

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



3/10-78

A-441

P4 - 11163

1508/2-78

С.В.Акулиничев, Г.Н.Афанасьев, В.М.Шилов

ФАКТОРИЗАЦИЯ СЕЧЕНИЙ  
НЕУПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ  
И БЫСТРЫХ ПРОТОНОВ НА СЛОЖНЫХ ЯДРАХ

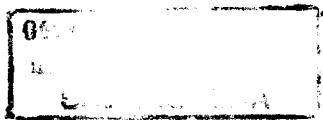
**1978**

P4 - 11163

С.В.Акулиничев, Г.Н.Афанасьев, В.М.Шилов

**ФАКТОРИЗАЦИЯ СЕЧЕНИЙ  
НЕУПРУГОГО РАССЕЙЯНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ  
И БЫСТРЫХ ПРОТОНОВ НА СЛОЖНЫХ ЯДРАХ**

*Направлено в "Известия АН СССР" /сер. физ./*



Факторизация сечений неупругого рассеяния электронов и быстрых протонов на сложных ядрах

Обсуждается возможность факторизаций сечений рассеяния электронов и протонов на уровнях гигантского резонанса. Эта возможность связана с тем, что в рамках рассматриваемой полумикроскопической модели переходные плотности наиболее сильных уровней одинаковы по форме. Для протонов дополнительные аргументы в пользу факторизации обязаны очень слабой чувствительности дифференциальных сечений к внутренней структуре переходной плотности.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Factorization of Cross Sections of Inelastic Scattering of Electrons and Protons on Complex Nuclei

A possibility for factorization of cross sections of inelastic scattering of electrons and protons on giant resonance levels is discussed. This appears since in the framework of the semimicroscopic model transition densities of strongest levels are similar in shape. As to protons, additional arguments in favour of factorization are due to extremely weak sensitivity of different cross sections to the inner part of the transition density.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

В последние годы значительно возрос интерес к экспериментальному и теоретическому изучению гигантских мультипольных резонансов в атомных ядрах. Гигантский дипольный резонанс достаточно хорошо изучен с помощью фотоядерных реакций. Для исследования резонансов высшей мультипольности необходимо привлекать другие ядерные реакции, например, неупругое рассеяние электронов и протонов. Если для описания процесса фотопоглощения достаточно знать лишь суммарную приведенную вероятность электромагнитных переходов в некотором энергетическом интервале, то при исследовании рассеяния электронов и протонов необходимо вычислять их угловые распределения. Развита методика (см., напр., работы <sup>1,2/</sup>), которые позволяют вычислить эти распределения для каждого отдельного уровня, зная его энергию, зарядовую, протонную и нейтронную переходные плотности. В данной работе при описании структуры ядра мы будем использовать полумикроскопическую модель <sup>3/</sup>, успешно работающую при описании различных характеристик гигантских резонансов в деформированных <sup>4/</sup> и сферических <sup>5/</sup> ядрах.

Непосредственное применение формализма полумикроскопической модели <sup>3/</sup> к описанию высоковозбужденных состояний встречает определенные трудности. Во-первых, большая плотность уровней при энергиях, соответствующих гигантским резонансам, приводит к тому, что даже в однофононном приближении для деформированных ядер необходимо учитывать несколько сотен состояний. Во-вторых, структура высоковозбужденных состоя-

ний такова, что необходимо учитывать фрагментацию однофононных состояний по многим уровням. Результаты работ<sup>/4,5/</sup> свидетельствуют о том, что при больших энергиях возбуждения описание каждого индивидуального уровня теряет физический смысл, поэтому естественными характеристиками должны стать величины, усредненные по некоторому энергетическому интервалу, как, например, силовая функция гигантского резонанса. Оказалось<sup>/4,5/</sup>, что силовая функция может быть вычислена относительно просто, без вычисления энергии и волновых функций каждого индивидуального состояния.

2. Выясним, какие предположения необходимо сделать, чтобы получить усредненные неупругие дифференциальные сечения. Для конкретного анализа рассмотрим неупругое рассеяние электронов на сферических ядрах с учетом фрагментации однофононных состояний.

Процесс неупругого рассеяния электронов на углы, не превышающие 150°, полностью описывается зарядовой переходной плотностью<sup>/1/</sup>, которая имеет вид<sup>/6/</sup>

$$\rho_L(r) = \langle \Psi_f | \hat{Q}_L | \Psi_i \rangle,$$

где

$$\hat{Q}_{LM}(r) = \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha | O_{LM}(r) | \beta \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}$$

$$O_{LM}(r) = \sum_{i=1}^Z \frac{\delta(r-r_i)}{r^2} Y_{LM}^*(\bar{r}_i).$$

Здесь  $\Psi_i$  и  $\Psi_f$  - ядерные волновые функции, отвечающие начальному и конечному состояниям ядра.

В однофононном приближении выбирается

$$\Psi_f = Q_{\lambda\mu}^{\dagger} \Psi_0. \quad (2.1)$$

Используя коммутационные соотношения RPA, легко можно получить

$$\rho_{Li}(r) = \sum_{j_1 j_2} R_{j_1}(r) R_{j_2}(r) \langle j_1 | Y_L | j_2 \rangle u_{j_1 j_2} (\Psi_{j_1 j_2}^{Li} + \phi_{j_1 j_2}^{Li}).$$

Здесь  $R_j(r)$  - радиальные одночастичные волновые функции ядра. (Остальные обозначения те же самые, которые используются в работе<sup>/3/</sup>).

Приведенная вероятность электромагнитного перехода выражается через переходную плотность следующим образом:

$$B(EL)_i = \left| \int \rho_{Li}(r) r^{L+2} dr \right|^2.$$

Взаимодействие квазичастиц с фононами приводит к фрагментации каждого уровня по двухфононным состояниям. В этом случае волновая функция возбужденного состояния ядра записывается в виде<sup>/5/</sup>

$$\Psi_{\nu}(LM) = \left\{ \sum_i R_i^{\nu}(L) Q_{LM}^{\dagger} + \sum_{\substack{\lambda_1 \lambda_2 \\ i_1 i_2}} D_{\lambda_1 \lambda_2}^{\lambda_1 i_1}(L) [Q_{\lambda_1 \mu_1 i_1}^{\dagger} Q_{\lambda_2 \mu_2 i_2}^{\dagger}]_{LM} \right\} \Psi_0.$$

В качестве базиса, по которому проводится разложение, используются фононы, вычисленные в однофононном приближении. Переходную плотность для волновой функции (1.1) можно записать

$$\rho_{L\nu}(r) = \sum_i R_i^{\nu}(L) \rho_{Li}(r). \quad (2.3)$$

(Здесь и далее греческий индекс  $\nu$  нумерует уровни для фрагментированной волновой функции (2.3), латинский индекс  $i$  - для однофононной волновой функции (2.1)). При выводе (2.3) учтено, что двухфононный член выражения (2.2) в рамках RPA будет давать относительно малый вклад в амплитуду однократного возбуждения рассматриваемых уровней. Это же относится и к приведенным вероятностям электромагнитных переходов. Из (2.3) получаем

$$B(EL)_{\nu} = \left| \sum_i R_i^{\nu}(L) \sqrt{B(EL)_i} \right|^2.$$

Учитывая, что амплитуда неупругого рассеяния электронов линейна относительно переходной плотности<sup>/1/</sup>, для квадрата амплитуды можно записать

$$|T_{\nu}^{LM}|^2 = |\sum_i R_i^{\nu}(L) T_i^{LM}|^2.$$

Нормируем переходные плотности условием

$$\int \rho_{Li}(r) r^{L+2} dr = 1, \quad (2.4)$$

тогда выражение для амплитуды переписывается в виде

$$|T_{\nu}^{LM}|^2 = |\sum_i R_i^{\nu}(L) \sqrt{B(EL)_i} \bar{T}_i^{LM}|^2,$$

где  $\bar{T}^{LM}$  - амплитуда, вычисленная с переходной плотностью, нормированной на единицу, и зависящая лишь от формы переходной плотности.

Сделаем предположение (которое подробно обсудим в дальнейшем) о том, что форма переходной плотности одинакова для всех однофононных состояний данной мультипольности. Тогда функцию  $\bar{T}^{LM}$  можно вынести за знак суммирования. В результате получим

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\nu} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) \left| \sum_i R_i^{\nu}(L) \sqrt{B(EL)_i} \right|^2 = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) B(EL)_{\nu}.$$

Здесь  $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)$  вычислено с нормировкой (2.4).

Усредняя дифференциальное сечение по узкому энергетическому интервалу шириной  $\Delta$ , получим

$$\frac{1}{\Delta} \sum \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\nu} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) \frac{1}{\Delta} \sum B(EL)_{\nu}$$

или, используя процедуру усреднения с лоренцевской весовой функцией<sup>/7/</sup> и определение силовой функции гигантского резонанса, приведенное в работах<sup>/4,5/</sup>, получим

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega d\epsilon} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\epsilon} b(EL, \epsilon). \quad (2.5)$$

Индекс  $\epsilon$  у сечения означает, что оно рассчитывается при энергии возбуждения уровня, равной  $\epsilon$ .

3. Аналогичное факторизованное выражение можно получить для неупругого рассеяния быстрых протонов. Как известно,<sup>/2/</sup> упругое и неупругое рассеяния высокоэнергетических протонов хорошо описываются теорией Глаубера. Запишем внутренний интеграл в формуле для амплитуды неупругого рассеяния<sup>/8/</sup> в виде

$$T^{LM} \sim \int \{ \rho_L^{(p)}(r) f_{pp}(q) + \rho_L^{(n)}(r) f_{pn}(q) \} j_L(qr) r^2 dr,$$

где  $\rho_L^{(p)}(r)$  и  $\rho_L^{(n)}(r)$  - протонная и нейтронная переходные плотности,  $f_{pp}$  и  $f_{pn}$  - элементарные протон-протонные и протон-нейтронные амплитуды. Вводя обозначения

$$f_{IS}(q) = \frac{f_{pp}(q) + f_{pn}(q)}{2},$$

$$f_{IV}(q) = \frac{f_{pp}(q) - f_{pn}(q)}{2},$$

перепишем выражение в фигурных скобках

$$[\rho_L^{(p)}(r) + \rho_L^{(n)}(r)] f_{IS}(q) + [\rho_L^{(p)}(r) - \rho_L^{(n)}(r)] f_{IV}(q).$$

Для изоскалярных переходов знак протонной переходной плотности совпадает со знаком нейтронной переходной плотности на границе ядра, где эти плотности максимальны. Если к тому же учесть, что при энергии 1 ГэВ

$$|f_{IV}(q)|/|f_{IS}(q)| \approx 0.15,$$

то вторым изовекторным членом можно пренебречь. Вводя изоскалярную переходную плотность

$$\rho_{IS}(r) = \rho_L^{(p)}(r) + \rho_L^{(n)}(r)$$

и изоскалярную приведенную вероятность

$$B(EL)_{IS} = \left| \int \rho_{IS}(r) r^{L+2} dr \right|^2,$$

получим, используя предположение об универсальности переходной плотности:

$$\frac{d^2 \sigma_{\text{прот}}}{d\Omega d\epsilon} = \left( \frac{d\sigma_{\text{прот}}}{d\Omega} \right)_{\epsilon} b(EL, \epsilon)_{IS} \quad (3.1)$$

где  $\left( \frac{d\sigma_{\text{прот}}}{d\Omega} \right)_{\epsilon}$  рассчитывается с усредненной изоскалярной переходной плотностью, нормированной на 1.

4. Обсудим подробнее вопрос об универсальности переходных плотностей. Для низколежащих коллективных состояний ситуация проще. Обращаясь к выражению (2.3), заметим, что для этих состояний не зависящий от  $r$  коэффициент

$$\langle j_1 | Y_L | j_2 \rangle > u_{j_1 j_2} (\Psi_{j_1 j_2}^{Li} + \phi_{j_1 j_2}^{Li})$$

всегда положителен, тогда как функции  $R_j(r)$  имеют максимум на границе ядра и осциллируют внутри. Поэтому следует ожидать когерентного сложения членов суммы на границе ядра и интерференции внутри. Для уровней, составляющих гигантский резонанс, ситуация не столь проста: в этом случае упомянутые коэффициенты имеют разные знаки. Можно привести дополнительные аргументы в пользу того, что в сечение будет давать вклад только универсальная компонента пе-

реходной плотности: а) в борновском приближении сечение рассеяния электронов на совокупности уровней гигантского резонанса равно

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{МОТТ}} \frac{4\pi}{Z^2} \sum_i \left| \int \rho_L^{(i)}(r) r^2 j_L(qr) dr \right|^2 \quad (4.1)$$

Если  $q_{\text{макс}}$  - максимальный, переданный в эксперименте импульс, то формфактор будет нечувствителен к внутренней ( $r < L/q_{\text{макс}}$ ) структуре переходной плотности. Если  $q_{\text{макс}} \cdot R$  ( $R$  - радиус ядра) значительно меньше  $L$ , то

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{МОТТ}} \frac{4\pi}{Z^2} \frac{q^{2L}}{[(2L+1)!!]^2} \sum_i B_i(EL). \quad (4.2)$$

Таким образом факторизация выполняется точно для малых значений  $q$ ; б) вычисления, проведенные для деформированных ядер<sup>9,10</sup>, указывают на пропорциональность дифференциальных сечений, усредненных по энергетическому интервалу и приведенных вероятностей переходов; это эквивалентно существованию универсальной переходной плотности. Оставляя в стороне эти аргументы, укажем, что численные вычисления<sup>11</sup> указывают на выполняющуюся с хорошей точностью пропорциональность переходных плотностей наиболее сильных уровней, составляющих гигантский резонанс (см. рис.).

Как уже отмечалось в п.1, полумикроскопическая модель не претендует на детальное описание каждого индивидуального уровня в области гигантских резонансов, поэтому следует ожидать, что усреднение формы переходной плотности по некоторому энергетическому интервалу также должно сгладить осцилляции во внутренней области. Таким образом, весьма вероятно, что факторизация суммарного сечения будет справедлива не только при малых переданных импульсах, как это непосредственно видно из формулы (4.2), но и в довольно широком диапазоне переданных импульсов.

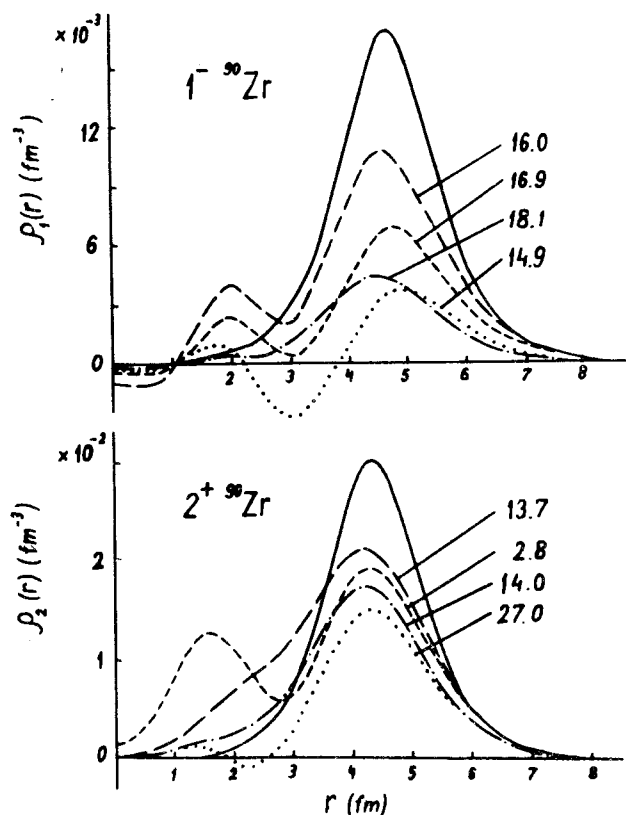


Рис. Переходные плотности для наиболее сильных однофоновых  $1^-$  и  $2^+$  уровней гигантского резонанса в  $^{90}\text{Zr}$ . Числа у кривых означают энергию (в МэВ) однофоновых уровней. Сплошные кривые – феноменологические переходные плотности модели Тасси, которые в <sup>11/</sup> использовались для описания E1 и E2 резонансов. Для сравнения показана плотность нижайшего  $2^+$  уровня.

Итак, если под переходной плотностью понимать усредненную в некотором энергетическом интервале плотность, то область применимости факторизованных формул должна быть еще шире.

5. Рассеяние электронов и протонов на уровнях гигантского резонанса дает достаточную информацию о структуре переходных плотностей, а следовательно, и о справедливости той или иной ядерной модели. При этом электроны оказываются гораздо более чувствительным инструментом (нежели протоны) для изучения структуры внутренней части зарядовой переходной плотности. Протоны же чувствуют только сумму протонной и нейтронной компонент переходной плотности на периферии ядра. Поэтому максимум того, что можно надеяться определить из совместной обработки электронных и протонных экспериментов, – это протонную компоненту переходной плотности (в том числе и внутри ядра) и нейтронную компоненту на периферии ядра.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Tuan S.T., Wright L.E., Onley D.S., Nucl.Instr. and Meth., 1968, 60, p.70.
2. Балашов В.В. Взаимодействие частиц высокой энергии с ядрами. Вып. 2, Атомиздат, М., 1974, стр.48.
3. Соловьев В.Г. "Теория сложных ядер", Наука, М., 1971.
4. Malov L.A., et al. JINR, E4-10165, Dubna, 1976.
5. Soloviev V.G., et al., JINR, E4-10397, Dubna, 1977.
6. Theis W., Z. Physik., 1972, 250, p.99.
7. Bohr A., Mottelson B.R., Nucl.Structure, vol.1, Benjamin, N.Y., 1969.
8. Ahmad I., Nucl.Phys., 1975, A247, p.418.
9. Акулиничев С.В., Шилов В.М. ОИЯИ, Р4-10742, Дубна, 1977.
10. Akulinichev S.V., Shilov V.M., J.Phys.G: Nucl.Phys., 1977, 3, L213.
11. Fukuda S., Torizuka Y. Phys.Rev.Lett., 1972, 29, p.1109.

Рукопись поступила в издательский отдел  
14 декабря 1977 года