

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



9/1-78

P4 - 11004

Б-91

Г.Г.Бунатян

158/2-78

О КВАЗИДИСКРЕТНЫХ СОСТОЯНИЯХ
В КОМПЛЕКСНОМ ПОТЕНЦИАЛЕ

1977

P4 - 11004

Г.Г.Бунатян

О КВАЗИДИСКРЕТНЫХ СОСТОЯНИЯХ
В КОМПЛЕКСНОМ ПОТЕНЦИАЛЕ

Направлено в ЯФ

О квазидискретных состояниях в комплексном потенциале

Исследуются состояния квазидискретного спектра уравнения Шредингера с действительным и комплексным потенциалами типа Вудса-Саксона. Найдены комплексные собственные значения $E_\lambda = \epsilon_\lambda \pm i\Gamma_\lambda / 2$ и комплексные собственные волновые функции таких состояний.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

On the Quasidiscrete States in the Complex Potential

The states of a quasidiscrete spectrum of the Schrödinger equation with real and complex spherical potential of the Woods-Saxon type are investigated. The complex energies $E_\lambda = \epsilon_\lambda \pm i\Gamma_\lambda / 2$ and complex functions of these states are found.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

1. При решении задач ядерной физики используется представление собственных функций одночастичного эффективного потенциала типа Вудса-Саксона. Построение такого потенциала на основе экспериментальных данных подробно описано в ряде работ (см., например, /1/). Как правило, оказывается недостаточным включение в задачу лишь состояний дискретного спектра этого потенциала. Необходимость учета сплошного спектра приводит к ряду усложнений, очень часто существенных. Однако в ряде задач существует возможность достаточно корректного введения спектра квазистационарных состояний $E_\lambda = \epsilon_\lambda \pm i\Gamma_\lambda/2$ ($\epsilon_\lambda > 0$, $\Gamma_\lambda > 0$) вместо непрерывного спектра. Ширина этих уровней Γ_λ связана с временем жизни системы. При $E_\lambda = \epsilon_\lambda - i\Gamma_\lambda/2$ имеем распадные состояния, для которых квадрат модуля волновой функции $|\phi_\lambda|^2$ внутри системы со временем убывает $\sim e^{-\Gamma_\lambda t/\hbar}$. $E_\lambda = \epsilon_\lambda + i\Gamma_\lambda/2$ соответствует захватным состояниям, для которых $|\phi_\lambda|^2$ внутри ядра со временем растет: $\sim e^{\Gamma_\lambda t/\hbar}$.

В настоящей заметке мы обсудим получение E_λ, ϕ_λ квазидискретных состояний для действительного и комплексного сферически симметричных потенциалов типа Вудса-Саксона. Для действительного потенциала эта задача частично рассматривалась ранее, например в работах /2-4/, в связи с необходимостью учета непрерывного спектра.

2. После отделения угловых переменных собственные энергии $E_{nlj} = \epsilon_{nlj} \pm i\Gamma_{nlj}/2$ и радиальные собственные волновые функции $R_{nlj}(r)$ квазистационарных состояний определяются из уравнения Шредингера

$$\frac{2M}{h^2} y + y'' + U(r)y - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} y = 0, \quad y_{n\ell j} = r R_{n\ell j} \quad (1)$$

при условии, что $R_{n\ell j}$ на бесконечности представляют собой расходящуюся сферическую волну /5/. Для описания асимптотического поведения $y_{n\ell j}$ при больших r , $s = 2\sqrt{-2EM} \cdot r / \hbar \gg 1$, можно использовать асимптотику функции Уиттекера

$$W_{-\lambda, \mu}(-s), \lambda = -(Z-1)2Me^2(2\hbar\sqrt{-2EM}), \quad \mu = \ell + 1/2,$$

взяв значения $\sqrt{-E}$ на физическом листе, $\text{Re}\sqrt{-E} > 0$, либо использовать, как и в случае дискретного спектра, для асимптотики $y_{n\ell j}(r) = W_{\lambda, \mu}(s)$, но определять $\sqrt{-E}$ на нефизическом листе, $\text{Re}\sqrt{-E} < 0$ /5/. Хорошо известно поведение $y_{n\ell j}(r)$ при $r \rightarrow 0$:

$$y \sim r J_{\ell+1/2}(\kappa r), \quad \kappa^2 = (E + U(0)) 2M\hbar^{-2}.$$

Уравнение (1) мы решали методом Ноумерова, начиная с известных значений y при $r=0$ и при больших $r, s \gg 1$. Комплексные собственные значения $E_{n\ell j} = \epsilon_{n\ell j} - i\Gamma_{n\ell j}/2$ определяются из сшивки логарифмических производных волновых функций при $r = R$ (R радиус ядра). Полученные комплексные волновые функции в дальнейшем используются для вычисления различных интегралов. При этом для конкретных численных расчетов всегда выбирают определенный, достаточно большой объем $v = 4/3\pi R_0^3$, по которому и берется интеграл. Волновые функции квазидискретного, как и дискретного, спектра в каждом случае должны, очевидно, быть нормированы на единицу

$$\text{по этому объему } v, \text{ т.е. } \int_0^{R_0} |y_{n\ell j}|^2 dr = 1.$$

3. Рассмотрим вначале результаты для действительного потенциала Вудса-Саксона с параметрами из /1/. $U(r)$ в (1) имеет вид

$$U^\nu(r) = 2M^\nu h^{-2} \{E + V_0^\nu [\xi(r) - \kappa(\vec{\sigma} \vec{\ell}) \xi'(r) r^{-1}] - (2) \\ - (Z-1)e^2 \zeta^\nu(r)\}; \quad \nu = n, p; \quad \xi(r) = (1 + \exp[(r-R)a^{-1}])^{-1};$$

$$\zeta^n = 0, \quad \zeta^p = \begin{cases} r(3-r^2 R^{-2})/2R, & r \leq R \\ 1, & r > R. \end{cases}$$

$$R = 1,24 A^{1/3} \Phi_M, \quad a = 0,63(0,655) \Phi_M,$$

$$\kappa = 0,263(1 + 2(N-Z)A^{-1}) \Phi_M^2,$$

$$V_0^{p,n} = V_0 (1 \pm \gamma(N-Z)A^{-1}),$$

$$V_0 = 53,3 \text{ МэВ}, \quad \gamma = 0,63.$$

В столбцах 2,3 в таблицах 1 и 2 приведены в качестве примера значения ϵ_λ , Γ_λ различных квазистационарных состояний ядра ^{208}Pb для этого потенциала. Разумеется, определенный физический смысл имеют лишь состояния с не слишком большой шириной $\Gamma_\lambda \leq 1 \div 2 \text{ МэВ}$. Собственные значения с большим Γ_λ представляют собой результат формального решения задачи на комплексные собственные значения. Однако все эти состояния можно использовать в тех задачах, где нам требуется формально перейти от интегрирования по непрерывному спектру к суммированию по различным состояниям квазидискретного спектра. Из таблиц 1 и 2 видно, в частности, что для больших $\ell \sim 12 \div 15$ существуют квазидискретные уровни при $\epsilon_\lambda \sim 50 \div 100 \text{ МэВ}$ с $\Gamma_\lambda \sim 1 \div 5 \text{ МэВ}$. Следует отметить, что положение квазидискретных уровней зависит от параметров потенциала сильнее, чем

Таблица 1

Комплексные собственные значения протонных квази-стационарных состояний ядра ^{208}Pb . $\epsilon_\lambda, \Gamma_\lambda$ в МэВ

$n \ell j$	$\text{Im} u = 0$ $E_\lambda = \epsilon_\lambda - i\Gamma_\lambda/2$		$u = v + iWg$ $E_\lambda = \epsilon_\lambda + i\Gamma_\lambda/2$		$u = v + i\varrho_1 v$ $E_\lambda = \epsilon_\lambda - i\Gamma_\lambda/2$	
	ϵ_λ	Γ_λ	ϵ_λ	Γ_λ	ϵ_λ	Γ_λ
1i13/2	-3,438	0	-4,29	11,77	-3,36	9,40
1i11/2	4,57	10^{-6}	3,52	8,26	4,63	10,18
1j15/2	3,55	$2 \cdot 10^{-5}$	2,60	13,86	3,64	8,81
1j13/2	13,88	0,004	12,88	10,11	14,00	9,60
1k17/2	10,90	$7 \cdot 10^{-5}$	9,81	15,62	11,01	8,15
1k15/2	23,57	0,23	22,26	12,02	23,55	8,62
1l19/2	18,83	0,031	17,42	16,96	18,70	7,38
1l17/2	33,63	1,67	30,92	16,18	32,97	9,13
1m21/2	26,68	0,19	25,35	17,03	26,52	6,57
1m19/2	44,15	4,56	38,78	24,03	43,02	11,79
1n23/2	34,60	1,07	32,87	16,52	34,43	6,27
1n21/2	55,78	8,24	45,60	33,54	54,09	16,12
1p25/2	43,03	1,81	40,3	16,82	42,6	6,77
1p23/2	68,0	13,5	52,41	43,0	67,0	
1q27/2	52,0	5,0	48,0	18,0		
1q25/2	75,0	64,8	59,12	51,14		
1r29/2	61,15	6,4	56,15	19,9		
1r27/2	79,0	67,0	73,9	63,6		
1s31/2	71,0	9,3				
1s29/2	101,0	69,7				

Таблица 1. Продолжение.

2g9/2	3,64	$\leq 10^{-9}$	1,78	11,1	3,76	8,76
2g7/2	8,34	0,003	6,79	10,92	8,58	8,88
2h11/2	10,71	0,025	8,79	11,26	11,01	7,41
2h9/2	16,29	0,83	14,24	9,86	15,85	6,83
2i13/2	17,40	0,83	15,39	8,73	17,03	6,20
2i11/2	24,02	5,01	19,32	11,89	22,13	10,21
2j15/2	23,75	3,64	20,85	9,0	22,74	8,15
2j13/2	32,73	15,91	24,58	16,83	28,88	19,19
2k17/2	30,90	7,87	26,68	12,11	28,79	12,72
2k15/2	43,26	20,74	31,06	23,64	37,98	35,34
3d5/2	6,97	0,0064	5,04	9,42	7,42	5,2
3d3/2	9,084	0,112	8,61	8,17	9,46	6,17
3f7/2	12,97	1,41	10,96	6,10	12,15	5,76
3f5/2	15,45	3,84	12,35	7,32	13,68	7,61
3g9/2	18,13	7,72	12,57	40,81	15,76	10,59
3g7/2	21,92	12,26	11,97	42,39	17,11	40,8
4s1/2	8,33	0,143	7,98	7,87	8,63	5,44
4p3/2	13,33	4,66	10,71	6,87		
4p1/2	14,16	6,43	11,08	6,77		

Таблица 2

Комплексные собственные значения нейтронных квази-стационарных состояний ядра ^{208}Pb . $\epsilon_\lambda, \Gamma_\lambda$ в МэВ

$n l j$	$\text{Im}u=0$ $E_\lambda = \epsilon_\lambda - i\Gamma_\lambda/2$		$u = V + iW_\infty$ $E_\lambda = \epsilon_\lambda + i\Gamma_\lambda/2$		$u = V + i0,1V$ $E_\lambda = \epsilon_\lambda - i\Gamma_\lambda/2$	
	ϵ_λ	Γ_λ	ϵ_λ	Γ_λ	ϵ_λ	Γ_λ
$1j_{15/2}$	-2,49	0	-2,3	9,37	-2,41	6,43
$1j_{13/2}$	5,66	0,017	5,35	7,64	5,81	6,70
$1k_{17/2}$	4,91	0,0012	4,69	10,14	4,84	5,77
$1k_{15/2}$	14,53	0,87	12,94	8,97	14,12	6,33
$1l_{19/2}$	12,1	0,13	11,77	9,66	12,1	4,95
$1l_{17/2}$	23,72	3,30	20,33	13,26	22,76	8,66
$1m_{21/2}$	19,68	0,92	18,34	9,69	19,38	4,90
$1m_{19/2}$	33,55	7,84	27,96	20,16	32,35	13,05
$1n_{23/2}$	27,39	2,3	25,11	10,83	26,93	5,91
$1n_{21/2}$	4,88	12,85	36,23	27,21	43,1	18,94
$1p_{25/2}$	35,64	4,5	32,27	13,0		
$1p_{23/2}$	46,6	58,7	43,76	40,68		
$1q_{27/2}$	44,35	7,4	40,0	15,4		
$1q_{25/2}$	56,8	60,0	50,3	51,0		
$1r_{29/2}$	53,6	10,92	48,2	18,7		
$1r_{27/2}$	69,38	65,44	54,4	57,6		
$2h_{11/2}$	2,46	0,05	2,28	4,64	2,67	4,14
$2h_{9/2}$	6,10	1,75	4,38	5,23	5,19,	5,0
$2i_{13/2}$	8,29	2,20	6,80	4,96	7,44	5,27
$2i_{11/2}$	12,76	8,98	8,89	9,94	10,14	11,69

Таблица 2. Продолжение.

2j15/2	14,37	7,39	11,86	9,07	12,55	10,16
2g13/2	21,29	21,95	14,61	18,87	16,26	27,88
2k17/2	21,34	15,35	19,94	14,17	24,8	~54
2k15/2	~32,0	~50,0	~23,5	~50	~30,0	~55
3f7/2	2,45	2,28	~5,72	~50	1,32	3,29
3f5/2	3,14	6,31	~5,7	~50	1,2	4,81
3g9/2	6,59	14,29	~6,5	~50	~17	~50
3g7/2	11,21	27,32	~6,5	~50	~18	~50
5s1/2	4,88	47,47	~4,8	~52	-0,82	4,117
4p3/2	4,35	~50	~5,0	~52		
4p1/2	4,36	~50	~5,0	~52		
4d5/2	9,7	29,8	10,7	~28		
4d3/2	13,93	39,1	~11	~28		
4f7/2	~15,0	~43	~16	~54		
4f5/2	~16,0	~48	~17	~54		

дискретных. Так, например, изменение a в (2) на -5% приводит к сдвигу некоторых положительных ϵ_λ на -1 МэВ.

Примеры комплексных волновых функций $y_{nlj}(r)$ ядра ^{208}Pb для действительного потенциала (2) приведены на рис. 1 и 2. Здесь и в дальнейшем эти функции норми-

рованы условием $\int_0^{R_0} |y|^2 dr = 1$, $R_0 = 20$ Фм. Для больших

$\epsilon_\lambda \geq 15$ МэВ и $\Gamma_\lambda \geq 3$ МэВ мы полагали $R_0 = 8$ Фм, что дает возможность изобразить все функции $y_{nlj}(r)$ на одном рисунке. Как видно, для не слишком больших Γ функции $y_{nlj}(r)$ достаточно быстро убывают непосредственно за краем ядра, т.е. при $r \geq R = r_0 A^{1/3}$, что делает вполне разумным их использование наряду с функциями дискретного спектра. Важно отметить, что мнимая

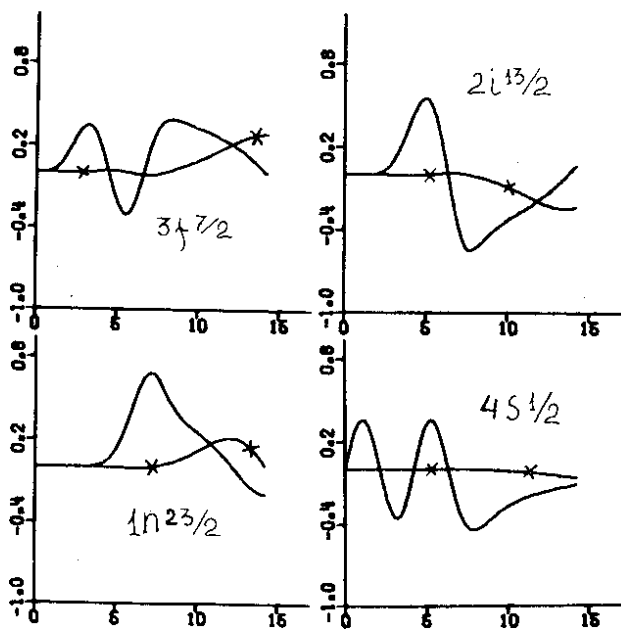


Рис. 1. Волновые функции квазистационарных протонных состояний ядра ^{208}Pb для действительного потенциала. По горизонтальной оси отложен радиус r в Фм, а по вертикальной - значения $\text{Re} u_{nlj}(r)$, $\text{Im} u_{nlj}(r)$ в Фм $^{-1/2}$. Кривые, соответствующие $\text{Im} u_{nlj}$ отмечены крестиком x.

часть $\text{Im} u(r)$ волновой функции внутри ядра гораздо меньше ее действительной части $\text{Re} u(r)$. В различных задачах встречаются интегралы от произведения функций квазидискретных и дискретных состояний, быстро убывающих вне ядра. Поэтому, как правило, $\text{Im} u(r)$ можно не учитывать.

Действительный одночастотный потенциал вводится для описания квазичастичных состояний ядра, т.е. таких

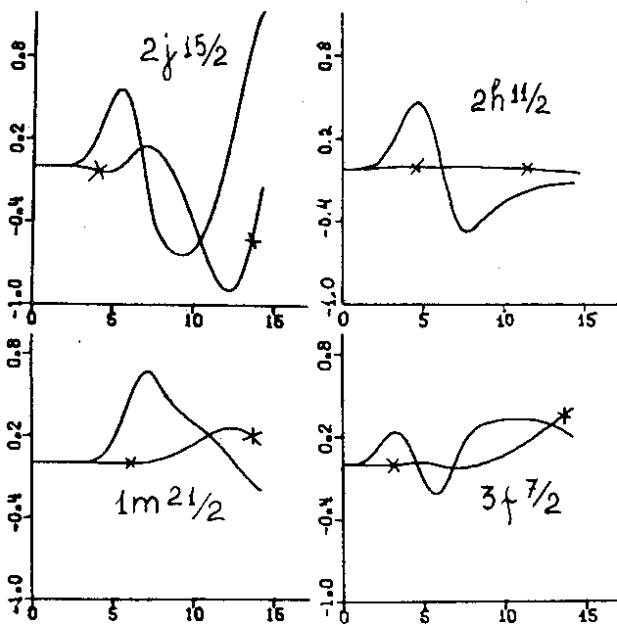


Рис.2. То же, что на рис. 1, но для нейтронных состояний.

состояний, в которых частица входит в состав ядра и, следовательно, сама вносит вклад в одночастичный потенциал. Описанный способ получения квазистационарных состояний дает естественное описание затухания квазичастиц в распадных состояниях за счет вылета из системы. Для действительного потенциала распадные состояния ($\epsilon_\lambda = \epsilon_\lambda - i\Gamma_\lambda/2$) отличаются от захватных ($E_\lambda = \epsilon_\lambda + i\Gamma_\lambda/2$), очевидно, лишь заменой u_λ на u_λ^* .

4. Для описания взаимодействия с ядром частиц в задачах рассеяния, поглощения и испускания нуклонов, передачи их от одного ядра к другому и т.п. вводится комплексный потенциал (см., например, /6/). Наличие

мнимой части феноменологически учитывает возможность перехода частицы в квазичастицу. Представляет интерес нахождение для частиц квазистационарных состояний в комплексном оптическом потенциале, описывающем рассеяние нуклонов, и сравнение их с состояниями квазичастиц в обычном действительном потенциале. В качестве комплексного потенциала мы выбрали потенциал, полученный^{/6/} из анализа рассеяния медленных нуклонов на ядрах:

$$U^{\nu}(r) \equiv V + iW_D = -2M^{\nu} \hbar^{-2} \{-E - V^{\nu} f^{\nu}(x_0) + \kappa(\vec{\sigma} \vec{\ell}) \xi^{\nu}(r) r^{-1} + \\ + (Z-1)e^2 \zeta^{\nu}(r) r^{-1} + i4W_D^{\nu} \frac{d}{dx_D} f(x_D)\}.$$

$$f(x_i) = (1 + e^{x_i})^{-1}, \quad x_i = (r - R_i) a_i^{-1}, \quad R_i = r_{0i} A^{1/3},$$

$$V^p = 50,8 \text{ МэВ}, \quad V^n = 45 \text{ МэВ}, \quad r_{0p} = 1,25 \text{ ФМ}, \quad r_{0n} = 1,322 \text{ ФМ},$$

$$a_{0p} = 0,65 \text{ ФМ}, \quad a_{0n} = 0,66 \text{ ФМ}, \quad r_{wp} = 1,25, \quad r_{wn} = 1,266, \quad (3)$$

$$a_{Dp} = 0,47 \text{ ФМ}, \quad a_{Dn} = 0,48 \text{ ФМ}, \quad W_D^p = 15,5 \text{ МэВ},$$

$$W_D^n = 9,3 \text{ МэВ}.$$

Так как мнимая часть этого потенциала положительна, то, как правило, мы будем находить захватные состояния, $E_{nlj} = \epsilon_{nlj} + i\Gamma_{nlj}/2$. Однако для некоторых nlj могут быть получены также и распадные состояния $E_{nlj} = \epsilon_{nlj} - i\Gamma_{nlj}/2$. В качестве примера в столбцах 4,5 таблиц 1 и 2 приведены значения ϵ_{nlj} , Γ_{nlj} для ядра ^{208}Pb . Как видно из сравнения столбцов 2 и 4, положение квазистационарных уровней в действительном потен-

циале близко к положению уровней частиц в комплексном потенциале для рассеяния нуклонов на ядрах. Для этого потенциала значение Γ определяется, разумеется, как вероятностью захвата частицы действительным потенциалом $V = \text{Re}U$, так и (в основном) величиной $\text{Im}U = W_D$. Так как $W_D(r)$ имеет максимум на границе ядра, Γ для больших l существенно превышает Γ для l малых, как это видно из столбца 5 таблиц 1 и 2. Сравнение рисунков 1,3 и 2,4 дает возможность судить о том, насколько различно поведение волновых функций частиц (рис.3,4) в комплексном потенциале (3) и квазичастиц (рис. 1,2) в действительном потенциале (2) для состояний с одними и теми же квантовыми числами nlj .

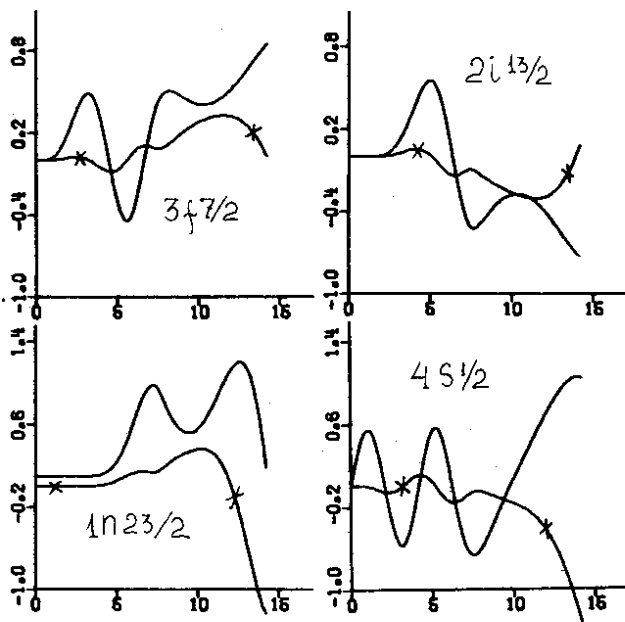


Рис.3. То же, что на рис.1, но для комплексного потенциала $U = V + iW_D$ ($\text{Re}u_{1n23/2}$ сдвинута вверх на $0,1 \text{ Фм}^{-1/2}$).

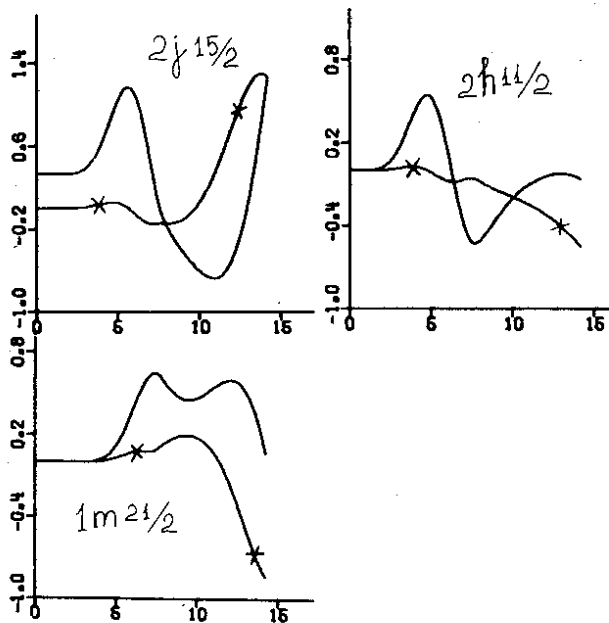


Рис.4. То же, что на рис.3, но для нейтронных состояний ($\text{Re} u_{2115/2}$ сдвинута вверх на $0,35 \Phi_m^{-1/2}$).

Как видно из этих рисунков, внутри ядра действительные части $\text{Re} u_{nlj}$ волновых функций для действительного потенциала не слишком сильно отличаются от $\text{Re} u_\lambda$ для комплексного оптического потенциала. Мнимые части $\text{Im} u_\lambda$, естественно, отличаются сильнее. В ряде случаев для $\text{Im} U > 0$ оказывается возможным получить наряду с захватными состояниями также и распадные состояния $E_{nlj} = \epsilon_{nlj} - i\Gamma_{nlj}/2$.

В таблице 3 в качестве примера приведены энергии нескольких таких состояний. Их ширина всегда оказывается очень большой, порядка самого потенциала.

В качестве примера мы рассмотрим также квази-стационарные состояния для комплексного потенциала, действительная часть которого $\text{Re} U$ совпадает с (2), а

Таблица 3

Комплексные собственные значения протонных и нейтронных распадных состояний, $E_{nlj} = \epsilon_{nlj} - i\Gamma_{nlj}/2$, для комплексного потенциала $U = V + iW_D$ ядер ^{208}Pb . $\epsilon_{nlj}, \Gamma_{nlj}$ в МэВ.

nlj, p	$1m\ 21/2, p$	$1m\ 19/2, p$	$2j\ 15/2, p$	$2j\ 13/2, p$
ϵ_λ	27,26	36,58	20,33	28,9
Γ_λ	54,22	51,10	54,45	49,00

nlj, n	$2j\ 15/2, n$	$2j\ 13/2, n$	$3g\ 9/2, n$	$3g\ 7/2, n$	$1m\ 21/2, n$	$1m\ 19/2, n$
ϵ_λ	10,86	19,32	7,17	4,75	17,87	26,78
Γ_λ	48,91	51,69	48,29	45,16	49,33	52,69

мнимая $\text{Im}U = 0,1 \cdot \text{Re}U$, $U = V + i \cdot 0,1 \cdot V$. Так как теперь $\text{Im}U < 0$, то для такого потенциала получаются в основном распадные состояния, комплексные энергии которых приведены в столбцах 6,7 таблиц 1 и 2, а примеры их волновых функций изображены на рис. 5,6. Нетрудно видеть, что в этом случае объемная мнимая часть $0,1U$ приводит примерно к тем же Γ , что и поверхностная W_D в предыдущем примере. Лишь для l самых больших W_D приводит к большим Γ . Из сравнения рис. 1,3,5 и 2,4,6 следует, что поведение действительных частей $\text{Re}u_{nlj}(r)$ внутри ядра отличается не слишком сильно во всех случаях для данных nlj .

5. Результаты проведенного расчета могут быть использованы при решении различных задач ядерной фи-

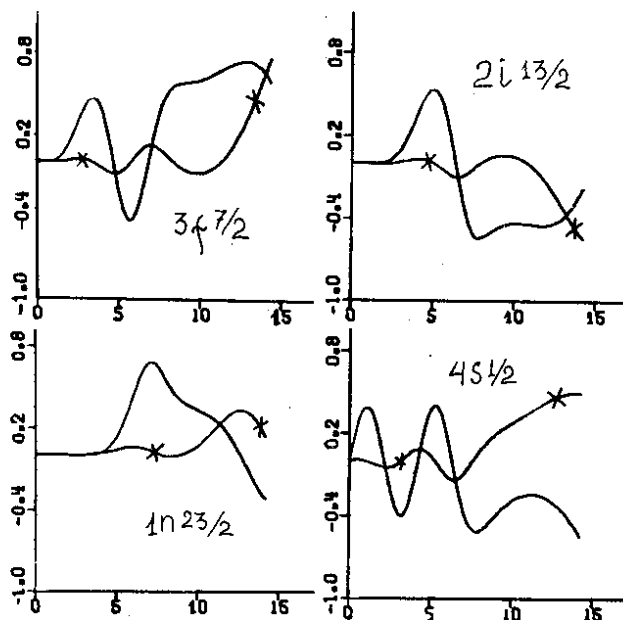


Рис.5. То же, что на рис.1, но для комплексного потенциала $U = V + i \cdot 0,1 \cdot V$.

зики. Как известно (см., например, /7/), одночастичная функция Грина $G_\lambda(\epsilon)$ у поверхности Ферми, $\epsilon \sim \epsilon_F$, диагональна в представлении собственных функций одночастичного потенциала, и найденные нами комплексные собственные значения E_λ являются полюсами $G_\lambda(E = \epsilon \pm i\Gamma/2)$ при $\epsilon > 0$. Учет конечной ширины этих состояний, т.е. Γ , является существенным при изучении различных ядерных реакций (см., например, /8/). Однако в целом ряде задач можно, не искажая их физического смысла, интеграл по энергии непрерывного спектра заменить суммой по состояниям квазидискретного спектра, $\sum_j \int dE \rightarrow \sum_j$, а величиной Γ пренебречь. Это соответствует пренебрежению затуханием квазичастиц в квазидискрет-

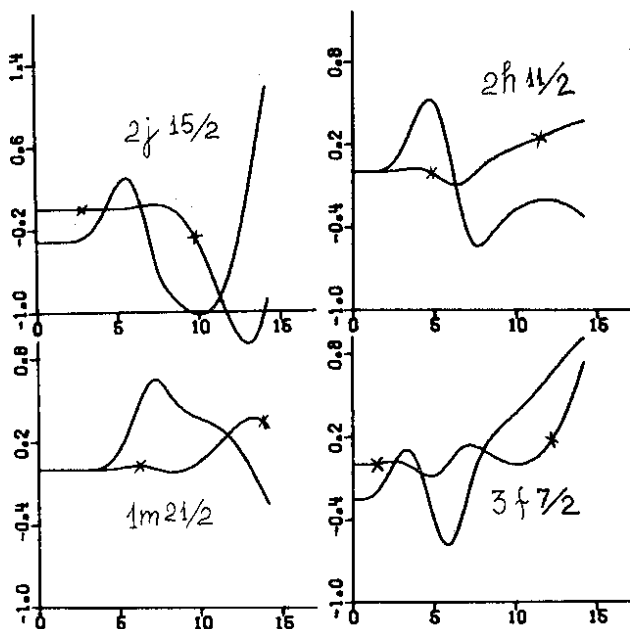


Рис.6. То же, что на рис.5, но для нейтронных состояний ($\text{Re}u_{2115/2}$, $\text{Re}u_{3f7/2}$ сдвинуты вниз на $0,35 \text{ Фм}^{-1/2}$).

ных состояниях за счет вылета их из ядра. Как было показано, для действительного потенциала мнимая часть волновой функции $\text{Im}u$ внутри ядра гораздо меньше действительной $\text{Re}u$. Поэтому в различных расчетах можно использовать в качестве одночастичного базиса действительные части $\text{Re}u$ собственных функций.

Автор благодарен В.Н.Ефимову, В.В.Бурову, Ф.А.Гарееву за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чепурнов В.А. ЯФ, 1976, 6, с. 955.
2. Фаяне С.А. Препринт ИАЭ-1593, М., 1968.
3. Бунатян Г.Г., Фаяне С.А. ЯФ, 1971, 13, с. 1209.
4. Добрынин Ю.Л., Толоконников С.В., Фаяне С.А. Препринт ИАЭ-2593, М., 1975.
5. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Квантовая механика. Физматгиз, М., 1963.
6. Perey S.M., Perey F.G. Atomic data and nuclear data tables. 17(N 1), 1, 1976.
7. Мигдал А.Б. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. "Наука", М., 1965.

Рукопись поступила в издательский отдел
7 октября 1977 года.