

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



С 346.35
Б-14

27/II-78
P4 - 11092

В.И.Багаев, И.Н.Михайлов

998/2-78

ВЛИЯНИЕ СТРУКТУРЫ ЯДРА
НА СВЕРХТОНКОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ УРОВНЕЙ
В МЮОННЫХ АТОМАХ

1977

P4 - 11092

В.И.Багаев, И.Н.Михайлов

**ВЛИЯНИЕ СТРУКТУРЫ ЯДРА
НА СВЕРХТОНКОЕ РАСШЕПЛЕНИЕ УРОВНЕЙ
В МЮОННЫХ АТОМАХ**

Багаев В.И., Михайлов И.Н.

P4 - 11092

Влияние структуры ядра на сверхтонкое расщепление уровней в мюонных атомах

Получены аналитические выражения, позволяющие описывать спектры мюонных атомов с четно-четными ядрами, обладающими статической неаксиальной деформацией. Получены также формулы, необходимые для расчета спектра мюонных атомов с нечетными ядрами, при этом предполагается, что остов ядра имеет статическую неаксиальность.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Bagaev V.I., Mikhailov I.N.

P4 - 11092

Effect of Nuclear Structure on Hyperfine Level Splitting in Muonic Atoms

Analytical expressions are obtained which allow one to describe spectra of muonic atoms with even-even nuclei possessing a static non-axial deformation. Formulae are also obtained needed for the calculation of spectrum of muonic atoms with odd nuclei at the assumption that the even core of the nuclei has a static non-axiality.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

ВВЕДЕНИЕ

Спектры мюонных атомов являются одним из источников изучения структуры атомных ядер и, в частности, распределения заряда. Определенные в мюонных экспериментах значения радиуса (c), диффузности поверхности (t) и квадрупольного момента Q являются одними из самых надежных. В мюонных атомах с деформированными ядрами наблюдается сильное $E2$ -взаимодействие^{1,2}. В настоящее время существует большое количество работ, в которых изучается распределение заряда на основе ротационной модели³⁻¹⁴ в предположении об аксиальности атомного ядра.

Однако имеются определенные расхождения между теоретически установленными энергиями мюонных атомов и их экспериментальными значениями. Одной из причин этого может быть неаксиальная деформация. Настоящая работа посвящена теоретическому описанию влияния неаксиальных деформаций на спектры мюонных атомов, при этом рассматриваются как четные ядра, так и нечетные, в описании которых достигнут значительный успех в рамках модели с трехосным остовом¹⁵.

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В МЮОННЫХ АТОМАХ С НЕЧЕТНЫМИ ЯДРАМИ

Первоначально отметим, что в мюонных атомах с сильно деформированными ядрами $E2$ -взаимодействие превосходит $M1$ -взаимодействие в сотни раз¹². Матричные элементы для $M1$ -взаимодействия приведены в

Вычисление уровней мюонного атома состоит в решении уравнения на собственные значения:

$$(H_N + c\vec{\alpha}\vec{p} + \beta mc^2 + H_{\mu N})\Psi_{\mu N} = E\Psi_{\mu N} \quad /1/$$

Здесь собственная функция $\Psi_{\mu N}$ зависит как от координат мюона, так и координат всех нуклонов. Гамильтониан состоит из трех членов: 1/ H_N - гамильтониана ядра, описывающего взаимодействие нуклонов между собой; 2/ $c\vec{\alpha}\vec{p} + \beta mc^2$ - оператора Дирака, описывающего движение мюона / α_i и β - обычные четырехрядные матрицы Дирака/; 3/ $H_{\mu N}$ - взаимодействия мюона и всех нуклонов в ядре с учетом радиационных поправок.

Одно из основных приближений состоит в том, что $H_{\mu N}$ аппроксимируется взаимодействием мюона со средним статистическим полем, создаваемым всеми нуклонами ядра. Потенциал в точке (r, θ', ϕ') в системе ядра имеет вид

$$\phi(\vec{r}) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{m=\ell} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}} Q_{\ell m} f_{\ell m}(r) Y_{\ell m}(\theta', \phi'), \quad /2/$$

здесь $f_{\ell m}(r)$ определяется соотношением

$$f_{\ell m}(r) = \frac{1}{r^{\ell+1}} \left\{ 1 - \frac{1}{Q_{\ell m}} \int_r^{\infty} \rho_{\ell m}(r') \frac{(r'^{2\ell-1} - r^{2\ell+1})}{r' \cdot \ell - 1} dr' \right\}, \quad /3/$$

где $Q_{\ell m}$ - соответствующая гармоника в распределении плотностей - равна:

$$\rho_{\ell m}(r') = \int \rho(\vec{r}') Y_{\ell m}(\theta', \phi') d\omega, \quad /4/$$

а $Q_{\ell m}$ - соответствующий мультипольный момент:

$$Q_{\ell m} = 2 \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}} \int_0^{\infty} \rho_{\ell m}(r) r^{\ell+2} dr. \quad /5/$$

В этой работе рассматривается влияние на спектры μ^- -мезоатомов монополюной, квадрупольной и гексадекаполюной частей потенциала.

Гросс-структура спектра мезоатома определяется уравнением

$$(c\vec{\alpha}\vec{p} + \beta mc^2 + \Phi(r))\Psi = E\Psi, \quad /6/$$

где $\Phi(r)$ - монополюная часть в распределении потенциала. Решение этого уравнения в аналитическом виде возможно только для случая точечных ядер /см., например, ^{17/}. В случае тяжелых ядер описание нижних уровней мюона возможно только с помощью ЭВМ.

Собственные функции мюона можно записать в виде

$$\Psi_{nk}^{\mu} = \begin{pmatrix} 1/r G_{nk}(r) \chi_k^{\mu}(\theta, \phi) \\ i/r F_{nk}(r) \chi_{-k}^{\mu}(\theta, \phi) \end{pmatrix}, \quad /7/$$

где квантовые числа k удовлетворяют соотношениям:

$$\begin{aligned} k &= \ell, & \text{если } j &= \ell - 1/2, \\ k &= -(\ell+1), & \text{если } j &= \ell + 1/2. \end{aligned}$$

Здесь ℓ и j - соответственно полный и орбитальный моменты.

Уровни энергии и волновые функции мюона определяются в результате решения системы связанных дифференциальных уравнений:

$$\frac{dF(r)}{dr} = \frac{k}{r} F(r) - \frac{1}{\hbar c} [E - mc^2 - \Phi(r)] G(r), \quad /8/$$

$$\frac{dG(r)}{dr} = -\frac{k}{r} G(r) + \frac{1}{\hbar c} [E + mc^2 - \Phi(r)] F(r), \quad /9/$$

где $F(r)$ и $G(r)$ - соответственно малая и большая компоненты волновой функции мюона с нормировкой

$$\int_0^{\infty} (F^2 + G^2) dr = 1. \quad /10/$$

Гамильтониан, описывающий ядро, можно записать в виде /18/

$$H_N = h + A_1 I_1^2 + A_2 I_2^2 + A_3 I_3^2 + B_1 I_1 + B_2 I_2 + B_3 I_3 + \\ + C_1 (I_2 I_3 + I_3 I_2) + C_2 (I_3 I_1 + I_1 I_3) + C_3 (I_1 I_2 + I_2 I_1). \quad /11/$$

где h , A_ν , B_ν , C_ν зависят от β , γ , ξ и обобщенных импульсов, сопряженных этим координатам. В данном случае мы учитываем только вращательные возбуждения, поэтому ограничиваемся только ротационной частью, т.е. считаем гамильтониан соответствующим модели Давыдова-Филиппова /19/.

$$H_N = A_1 I_1^2 + A_2 I_2^2 + A_3 I_3^2. \quad /12/$$

Здесь коэффициенты A_ν равны:

$$A_\nu = \frac{1}{8B\beta^2 \sin^2(\gamma - \frac{2\pi\nu}{3})}, \quad /13/$$

где B - массовый параметр.

Волновые функции коллективного движения ядра в этом случае представляются в виде

$$\Psi_{\lambda \text{ IM}} = \sum_{K \geq 0} A(\lambda \text{ IK}) | \text{IMK} \rangle, \quad /14/$$

где $\langle \text{IMK} \rangle$ - волновые функции аксиального ротатора

$$|IMK\rangle = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2(1-\delta K0)}} \{D_{MK}^I(\theta_i) + (-1)^J D_{M-K}^I(\theta_i)\} \quad /15/$$

Здесь θ_i - углы Эйлера, $A(\lambda IK)$ определяются из решения соответствующей задачи на собственные значения:

$$H_N \Psi_{\lambda IM} = E \Psi_{\lambda IM} \quad /16/$$

При этом учитываются те состояния, которые соответствуют минимальному значению энергии при данном I , т.е. рассматриваются состояния только основной полосы.

Часть гамильтониана, соответствующая квадрупольному и гексадекапольному взаимодействию, имеет вид

$$H_{\mu N} = -\frac{1}{2} e^2 \left(\sqrt{\frac{4\pi}{5}} (Q_{20} f_{20} Y_{20}(\theta', \phi') + \right. \\ \left. + Q_{22} f_{22} (Y_{22}(\theta', \phi') + Y_{2-2}(\theta', \phi')) + \sqrt{\frac{4\pi}{9}} Q_{40} f_{40}(r)(\theta', \phi') \right), \quad /17/$$

здесь учтено выполнение условий

$$Q_{22} = Q_{2-2}, \quad Q_{2 \pm 1} = 0, \quad f_{22}(r) = f_{2-2}(r), \quad /18/$$

а также предположение, являющееся, по-видимому, вполне обоснованным, о том, что деформация, соответствующая Y_{4m} , где $m \neq 0$, отсутствуют; θ' , ϕ' - это угловые координаты мюона в системе координат, связанной с ядром. Для перехода в лабораторную систему воспользуемся обычными свойствами D -функций Вигнера

$$Y_{\mu l}(\theta', \phi') = \sum_m D_{ml}^{\mu}(\theta_i) Y_{\mu m}(\theta, \phi). \quad /19/$$

Учитывая, что полный момент системы мюон плюс ядро (F) и его проекция (M) сохраняются, базисные функции выбираем в виде

$$|\lambda I j n k\rangle = \sum_{M_I \mu} (I j M_I \mu | F M) \Psi_{\lambda I M_I} \Psi_{n k}^{\mu}. \quad /20/$$

Здесь I , M_I и j, μ - квантовые числа угловых моментов ядра и мюона, несохранение которых связано с сильным $E2$ - взаимодействием.

Матричные элементы, описывающие квадрупольное взаимодействие, имеют вид /учтено, что I и K - целые/:

$$\begin{aligned}
 & \langle \lambda' I' j' n' k'; FM | H_{\mu N Q_2} | \lambda I j n k; FM \rangle = \\
 & = - (1)^{2j'+1+j+F} \sqrt{(2j'+1)(2I'+1)} W(I' j' I j; F 2) (j' 2 1/2 0 | j 1/2) \times \\
 & \times \frac{1}{2} [1 + (-1)^{\ell+\ell'}] j e^2 \times [Q_{20} \int dr (F_{n'k'}(r) F_{nk}(r) + \\
 & + G_{n'k'}(r) G_{nk}(r)) f_{20}(r) \times \\
 & \times \{ \sum_{K \geq 0} (-1)^K (I' 2 - K 0 | I - K) A(\lambda' I' K) A(\lambda I K) \} + \\
 & \quad (\text{четн.}) \\
 & + Q_{22} \int dr (F_{n'k'}(r) F_{nk}(r) + \\
 & + G_{n'k'}(r) G_{nk}(r)) f_{22}(r) \times \{ \sum_{K \geq 0} \sqrt{1 + \delta K 0} (-1)^K \times \\
 & \quad (\text{четн.}) \\
 & \times ((I' 2, -K - 2, 2 | I - K) A(\lambda' I' K + 2) \times \quad /21/ \\
 & \times A(\lambda I K) + (-1)^{I'+I} (I' 2 K 2 | I K + 2) A(\lambda' I' K) A(\lambda I K + 2) \} \}.
 \end{aligned}$$

Соответственно матричные элементы, описывающие гексадекапольное взаимодействие, имеют вид

$$\begin{aligned}
 & \langle \lambda' I' j' n' k'; FM | H_{\mu N Q_4} | \lambda I j n k; FM \rangle = \\
 & = - (-1)^{2j'+1+j+F} \sqrt{(2j'+1)(2I'+1)} W(I' j' I j; F 4) (j' 2 1/2 0 | j 1/2) \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \frac{1}{2} [1 + (-1)^{\ell+\ell'}] e^{2Q_{40}} \int dr (F_{n'k'}(r) F_{nk}(r) + \\
& + G_{n'k'}(r) G_{nk}(r)) f_{40}(r) \times \\
& \times \left\{ \sum_{k \geq 0} (-1)^K (I'4 - K0 | I - K) A(\lambda' I' K) A(\lambda I K) \right\}. \quad /22/ \\
& \text{(четн.)}
\end{aligned}$$

Аналогично можно получить выражения для взаимодействия других мультипольностей.

Интенсивности дипольных переходов определяются выражением

$$\begin{aligned}
A_{if}(n'\ell'F' \rightarrow n\ell F) &= (E_i - E_f)^2 \left| \sum_{MM} (n FM | \vec{r} | n'\ell'F'M) \right|^2 = \\
&= (E_i - E_f)^3 (2\ell+1)(2F+1)(2F'+1) (f_{100} | \ell'0)^2 \times \\
&\times \left| \sum_{jj'} (-1)^{j+j'-1} \binom{j+j'-1}{2j+1}^{1/2} \binom{j+j'-1}{2j'+1}^{1/2} \right| \times \\
&\times (n\ell j | \vec{r} | n'\ell'j') C(Ij'F') C(IjF) W(\ell j \ell' j'; 1/2 1) \times \\
&\times W(jj'FF'; 11) \quad /23/
\end{aligned}$$

где $C(IjF)$ - коэффициенты, входящие в разложение волновых функций соответствующего уровня по базисным волновым функциям:

$$|\lambda n \ell; FM\rangle = \sum_{Ij} C(IjF) |\lambda I j n k; FM\rangle.$$

При анализе использовалось распределение заряда типа Ферми, имеющее вид

$$\rho(\vec{r}) =$$

$$= \frac{\rho_0}{1 + \exp\left\{ \frac{4 \ln 3}{t} (r - c(1 + \beta \cos \gamma) Y_{20}(\theta, \phi) + \frac{\beta \sin \gamma}{\sqrt{2}} (Y_{22}(\theta, \phi) + Y_{2-2}(\theta, \phi) + \beta \frac{Y_{40}(\theta, \phi)}{4})) \right\}}$$

/24/

Здесь c характеризует расстояние, на котором плотность убывает вдвое по сравнению с центральной; t - диффузность поверхности ядра; параметры β и γ определяют квадрупольную деформацию; параметр β_4 дает значение гексадекапольной деформации. Квадрупольные моменты в этом случае равны:

$$Q_{20} = 2 \sqrt{\frac{4\pi}{5}} \rho_0 c^5 \left(\beta \cos \gamma \left(1 + \frac{\pi^2}{8 \ln^2 3} \left(\frac{t}{c} \right)^2 \right) + 4 \left(\frac{1}{14} \sqrt{\frac{5}{\pi}} \beta^2 \cos 2\gamma + \frac{3}{7 \sqrt{\pi}} \beta \beta_4 + \frac{5}{77} \sqrt{\frac{5}{\pi}} \beta_4^2 \left(1 + \frac{\pi^2}{16 \ln^2 3} \left(\frac{t}{c} \right)^2 \right) \right) \right)$$

/25/

$$Q_{22} = 2 \sqrt{\frac{4\pi}{5}} \rho_0 c^5 \left(\frac{\beta \sin \gamma}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{\pi^2}{8 \ln^2 3} \left(\frac{t}{c} \right)^2 \right) + 4 \left(\frac{3}{2 \sqrt{8} \sqrt{\pi}} \beta \beta_4 \sin \gamma - \frac{1}{14} \sqrt{\frac{5}{\pi}} \beta^2 \sin 2\gamma \left(1 + \frac{\pi^2}{16 \ln^2 3} \left(\frac{t}{c} \right)^2 \right) \right) \right)$$

/26/

Здесь мы отбрасывали члены, пропорциональные (t/c) в четвертой степени и выше.

Отметим, что даже если в распределении типа /24/ параметр $\beta_4 = 0$, то гексадекапольный момент, тем не менее, есть и его величину можно оценить из выражения /считаем $\beta_4 = 0$ и пренебрегаем членами (t/c) в четвертой степени и выше/

$$Q_{40} = \frac{72}{35} \sqrt{\pi} \beta^2 c^7 \rho_0 \left(1 + \frac{5}{12} \left(\frac{\pi}{\ln 3} \right)^2 \left(\frac{1}{c} \right)^2 \right). \quad /27/$$

Поскольку $Q_{40} \neq 0$, то при точных расчетах, когда $\beta_4 = 0$, нужно учитывать гексадекапольную часть потенциала. При вычислении требуется знание величины проникающей функции $f_{40}(r)$. Если учитывать только члены, пропорциональные β_4 , то она при малых r равна:

$$f_{40}(r) = \frac{r^4}{c^9}; \quad /28/$$

при учете же членов, пропорциональных $\beta\beta_4$ и β^2 , ее величина становится следующей /считали r малыми/:

$$f_4(r) = \frac{(\beta_4 - 3S) r^4}{(\beta_4 + 6S) c^9}. \quad /29/$$

где S определяется выражением

$$S = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta \left(\frac{\sqrt{5}}{6} (230/40)^2 \beta + (2400/40)^2 \beta \right). \quad /30/$$

При больших r проникающая функция в обоих случаях равна:

$$f_{40}(r) = \frac{1}{r^5}. \quad /31/$$

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В МЮОННЫХ АТОМАХ С НЕЧЕТНЫМИ ЯДРАМИ

Как упоминалось выше, в последнее время нечетные ядра сравнительно хорошо описываются в предположении о неаксиальной деформации четно-четного остова¹⁵. Поэтому при описании спектров мезоатомов с нечетными ядрами в рамках упомянутой модели мы должны учитывать неаксиальность остова.

Рассмотрим вариант, когда нечетной частицей является нейтрон. В этом случае μ^- -мезон будет электрически взаимодействовать только с остовом и соответствующий член в гамбльтониане, определяющий квадратное взаимодействие, записывается так:

$$H_{\mu N Q_2} = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{4\pi}{5}} e^2 (Q_{20} f_{20}(r) Y_{20}(\theta', \phi') + \\ + Q_{22} f_{22}(r) (Y_{22}(\theta', \phi') + Y_{2-2}(\theta', \phi'))). \quad /32/$$

Волновые функции ядра имеют вид /15/

$$\Psi(\lambda IM) = \sum_{K\Omega} C_{K\Omega}^{Ij\lambda} (D_{MK}^I \chi_{\Omega}^j + (-1)^{I-j} D_{M-K}^I \chi_{-\Omega}^j), \quad /33/$$

где

$$|K| \leq I, \quad \Omega \geq 1/2.$$

Базисные волновые функции выбираем аналогично случаю четно-четного ядра. При этом матричные элементы квадрупольного взаимодействия определяются выражением

$$\langle \lambda' I' j' n' k'; FM | H_{\mu N Q_2} | \lambda I j n k; FM \rangle = \\ = -8\pi^2 e^2 (-1)^{I-F-\ell+1/2} \sqrt{\frac{(2j'+1)(2j+1)(2\ell+1)}{(2I'+1)}} W(j I j' I'; F 2) \times \\ \times W(\ell j \ell' j'; 1/2 2)(\ell \geq 0 | \ell' 0) \times [Q_{20} \int (G_{nk}(r) G_{nk}(r) + \\ + F_{nk}(r) F_{nk}(r)) f_{20}(r) dr \times \\ \times \{ \sum_{K\Omega} C_{K\Omega}^{I'j'\lambda'} C_{K\Omega}^{Ij\lambda} ((2K 0 | I' K)) \} + Q_{22} \int (G_{nk}(r) G_{nk}(r) + \\ + F_{nk}(r) F_{nk}(r)) f_{22}(r) dr \times \\ \times \{ \sum_{K\Omega} C_{K\Omega}^{I'j'\lambda'} C_{K\Omega}^{Ij\lambda} ((2K-2 | I' K') + (2K 2 | I' K)) \}].$$

/34/

В случае, если нейтронное или протонное состояние является дчрочным, то выражение будет аналогичное.

Если же нечетной частицей является протон, то в этом случае нам необходимо учесть кроме взаимодействия остова с μ -мезоном также и взаимодействие мезона с протоном. Выражение, описывающее взаимодействие остова с мезоном, будет аналогично вышесприведенному, влияние же нечетного протона учитывается введением в гамильтониан члена

$$H_{p\mu} = -\frac{e^2}{|\vec{r}_p - \vec{r}_\mu|^2} \quad /35/$$

Это выражение можно разложить в ряд по полиномам Лежандра:

$$H_{p\mu} = -e^2 \sum_{\nu=0}^{\infty} f_{\nu}(r_p, r_\mu) P_{\nu}(\cos \omega) \quad /36/$$

Здесь $f_{\nu}(r_p, r_\mu)$ равна:

$$f_{\nu}(r_p, r_\mu) = \frac{r_{<}^{\nu}}{r_{>}^{\nu+1}}, \quad /37/$$

где $r_{<}$ - меньшее, а $r_{>}$ - большее из чисел r_p, r_μ . Далее это выражение можно представить в виде

$$H = -e^2 \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{4\pi}{2\nu+1} f_{\nu}(r_p, r_\mu) \sum_{\eta=-\nu}^{\nu} Y_{\nu\eta}(\theta_{\mu}, \phi_{\mu}) Y_{\nu\eta}(\theta_p, \phi_p) \quad /38/$$

где θ_{μ}, ϕ_{μ} - угловые координаты мезона, а θ_p, ϕ_p - соответственно угловые координаты протона.

Член с $\nu=0$ мы не будем далее рассматривать, поскольку он автоматически учитывается при вычислении базисных волновых функций мюона. Поскольку волновая функция нечетного протона задана в системе координат, связанной с ядром, то нам необходимо совершить переход в эту систему с помощью D-функций, после чего матричные элементы от $H_{p\mu}$ легко вычисляются и имеют вид

$$\langle \lambda' I' j' n' k'; FM | H_{p\mu} | \lambda I j n k; FM \rangle =$$

$$\begin{aligned}
&= -8\pi^2 e^2 (-1)^{I'-j_\mu - \ell_\mu - j'_\mu - \ell_{-j-F}} \sqrt{\frac{(2j_\mu+1)(2j+1)(2\ell_\mu+1)(2\ell+1)}{2I'+1}} \times \\
&\times \left(\sum_{\nu=1}^{\infty} W(Ij_\mu I'j'_\mu; F\nu) W(\ell_\mu j_\mu \ell'_\mu j'_\mu; 1/2 \nu) \times (\ell_\mu \nu 00 | \ell'_\mu 0) \times \right. \\
&\times W(\ell j \ell j; 1/2 \nu) (\ell \nu 00 | 0) T \int (G_{n'k}(r) G_{nk}(r) + \\
&+ F_{n'k}(r) F_{nk}(r)) f_\nu(r_\mu) dr, \quad /39/
\end{aligned}$$

где соответственно $f_\nu(r_\mu)$ определяется соотношением

$$f_\nu(r_\mu) = \int R_{nl}^2 f_\nu(r_p, r_\mu) dr_p, \quad /40/$$

а T равно:

$$\begin{aligned}
T &= \sum_{\substack{K \Omega \\ K \Omega \\ \zeta}} C_{K \Omega}^{I' j \lambda'} C_{K \Omega}^{I j \lambda} ((I_\nu K \zeta | I' K') (j_\nu \Omega \zeta | j \Omega') + \\
&+ (-1)^{I-j} (I_\nu - K \zeta | I' K') (j_\nu - \Omega \zeta | j \Omega') + \\
&+ (-1)^{I'-j} (I_\nu K \zeta | I' - K') (j_\nu \Omega \zeta | j' - \Omega') + \\
&+ (-1)^{I+I'-2j} (I_\nu - K \zeta | I' - K') (j_\nu - \Omega \zeta | j - \Omega'). \quad /41/
\end{aligned}$$

Здесь квантовые числа ℓ и j относятся к протону.

Для интенсивностей дипольных переходов будет, как и в случае четно-четных ядер, справедлива формула /23/.

МАГНИТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В МЮОННЫХ АТОМАХ С НЕЧЕТНЫМИ ЯДРАМИ

Взаимодействие магнитных моментов ядра и мюона вызывает определенный сдвиг уровней мюонного атома. Произведем учет этого взаимодействия. Член гамильтониана, описывающий этот эффект, имеет вид

$$H_{\mu} = \frac{e}{c} \vec{\alpha} \vec{A} \quad /42/$$

Здесь α_i - матрицы Дирака, A_i - компоненты векторного потенциала.

Если допустить, что ядро является точечным, то можно написать^{/15/}:

$$H_{\mu} = \frac{e}{c} g_1 \frac{\vec{1} \cdot [\vec{n} \vec{d}]}{r^2} + \frac{e}{c} g_2 \vec{j} \cdot \frac{[\vec{n} \vec{d}]}{r^2} \quad /43/$$

Здесь g_1 и g_2 - соответствующие гиромангнитные множители^{/15/}. Матричные элементы, соответствующие первому члену в выражении /43/, имеют вид:

$$\begin{aligned} & \langle \lambda' I' j' n' k'; FM | H_{M_1} | \lambda I j n k; FM \rangle = \\ & = 2 \frac{e}{c} g_1 (-1)^{j'+I-F} \frac{1}{\sqrt{I(I+1)(2I+1)}} W(j I j' I'; F 1) \times \\ & \times \left\{ A \int \frac{G_{n'k'}(r) F_{nk}(r)}{r^2} dr + B \int \frac{F_{n'k}(r) G_{nk}(r)}{r^2} dr \right\} \times \\ & \times \left(\sum_{K\Omega} C_{K\Omega}^{I' j \lambda'} C_{K\Omega}^{I j \lambda} \right). \quad /44/ \end{aligned}$$

Здесь A вычисляется по формуле

$$A = -1/2 (-1)^{j'+2j+1/2} \frac{1}{\sqrt{(2j'+1)(2j+1)(2\ell+1)}} \times$$

$$\times [j' - \ell'] (j' + \ell' + 1) - (j - \ell) (j + \ell + 1)] \times$$

$$\times W(j' \ell' j \ell ; 1/2) (\ell \ 100 \ | \ \ell' \ 0), \quad /45/$$

по этой же формуле вычисляется и В, только в случае А, j' и ℓ' отвечают $-k'$, а j и ℓ определяются k ; соответственно в случае В j' и ℓ' отвечают $-k'$, а j и ℓ - соответствуют $-k$. Матричные элементы второго члена выражения /43/ имеют вид

$$\langle \lambda' I' j'_\mu n' k'; FM | H_{M_2} | \lambda I j_\mu nk; FM \rangle =$$

$$= 8\pi^2 \frac{e}{c} g_2 (-1)^{j'+I-F} \sqrt{\frac{j(j+1)}{2I'+1}} W(j_\mu I j'_\mu I'; F1) \times$$

/46/

$$\times (A \int \frac{G_{n'k'}(r) F_{nk}(r)}{r^2} dr + B \int \frac{F_{n'k'}(r) G_{nk}(r) dr}{r^2}) P,$$

где Р определяется выражением

$$P = \sum_{\substack{K \ \Omega' \\ K \ \Omega \\ \eta}} C^{I' j \lambda'} C_{K \ \Omega}^{I j \lambda} ((I1 K \eta | I' K') (j1 \ \Omega \eta | j \ \Omega') +$$

$$+ (-1)^{I-j} (I1 - K \eta' | I' K') (j1 - \Omega \eta | j \ \Omega') +$$

$$+ (-1)^{I-j} (I1 K \eta | I' - K') (j1 \ \Omega \eta | j' - \Omega') +$$

$$+ (-1)^{I'+I-2j} (I1 - K \eta | I' - K') (j1 - \Omega \eta | j - \Omega')). \quad /47/$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Расчеты с использованием приведенных выше формул были произведены для мезоатома ^{238}U . Они показали, что неаксиальность существенно меняет как энергии, так и интенсивности переходов $^{20}/$. С использованием спектра μ - ^{238}U , полученного с достаточно высоким разрешением на синхротронной установке ОИЯИ, была оценена статическая неаксиальность ядра ^{238}U , которая оказалась равной 13° . Аналогично можно с достаточной точностью, пользуясь полученными здесь формулами, рассчитать спектр мезоатомов с нечетными ядрами, а путем сравнения теоретического спектра с экспериментальным возможна оценка неаксиальности четно-четного остова.

ЛИТЕРАТУРА

1. Jacobson B.A. *Phys. Rev.*, 1954, 96, p.1637.
2. Wilers L. *Mat.Fys. Medd.*, 1954, 29, NB.
3. Acker H.L. *Nucl.Phys.*, 1965, 62, p.477.
4. Cote R.E. *Phys.Rev.*, 1969, 179, p.1134.
5. McKee R.J. *Phys. Rev.*, 1969, 180, p.1139.
6. Pieper W., Greiner W. *Phys.Lett.*, 1967, 24B, p. 377.
7. Pieper W., Greiner W. *Nucl.Phys.*, 1968, A109, p.533.
8. Davidson J.P. *Phys.Lett.*, 1974, 32, p.337.
9. Acker H.L. *Nucl.Phys.*, 1966, 87, p.153.
10. De Witetal S.A. *Nucl.Phys.*, 1967, 87, p.657.
11. Konishi T. *Progr. Theor. Phys.*, 1972, 48, p.1569.
12. Ким Е. Мезонные атомы и ядерная структура. М., Атомиздат, 1975.
13. Энзлер Р. и др. ЭЧАЯ, 1975, 5, с.382.
14. Lehner A. e.a. *Nucl.Phys.*, 1975, A254, p.315.
15. Meyer-ter-Vehn J. *Nucl.Phys.*, 1975, A249, p.111,141.
16. Acker H.L. e.a. *Nucl.Phys.*, 1966, 87, p.1.
17. Шифф Л.И. Квантовая механика. М., ИЛ., 1959.
18. Михайлов И.Н. и др. ЭЧАЯ, 1977, 8, №6.
19. Davidov A.S., Filippov G.F. *Nucl.Phys.*, 1958, 8, p.257.
20. Bagaev V.I. e.a. *Phys.Lett.*, 1977, 67B, p.169.

Рукопись поступила в издательский отдел
18 ноября 1977 года.