении последних, т.е. при определении момента инерции ядра J, энергий нижайших  $\beta$ - и  $\gamma$ -вибрационных состояний,  $\omega_0$  и  $\omega_2$  соответственно, а также констант связи основной с  $\beta$ - и  $\gamma$ -ротационными полосами -  $\chi_0$  и  $\chi_2$ .

Рассмотрим сначала условия ортонормировки элементарных операторов перехода, соответствующих разным модам коллективных возбуждений: вращению,  $\beta$ - и  $\gamma$ -вибрационным возбуждениям. В терминах одночастичных матриц плотности \* /8,9/ их можно записать следующим образом:

$$\sum_{ij} j_{ij}^x \rho_{ji}^{(100)} = -1, \quad /3.1/$$

$$2\text{Re} \sum_{ij} i p_{ij}^{(01\bar{0})} p_{ji}^{(01^+0)} = 1, \quad /3.2/$$

$$4\text{Re} \sum_{ij} i p_{ij}^{(001\bar{0})} p_{ji}^{(001^+)} = 1. \quad /3.3/$$

Здесь  $j_{ij}^x$  - матричные элементы компоненты  $I_x$  оператора углового момента. Одночастичные матрицы плотности определены, как

$$\rho_{ij}^{(100)} = -\frac{1}{\sqrt{6}} \langle M | [a_j^+ a_i, \hat{R}_{21}^+ + \hat{R}_{2-1}^+] | M \rangle,$$

\* Матрицы плотности определены, как  $\rho_{ji}(M) = \langle M | a_i^+ a_j | M \rangle$ ,  $\rho_{ji}(M) = \langle M | a_i^+ a_j | M \rangle$ , где  $a^+(a)$  - операторы рождения /уничтожения/ бозолюбловских квазичастиц, а  $a^+(a)$  - операторы рождения /уничтожения/ фермионов.

$$\rho_{ij}^{(01^+0)} = i \langle M | [a_j^+ a_i, \hat{O}_\beta^{(\pm)}] | M \rangle,$$

$$\rho_{ij}^{(001^+)} = i \langle M | [a_j^+ a_i, \hat{O}_{\gamma 2,2}^{(\pm)} + \hat{O}_{\gamma 2,-2}^{(\pm)}] | M \rangle, \quad /3.4/$$

и аналогично квазичастичные матрицы плотности:

$$p_{ij}^{(01^+0)} = i \langle M | [a_i^+ a_j^+, \hat{O}_\beta^{(\pm)}] | M \rangle$$

и т.д.

Дальше приведем условия, обеспечивающие разделение /в среднем по состоянию  $|M\rangle$  между вращательной и  $\beta$ - и  $\gamma$ -вибрационными модами соответственно:

$$\sum_{ij} (\hat{I} \cdot \hat{I})_{ij} \rho_{ji}^{(01\bar{0})} = 0, \quad /3.5/$$

$$\sum_{ij} (\hat{I} \cdot \hat{I})_{ij} \rho_{ji}^{(001\bar{0})} = 0. \quad /3.6/$$

Последние происходят из коммутационных соотношений операторов перехода с угловым моментом.

Матрицу плотности в условиях /3.1/-/3.3/ и /3.5/-/3.6/ находим из уравнений движения /7,8/, в которых учтен новый вид модельного гамильтониана /1.3/, т.е. связь полос. Для получения результатов, отличных от найденных ранее в первом порядке /7,8/, нужно отказаться от принятого в этих работах пренебрежения обменными членами. В таком случае для элементов матрицы плотности, соответствующей ротационной моде, имеем:

$$\rho_{ji}^{(100)} = -\frac{j_{ij}^x u_{ji}^{(-)2}}{J \tilde{E}_{ji}}$$

$$\begin{aligned}
& -8\kappa_{20} \chi_0 \omega_0 b_0 \frac{u_{ij}^{(-)}}{\tilde{E}_{ij}} \left\{ \sum_m \left( \frac{j_{im}^x q_{mj}^{20} u_{jm}^{(+)} V_{mi}^{(+)}}{\tilde{E}_{jm}^2 - \omega_0^2} - \frac{q_{im}^{20} j_{mj}^x u_{mi}^{(+)} V_{mj}^{(+)}}{\tilde{E}_{im}^2 - \omega_0^2} \right) - \right. \\
& - j_{ij}^x (u_{jj}^{(+)} \lambda \cdot (01^-0) + V_{jj}^{(-)} \Delta \cdot (01^-0)) \frac{V_{ji}^{(+)}}{\tilde{E}_{jj}^2 - \omega_0^2} - \\
& - j_{ij}^x (u_{jj}^{(+)} \lambda \cdot (01^-0) + V_{jj}^{(-)} \Delta \cdot (01^-0)) \frac{V_{ij}^{(+)}}{\tilde{E}_{ii}^2 - \omega_0^2} \left. \right\} + \\
& + 4\chi_0^2 \omega_0 \sum_{mn} \frac{u_{ij}^{(-)}}{\tilde{E}_{ij}} [j_{im}^x (j_{mn}^x j_{nj}^x + j_{mn}^y j_{nj}^y) \frac{V_{mi}^{(+)}(u_{nn}^{(+)} V_{mj}^{(-)} - V_{nn}^{(-)} u_{mj}^{(+)})}{\tilde{E}_{jm}^2 - \omega_0^2} - \\
& - j_{jm}^x (j_{mn}^x j_{ni}^x + j_{mn}^y j_{ni}^y) \frac{V_{mj}^{(+)}(u_{nn}^{(+)} V_{mi}^{(-)} - V_{nn}^{(-)} u_{mi}^{(+)})}{\tilde{E}_{im}^2 - \omega_0^2}] - \\
& - 4\kappa_{22} \chi_2 \omega_2 c_0 \sum_m \frac{u_{ij}^{(-)}}{\tilde{E}_{ji}} \left[ \frac{j_{im}^x q_{mj}^{22} u_{jm}^{(+)} V_{mi}^{(+)}}{\tilde{E}_{jm}^2 - \omega_2^2} + \frac{q_{im}^{22} j_{mj}^x u_{im}^{(+)} V_{mj}^{(+)}}{\tilde{E}_{im}^2 - \omega_2^2} \right] + \\
& + \chi_2 \omega_2 \sum_{mn} \frac{u_{ji}^{(-)}}{\tilde{E}_{ji}} [j_{im}^x (j_{mn}^x j_{mj}^x - j_{mn}^y j_{nj}^y) \frac{V_{mi}^{(+)}(u_{nn}^{(+)} V_{mj}^{(-)} - V_{nn}^{(-)} u_{mj}^{(+)})}{\tilde{E}_{jm}^2 - \omega_0^2} - \\
& - j_{jm}^x (j_{mn}^x j_{nj}^x - j_{mn}^y j_{ni}^y) \frac{V_{mj}^{(+)}(u_{nn}^{(+)} V_{mi}^{(-)} - V_{nn}^{(-)} u_{mi}^{(+)})}{\tilde{E}_{im}^2 - \omega_0^2}]. \quad /3.7/
\end{aligned}$$

Аналогично для матриц плотности, соответствующих вибрационным модам, получаем:

$$\begin{aligned}
p_{ji}^{(01^-0)} &= \frac{1}{u_{ji}^{(-)}} \rho_{ij}^{(01^-0)} = 2\kappa_{20} b_0 \left[ \frac{q_{ij}^{20} u_{ji}^{(+)} \tilde{E}_{ji}}{\tilde{E}_{ji}^2 - \omega_0^2} + \right. \\
& + (u_{ii}^{(+)} \lambda \cdot (01^-0) + V_{ii}^{(-)} \Delta \cdot (01^-0)) \frac{\tilde{E}_{ii}}{\tilde{E}_{ii}^2 - \omega_0^2} \delta_{ij} \left. \right] - \\
& - \chi_0 \frac{\tilde{E}_{ji}}{\tilde{E}_{ji}^2 - \omega_0^2} \sum (j_{im}^x j_{mj}^x + j_{im}^y j_{mj}^y) (u_{mm}^{(+)} V_{ij}^{(-)} - V_{mm}^{(-)} u_{ij}^{(+)}) \quad /3.8/ \\
p_{ji}^{(01^+0)} &= - \frac{i\omega_0}{\tilde{E}_{ji}} p_{ji}^{(01^-0)}, \\
p_{ji}^{(001^-)} &= \frac{1}{u_{ji}^{(-)}} \rho_{ij}^{(001^-)} = 2\kappa_{22} c_0 \frac{q_{ij}^{22} u_{ji}^{(+)} \tilde{E}_{ji}}{\tilde{E}_{ji}^2 - \omega_2^2} - \\
& - \frac{\chi_2}{2} \frac{\tilde{E}_{ji}}{\tilde{E}_{ji}^2 - \omega_2^2} \sum_m (j_{im}^x j_{mj}^x - j_{im}^y j_{mj}^y) (u_{mm}^{(+)} V_{ij}^{(-)} - V_{mm}^{(-)} u_{ij}^{(+)}) , \\
p_{ji}^{(001^+)} &= - \frac{i\omega_2}{\tilde{E}_{ji}} p_{ji}^{(001^-)} \quad /3.9/
\end{aligned}$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$u_{im}^{(\pm)} = u_i v_m \pm v_i u_m, \quad V_{im}^{(\pm)} = u_i u_m \pm v_i v_m,$$

$$q_{im}^{2\mu} = q_{im}^{2\mu} + q_{mi}^{2\mu*},$$

$$\tilde{E}_{ij} = \tilde{E}_i + \tilde{E}_j,$$



где  $\tilde{E}_i$  - перенормированная из-за вращения квазичастичная энергия<sup>/8/</sup>;  $u_i, v_i$  - коэффициенты канонического преобразования Боголюбова;  $q_{ij}^{2\mu}$  - матричные элементы оператора квадрупольного момента.

Величины  $\lambda^{(01^-0)} = \lambda^{(01^-0)} / \kappa_{20} b_0$  и  $\Lambda^{(01^-0)} = \Lambda^{(01^-0)} / \kappa_{20} b_0$  связаны с изменением химического потенциала и параметра щели из-за наличия парных вибраций в системе<sup>/11/</sup>, причем первая из них определяется из условия устранения примесей состояний с  $\Delta N = \pm 2$  к основному состоянию:

$$\langle M | [\hat{N}, \hat{O} \beta^{(-)}] | M \rangle = 0,$$

где  $\hat{N}$  - оператор числа частиц.

В выражение для матриц плотности /3.7/-/3.9/, кроме параметров модельного гамильтониана /1.3/, входят и неизвестные коэффициенты  $b_0$  и  $c_0$  из разложения оператора квадрупольного момента /1.1/. Эти коэффициенты можно также выразить в терминах матриц плотности:

$$b_0 = q_0 = \frac{1}{2} \sum_{ij} q_{ij}^{20} \rho_{ji}^{(01^-0)}, \quad /3.10/$$

$$c_0 = q_2 = \frac{1}{2} \sum_{ij} q_{ij}^{22} \rho_{ji}^{(001^-)}. \quad /3.11/$$

Решения уравнений движения во втором порядке с членами прямого смешивания можно записать в следующем виде:

$$p_{ji}^{(200)} = \sum_{\mu=0,2} Q_{2\mu}^{(200)} q_{ij}^{2\mu} u_{ji}^{(+)} \frac{1}{\tilde{E}_{ij}} - \frac{F^{(200)}}{\tilde{E}_{ii}} \delta_{ij} - \frac{\beta_{ij}^{(100)}}{\tilde{E}_{ij}} + 4i\chi_0 \frac{p_{ji}^{(01^+0)}}{\tilde{E}_{ij}} - 4i\chi_2 \frac{p_{ji}^{(001^+)}}{\tilde{E}_{ij}},$$

$$p_{ji}^{(101^-)} = \frac{1}{(\tilde{E}_{ji}^2 - \omega_2^2)} \left\{ -\frac{1}{J} [\beta_{ij}^{(001^+)} i\omega_2 + \tilde{E}_{ij} \beta_{ij}^{(001^-)}] + \right.$$

$$\left. + i\omega_2 Q_{21}^{(101^-)} q_{ij}^{21} u_{ij}^{(+)} + Q_{22}^{(001)} \alpha_{ij}^{22(100)} \tilde{E}_{ij} - \chi_2 j_{ij}^x u_{ji}^{(-)} \tilde{E}_{ij} \right\},$$

$$p_{ji}^{(11^-0)} = \frac{1}{(\tilde{E}_{ji}^2 - \omega_0^2)} \left\{ -\frac{1}{J} [i\omega_0 \beta_{ij}^{(01^+0)} + \tilde{E}_{ij} \beta_{ij}^{(01^-0)}] + \right.$$

$$\left. + i\omega_0 Q_{21}^{(11^+0)} q_{ij}^{21} u_{ij}^{(+)} + Q_{20}^{(01^-0)} \alpha_{ij}^{20(100)} \tilde{E}_{ij} - \right.$$

$$\left. - E_{ij}^{(01^-0)} p_{ji}^{(100)} \tilde{E}_{ij} - 2\chi_0 j_{ij}^x u_{ji}^{(-)} \tilde{E}_{ij} \right\}. \quad /3.12/$$

Здесь использованы обозначения:

$$F_i^{(200)} = -2\lambda^{(200)} u_i v_i - \Lambda^{(200)} (u_i^2 - v_i^2),$$

$$E_i^{(01^-0)} = -\lambda^{(01^-0)} V_{ii}^{(-)} + \Lambda^{(01^-0)} u_{ii}^{(+)},$$

$$\bar{Q}_{2\mu} = \frac{\kappa a\mu}{1 + \delta_{\mu 0}} \sum_{ij} \bar{q}_{ij}^{2\mu} \rho_{ji}^{(M)},$$

$$\alpha_{ij}^{2\mu} = \sum_k [\bar{q}_{kj}^{2\mu} p_{ki}^{(M)} V_{kj}^{(-)} + \bar{q}_{ik}^{2\mu} p_{jk}^{(M)} V_{ki}^{(-)} - \bar{q}_{kj}^{2\mu} q_{ik}^{(-)} u_{jk}^{(+)} - \bar{q}_{ik}^{2\mu} q_{jk}^{(+)} u_{ki}^{(+)}],$$

$$\beta_{ij} = \sum_k [j_{ik}^x p_{jk}^{(M)} V_{ik}^{(+)} - j_{kj}^x p_{ki}^{(M)} V_{kj}^{(+)}],$$

$$q_{jk}^{(M)} = \langle M | \alpha_j^+ \alpha_k | M \rangle.$$

Индексы (100) и т.д. у величин  $\alpha, \beta$  и  $Q$  относятся к матрицам плотности, определенным в формуле /3.4/.

Матрицы плотности второго порядка без смешивания получены раньше /7.9/. Но в этом более высоком порядке мы можем сохранить обменные члены, которыми также пренебрегали. В отличие от старых формул первого порядка формулы второго порядка без обменных членов /7.9/ зависят явно от прямого смешивания. Поэтому в нижайшем приближении можно их оставить без изменений. В таком случае, если в эти формулы подставим вместо старых матриц плотности первого порядка новые /3.7/-/3.9/, то полученные выражения должны совпадать с /3.12/ вплоть до членов высшего порядка. Ими можно пользоваться для контроля использованного приближения.

#### 4. МИКРОСКОПИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛЬНОГО ГАМИЛЬТониАНА И Е2-МОМЕНТА

Если в условия /3.1/-/3.3/, /3.5/-/3.6/ и /3.10/-/3.11/ подставим матрицы плотности /3.7/-/3.9/, то получим замкнутую систему из семи уравнений для определения параметров модельного гамильтониана / J ,  $\omega_0$  ,  $\omega_2$  ,  $\chi_0$  ,  $\chi_2$  / и коэффициентов  $b_0=q_0$  и  $c_0=q_2$ . Ниже приводим явный вид полученной системы. Порядок записи уравнений соответствует порядку, в котором вводились условия /3.1/-/3.3/, /3.5/-/3.6/, /3.10/-/3.11/.

$$J = \tilde{J}_{er} [1 - \Delta(\beta, \gamma)]^{-1},$$

где

$$\Delta(\beta, \gamma) = \sum_{\mu=0,2} \{ 4(1+\delta_{\mu 0}) (F_{jjq}^{\mu} + F_{jjp}^{01} \delta_{\mu 0}) \chi_{\mu} \omega_{\mu} q_{\mu} \kappa_{2\mu} + 4F_{jjj}^{\mu} \chi_{\mu}^2 \omega_{\mu} \}, \quad /4.1/$$

$$8(2-\delta_{\mu 0}) [F_{qq}^{\mu} + (2F_{qp}^{01} + F_{rp}^{01}) \delta_{\mu 0}] \kappa_{2\mu} q_{\mu}^2 \omega_{\mu} - 8[D_{qjj}^{\mu} + D_{jjp}^{01} \delta_{\mu 0}] \kappa_{2\mu} \omega_{\mu} \chi_{\mu} q_{\mu} + (1+\delta_{\mu 0}) D_{jjj}^{\mu} \omega_{\mu} \chi_{\mu}^2 = 1 \quad (\mu=0,2), \quad /4.2/$$

$$2[P_{jjq}^{\mu} + P_{jj}^{01} \delta_{\mu 0}] \kappa_{2\mu} q_{\mu} - \frac{(1+\delta_{\mu 0})}{2} P_{jjj}^{\mu} \chi_{\mu} = 0 \quad (\mu=0,2), \quad /4.3/$$

$$2[1 - \kappa_{2\mu} (\tilde{F}_{qq}^{\mu} + \tilde{F}_{qp}^{01} \delta_{\mu 0})] q_{\mu} + \frac{(1+\delta_{\mu 0})}{2} \tilde{D}_{qjj}^{\mu} \chi_{\mu} = 0 \quad (\mu=0,2). \quad /4.4/$$

Явный вид коэффициентов системы приводим в Приложении.

Рассмотрим сначала пару уравнений /4.3/ и /4.4/. Это система двух однородных линейных уравнений относительно  $\chi_{\mu}$  и  $q_{\mu}$ . Приравняв нулю ее детерминант, выводим секулярное уравнение

$$1 - \kappa_{2\mu} [\tilde{F}_{qq}^{\mu} + \tilde{F}_{qp}^{01} \delta_{\mu 0} + \frac{P_{jjq}^{\mu} \tilde{D}_{qjj}^{\mu}}{P_{jjj}^{\mu}}] = 0, \quad /4.5/$$

из которого находим частоты  $\omega_{\mu}$ . т.е. при  $\mu=0$  - частоты  $\beta$ -колебаний, а при  $\mu=2$  - частоты  $\gamma$ -колебаний. Уравнения /4.5/ отличаются от аналогичных уравнений ПХФ<sup>11/</sup> из-за учета прямого смешивания основной полосы с  $\beta$ - и  $\gamma$ -полосами в модельном гамильтониане, а следовательно, и в матрицах плотности  $\beta$ - и  $\gamma$ -вибрационных возбуждений /3.8/ и /3.9/. При  $\chi_{\mu}=0$  уравнение /4.5/ переходит в обычное уравнение ПХФ для  $\omega_{\mu}$ :

$$1 - \kappa_{2\mu} (\tilde{F}_{qq}^{\mu} + \delta_{\mu 0} \tilde{F}_{qp}^{01}) = 0 \quad (\mu=0,2). \quad /4.6/$$

Из уравнения /4.3/ получаем также соотношение пропорциональности

$$\chi_{\mu} = \frac{2(P_{jjq}^{\mu} + \delta_{\mu 0} P_{jj}^{01}) \kappa_{2\mu}}{P_{jjj}^{\mu}} q_{\mu}.$$

Дальше, подставляя  $\omega_\mu$  из /4.5/ в условие нормировки /4.2/, получим величину  $q_\mu$ . При  $\chi_\mu = 0$  /4.2/ также сводится к уравнению ПХФ для  $q_\mu$ , определяющего вероятность переходов из основной в  $\beta$ - или  $\gamma$ -полосы при  $\mu=0$  или 2 соответственно. Теперь мы можем найти величину  $\Delta(\beta, \gamma)$ , отличающую формулу для момента инерции ядра в случае прямого смешивания основной полосы с  $\beta$ - и  $\gamma$ -полосами /4.1/ от обычной формулы метода принудительного вращения.

Как было выяснено в конце раздела 3, коэффициенты разложения  $E_2$ -момента /1.1/, зависящие от матрицы плотности второго порядка, можно вычислить по формулам без обменных членов, но с учетом прямого смешивания /9/. Для этого надо определить сначала константы  $\chi_0$  и  $\chi_2$  в первом порядке с учетом обменных членов по описанному в этом разделе способу.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как было показано в предыдущих разделах, учет "прямого" смешивания полос приводит к перенормировке результатов модели принудительного вращения и ПХФ для энергий и вероятностей переходов. При этом перенормировка происходит на двух этапах при диагонализации модельного гамильтониана /1.3/ /разд. 2/ и при микроскопическом определении его коэффициентов и коэффициентов разложения электрического момента /1.1/ /разд. 4/. Насколько такая перенормировка приведет к улучшению знакомых расхождений теории с экспериментом, например, в значениях момента инерции, сможет показать только численный расчет. То же самое можно сказать о расхождениях неадиабатических эффектов с их параметрами /2.10/-/2.16/, рассчитанными раньше без "прямого" смешивания /8/.

В разделе 3 было отмечено, что такая перенормировка формул модели принудительного вращения и ПХФ связана с более высоким приближением по отношению к обменным членам, чем обычно принято в упомянутых

методах. Физически это означает, что в дополнение к "непрямому" смешиванию двухчастичных и коллективных полос, которое учитывается крэнкинг-моделью и соответственно ПХФ, здесь мы учитываем и "прямое" смешивание /12/. Однако в отличие от знакомых работ мы предлагаем микроскопическое определение его силы. "Прямое" смешивание накладывается на "непрямое" так, как, например, резонансное рассеяние накладывается на потенциальное.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Коэффициенты системы уравнений /4.1/-/4.4/

$$F_{jjq}^\mu = 2 \sum_{ijm} j_j^x j_{ji}^x j_{im}^x q_{mj}^{2\mu} \frac{u_{ij}^{(-)} u_{jm}^{(+)} V_{im}^{(+)}}{(1 + \delta_{\mu 0})^2 \tilde{E}_{ji} (\tilde{E}_{mj}^2 - \omega_\mu^2)},$$

$$F_{jjp}^{01} = 2 \sum_{ij} j_{ji}^x j_{ij}^x \frac{u_{ij}^{(-)} V_{ij}^{(+)} \{ u_{jj}^{(+)} \lambda^{(01^-0)} + V_{jj}^{(-)} \lambda^{(01^0)} \}}{\tilde{E}_{ji} (\tilde{E}_{jj}^2 - \omega_0^2)},$$

$$F_{jjjj}^\mu = 2 \sum_{ijmn} j_{ji}^x j_{im}^x (j_{mn}^x j_{nj}^x + (-1)^{\delta_{\mu 0} + 1} j_{mn}^y j_{nj}^y) \times \\ \times \frac{u_{ij}^{(-)} V_{im}^{(+)} (u_{nn}^{(+)} V_{mj}^{(-)} - V_{nn}^{(-)} u_{mj}^{(+)})}{\tilde{E}_{ji} (\tilde{E}_{jm}^2 - \omega_\mu^2)},$$

$$F_{qq}^\mu = \sum_{ij} q_{ij}^{2\mu} q_{ji}^{2\mu} \frac{u_{ij}^{(+)} \tilde{E}_{ji}}{(1 + \delta_{\mu 0})^2 (\tilde{E}_{ji}^2 - \omega_\mu^2)^2},$$

$$F_{qp}^{01} = \sum_i q_{ii}^{20} \frac{[u_{ii}^{(+)} \lambda \cdot (01^- 0) + V_{ii}^{(-)} \Delta \cdot (01^- 0)] u_{ii}^{(+)} \tilde{E}_{ii}}{(\tilde{E}_{ii}^2 - \omega_0^2)^2},$$

$$F_{pp}^{01} = \sum_i \frac{[u_{ii}^{(+)} \lambda \cdot (01^- 0) + V_{ii}^{(-)} \Delta \cdot (01^- 0)]^2 \tilde{E}_{ii}}{(\tilde{E}_{ii}^2 - \omega_0^2)^2},$$

$$D_{qjj}^{\mu} = \sum_{ijm} q_{ij}^{2\mu} (j_{jm}^x j_{mi}^x + (-1)^{\delta_{\mu 0} + 1} j_{jm}^y j_{mi}^y) \times \\ \times \frac{u_{ji}^{(+)} (u_{mm}^{(+)} V_{ij}^{(-)} - V_{mm}^{(-)} u_{ij}^{(+)}) \tilde{E}_{ji}}{(1 + \delta_{\mu 0}) (\tilde{E}_{ji}^2 - \omega_{\mu}^2)^2},$$

$$D_{jip}^{01} = \sum_{im} (j_{im}^x j_{mi}^x + j_{im}^y j_{mi}^y) \times \\ \times \frac{[u_{ii}^{(+)} \lambda \cdot (01^- 0) + V_{ii}^{(-)} \Delta \cdot (01^- 0)] (u_{mm}^{(+)} V_{ii}^{(-)} - V_{mm}^{(-)} u_{ii}^{(+)}) \tilde{E}_{ii}}{(\tilde{E}_{ii}^2 - \omega_0^2)^2},$$

$$D_{jjj}^{\mu} = \sum_{ijmn} (j_{im}^x j_{mj}^x + (-1)^{\delta_{\mu 0} + 1} j_{im}^y j_{mj}^y) \times \\ \times (j_{jn}^x j_{ni}^x + (-1)^{\delta_{\mu 0} + 1} j_{jn}^y j_{ni}^y) \times \\ \times \frac{(u_{mm}^{(+)} V_{ij}^{(-)} - V_{mm}^{(-)} u_{ij}^{(+)}) (u_{nn}^{(+)} V_{ij}^{(-)} - V_{nn}^{(-)} u_{ij}^{(+)}) \tilde{E}_{ji}}{(\tilde{E}_{ji}^2 - \omega_{\mu}^2)^2},$$

$$P_{jjq}^{\mu} = \sum_{ijm} (j_{ij}^x j_{jm}^x + (-1)^{\delta_{\mu 0} + 1} j_{ij}^y j_{jm}^y) q_{mi}^{2\mu} \frac{u_{im}^{(-)} u_{im}^{(+)} \tilde{E}_{mi}}{(1 + \delta_{\mu 0}) (\tilde{E}_{mi}^2 - \omega_{\mu}^2)},$$

$$P_{jjjj}^{\mu} = \sum_{ijmn} (j_{ij}^x j_{jm}^x + (-1)^{\delta_{\mu 0} + 1} j_{ij}^y j_{jm}^y) \times \\ \times (j_{mn}^x j_{ni}^x + (-1)^{\delta_{\mu 0} + 1} j_{mn}^y j_{ni}^y) \times \\ \times \frac{u_{im}^{(-)} (u_{nn}^{(+)} V_{mi}^{(-)} - V_{nn}^{(-)} u_{mi}^{(+)}) \tilde{E}_{mi}}{\tilde{E}_{mi}^2 - \omega_{\mu}^2}.$$

Тильда над  $F_{qq}^{\mu}, D_{qjj}^{\mu}$  и т.д. указывает на то, что знаменатель соответствующей суммы содержит  $(\tilde{E}_{mi}^2 - \omega_{\mu}^2)$  в первой степени.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Rud N., Nielsen H.L., Wilsky K. *Nucl.Phys.*, 1971, A167, p.401.
2. Gunter C. e.a. *Nucl.Phys.*, 1971, A172, p.273.
3. Pavlichenkov I.M. *Nucl.Phys.*, 1964, 55, p.225.
4. Neergard K. *Matrix Elements of Nuclear Inertia Tensor... Preprint Niels Bohr Institute*, 1974.
5. Marshalek E.R. *Phys.Rev.*, 1967, 158, p.993.
6. Михайлов И.Н., Наджаков Е., Караджов Д. *ЭЧАЯ*, 1973, 4, с.311.
7. Караджов Д., Михайлов И.Н., Пуперова Й. *ЯФ*, 1975, 21, с.964; *Пуперова Й.*, *ТМФ*, 1976, 29, с.118.
8. Караджов Д. и др. *ЯФ*, 1976, 24, с.888.
9. Nadjakov E. *Preprint IC/75/34; IC/75/37, Trieste*, 1975; to appear in *J.Phys. G: Nucl.Phys.*
10. Bohr A., Mottelson B.R. *Dan. Mat. Fys. Medd.*, 1953, 27, no. 16.
11. Соловьев В.Г. *Теория сложных ядер. "Наука"*, М., 1971.
12. Mathan O., Nilson S.G. *Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy, North Holland, Amsterdam*, 1965, ch. 10.

Рукопись поступила в издательский отдел  
20 января 1978 года.