ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р4 - 10954

Р.Бартель

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ФОРМФАКТОРОВ НУКЛОНА

1977

P4 - 10954

Р.Бартель

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ФОРМФАКТОРОВ НУКЛОНА

Направлено в ЯФ

Бартель Р. **Р4 - 10954**

Спектральные представления электромагнитных формфакторов нуклона

Рассматриваются необходимые и достаточные условия для существования представления Дезера-Гильберта-Сударшана. Дается доказательство, что спектральное представление, предложенное Б.В.Гешкенбейном и А.И.Комечем, эквивалентно известному представлению Йоста-Лемана-Дайсона.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Barthel R. **P4 - 10954**

Spectral Representation for Electromagnetic Form Factors of Nucleons

The necessary and sufficient conditions for the existence of the Deser-Gilbert-Sudarshan representation are considered. It is shown that the representation published by B.V.Geshkenbein and A.I.Komech is equivalent to the usual Jost-Lehmann-Dyson representation.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

Теоретическое объяснение экспериментальных результатов по глубоконеупругому рассеянию электронов на нуклонах на основе общих принципов локальной квантовой теории поля вызвало пересмотр выводов спектральных представлений электромагнитных формфакторов нуклона. Пусть $f(q)$ - такой формфактор /масса нуклона $m_p = 1$, $p = (1, 0)$ - четырехимпульс нуклона в системе покоя, $q = (q_0, \vec{q})$ - четырехимпульс виртуального фотона/.

Представление Йоста-Лемана-Дайсона [1,2] принимает для таких формфакторов следующий вид:

$$f(q) = \epsilon(q_0) \int_{|\vec{u}| \leq 1} d^3\vec{u} \int_{(1-\sqrt{1-\vec{u}^2})^2}^{\infty} d\lambda^2 \, \delta(q_0^2 - (\vec{q}-\vec{u})^2 - \lambda^2) \Psi(\lambda^2, |\vec{u}|). \qquad /1/$$

В наиболее общем случае оно доказано в работе [3].

Представление Дезера-Гильберта-Сударшана [4,5]

$$f(q) = \int_{-1}^{+1} d\alpha \int_{\alpha^2}^{\infty} d\lambda^2 \, \epsilon(q_0 - \alpha) \, \delta((q_0-\alpha)^2 - \vec{q}^2 - \lambda^2) \, \rho(\lambda^2, \alpha), \qquad /2/$$

которое доказано в любом порядке теории возмущений [6], исследовалось в работах [7,8].

В [8] мы доказали, что для справедливости представления /2/ совместно с общими принципами необходимо и достаточно, чтобы

$$C(x^2, x_0) \in S'(\bar{\boldsymbol{R}}_+ \times \boldsymbol{R}), \qquad /3/$$

где

$$C(\kappa^2,x_0)=\Phi(\kappa^2,\sqrt{x_0^2-\kappa^2}),\ \epsilon(x_0)\Phi(x_0^2-\vec{x}^{\,2},|\vec{x}|)=$$

$$=-\frac{1}{(2\pi)^4}\int e^{-iqx}f(q)d^4q.$$

Из представления Йоста-Лемана-Дайсона следует, что обобщенная функция $\Phi(\kappa^2,|\vec{x}|)$ является по второму аргументу целой, четной аналитической функцией порядка и типа ,меньшего или равного 1. Значит, условие /3/ действительно добавочно и не выполняется в тех случаях, когда $\Phi(\kappa^2,iy)$ растет экспоненциально для больших y. В рамках теории возмущений такие распределения не возникают. Исходя только из общих принципов локальной квантовой теории поля, мы показали, что существует модификация представления Дезера-Гильберта-Сударшана, в которой, однако, спектральная функция определена только на некотором подпространстве пространства Шварца основных функций [8].

На основе работы [7] Б.В.Гешкенбейном и А.И.Комечем в [9] было предложено и доказано представление

$$f(q)=\epsilon(q_0)\int_{-1}^{+1}d\alpha\int_{2(1-\sqrt{1-\alpha^2})}^{\infty}d\lambda^2\delta(q^2-2|\vec{q}|\alpha-\lambda^2)h(\lambda^2,\alpha).\qquad /4/$$

Докажем, что спектральное представление /4/ есть не что иное, как представление Йоста-Лемана-Дайсона. Нетрудно установить прямую связь между $\Psi(\lambda^2,|\vec{u}|)$ и $h(\lambda^2,\alpha)$:

$$2\pi\Psi(\lambda^2-\alpha^2,\alpha)=-\frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial\alpha}h(\lambda^2,\alpha).\qquad /5/$$

Целесообразно $\Psi(\lambda^2,|\vec{u}|)$ разделить на две части: распределение $\Psi_1(\lambda^2,|\vec{u}|)\in S'(\boldsymbol{R}_+\times(\boldsymbol{R}^3-\vec{0}),\ 0_+(3))$, которое в точке $\vec{u}=0$ тождественно равно нулю, и $\Psi_2(\lambda^2,|\vec{u}|)$, имеющее носитель по второй переменной только в начале координат . Такое разделение всегда возможно. Из $\Psi(\lambda^2,|\vec{u}|)=\Psi_1(\lambda^2,|\vec{u}|)+\Psi_2(\lambda^2,|\vec{u}|)$, очевидно, следует, что $f(q)=f_1(q)+f_2(q)$ и $h(\lambda^2,\alpha)=h_1(\lambda^2,\alpha)+h_2(\lambda^2,\alpha)$. Представление Йоста-Лемана-Дайсона /1/, представление /4/ и уравнение /5/ справедливы и каждое в отдельности для соответствующих слагаемых.

Рассмотрим первую часть. Введем в /1/ сферические координаты для вектора $\vec{u}$ и проинтегрируем по углам. После замены переменных ($|\vec{u}|\to\alpha,\ \lambda^2\to\lambda^2-\alpha^2$) получим, что

$$f_1(q)=\frac{\pi\epsilon(q_0)}{|\vec{q}|}\int_0^1 d\alpha\,\alpha\int_{2(1-\sqrt{1-\alpha^2})}^{\infty}d\lambda^2\Psi_1(\lambda^2-\alpha^2,\alpha)\times$$

$$\times\,\Theta(2|\vec{q}|\alpha-\lambda^2+q^2)\Theta(2|\vec{q}|\alpha+\lambda^2-q^2).$$

Подставим в этот интеграл соотношение /5/.Используя тождество $\Psi_1(\lambda^2,0)\equiv 0$, после интегрирования по частям получим

$$f_1(q)=\epsilon(q_0)\int_{-1}^{+1}d\alpha\int_{2(1-\sqrt{1-\alpha^2})}^{\infty}d\lambda^2\delta(q^2-2|\vec{q}|\alpha-\lambda^2)h_1(\lambda^2,\alpha).\qquad /6/$$

Рассмотрим вторую часть. Структура спектральной функции $\Psi_2(\lambda^2,|\vec{u}|)$ известна. Положим

$$\Psi_2(\lambda^2,|\vec{u}|)=\frac{-1}{|\vec{u}|}\sum_{k=0}^{N}\frac{\delta^{(2k+1)}(|\vec{u}|)}{(2k)!}a_k(\lambda^2),\qquad /7/$$

$a_k(\lambda^2)\in S'(\bar{\boldsymbol{R}}_+)$. Тогда из /5/ и /7/ следует, что

$$h_2(\lambda^2,\alpha)=\frac{1}{2\pi}\sum_{k=0}^{N}\frac{\delta^{(2k)}(\alpha)}{(2k)!}a_k(\lambda^2).\qquad /8/$$

Подставим /7/ в /1/ и, интегрируя по углам, найдем, что

$$f_2(q)=\epsilon(q_0)\int_{-1}^{+1}d\alpha\int_0^{\infty}d\lambda^2\delta(q^2-\lambda^2)\sum_{k=0}^{N}\frac{\delta^{(2k)}(\alpha)}{(2k)!}a_k(\lambda^2).\qquad /9/$$

При этом надо учесть, что

$$\delta(q^2+2|\vec{q}||\vec{u}|\cos\Theta-\vec{u}^{\,2}-\lambda^2)\Psi_2(\lambda^2,|\vec{u}|)=\delta(q^2-\lambda^2)\Psi_2(\lambda^2,|\vec{u}|).$$

Спектральная функция в /9/ совпадает с величиной /8/, и сложение интегралов /6/ и /9/ дает представление /4/.

Итак, с учетом уравнения /5/ показано, что предложенное в работе [9] спектральное представление для электромагнитных формфакторов нуклона /4/ есть известное представление Йоста-Лемана-Дайсона.

В заключение автор выражает глубокую благодарность Д.Робашику и Э.Вицореку за обсуждения.

Литература

1. Jost R., Lehmann H. Nuovo Cim., 1957, 5, p.1598.
2. Dyson F.J. Phys. Rev., 1958, 110, p.1460.
3. Владимиров В.С., Шаринов В.В. ТМФ, 1970, 3, с.305.
4. Файнберг В.Я. ЖЭТФ, 1959, 36, с.1503.
5. Deser S., Gilbert W., Sudarshan E.C.G. Phys. Rev., 1960, 117, p.266.
6. Nakamishi N. Phys. Rev., 1971, D4, p.2571.
7. Гешкенбейн Б.В., Комеч А.И. ЯФ, 1975, 22, с.416.
8. Barthel R. Contribution to the High Energy Conference, Budapest, 1977.
9. Гешкенбейн Б.В., Комеч А.И. ЯФ, 1977, 26, с.446.

*Рукопись поступила в издательский отдел
9 сентября 1977 года.*